TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

ข้อสอบ Pre-Test PAT1

ออกข้อสอบโดย We By The Brain

ใช้เวลา 180 นาที (3 ชั่วโมง)

ทดสอบความพร้อม “ความถนัดทางคณิตศาสตร์”

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

จำนวน 30 ข้อ (1 - 30) ข้อละ 6 คะแนน รวม 180 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย เติมคำ

จำนวน 15 ข้อ (31 - 45) ข้อละ 8 คะแนน รวม 120 คะแนน

รวมคะแนนเต็ม PAT 1 300 คะแนน

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของโรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน

สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย

ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

ตอนที่ 1 : แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด
จำนวน 30 ข้อ (ข้อ 1 - 30) ข้อละ 6 คะแนน

1. กำหนดให้ p, q, r, s เป็นประพจน์
พิจารณาข้อความต่อไปนี้
(ก) ถ้า $(q \wedge r) \vee (\sim p \wedge q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
แล้ว $(s \wedge q) \longrightarrow (\sim r \longrightarrow \sim p)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
(ข) ถ้า p สมมูลกับ q แล้ว $(p \wedge r) \longrightarrow (q \vee \sim r)$ เป็นสัจนิรันดร์
(ค) นิเสธของ $p \longleftrightarrow q$ สมมูล $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. ข้อ (ก) และข้อ (ข) ถูก แต่ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

2. ให้ A, B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U
พิจารณาข้อความต่อไปนี้
(ก) ถ้า $A \cup (B - C) = \emptyset$ แล้ว $A \cup B \subset C$
(ข) ถ้า $B \subset A$ และ $A \cap C \neq \emptyset$ แล้ว $A \cap B \cap C \neq \emptyset$
(ค) ถ้า $P(A) \subset P(B \cup C)$ แล้ว $P(A) \subset P(B) \cup P(C)$
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว
2. ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว
3. ข้อ (ค) ถูกเพียงข้อเดียว
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

3. กำหนดให้

$A = \{x / ||x-1|-x| < 3\}$

$B = \{x / x^2 - 2ax + a^2 - 4 \le 0\}$

เซตของค่า a ที่ทำให้ $A \cap B = \{x / -1 < x \le 1\}$ เป็นสับเซตของข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -3]$
2. $(-3, -2]$
3. $(-2, -1]$
4. $(-1, 1]$
5. $(1, \infty)$

4. กำหนดให้ A แทนเซตของจำนวนเต็มทั้งหมดที่สอดคล้องกันสมการ

$\sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+23-10\sqrt{x-2}} - 2 = 0$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต A เท่ากับเท่าใด

1. 312 2. 323 3. 333 4. 351 5. 361

5. ให้ $A = \{x \in R / \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4 - \log_{3x+7}(4x^2 + 12x + 9)\}$ แล้ว จงหาค่าสัมบูรณ์ของผลบวกของสมาชิกในเซต A ว่ามีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{3}{4}$ 4. 1 5. 2

6. ถ้า x และ y เป็นมุมแหลม และ $\tan x = 2$, $\cot y = 3$ แล้วข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1. $x - y = \frac{\pi}{4}$
2. $x + y = \arctan 7$
3. $\tan 2y = \frac{3}{4}$
4. $\cos 2x = -\frac{3}{5}$
5. $\sin 3x = -\frac{3}{5\sqrt{5}}$

7. ในรูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม $C = 90^\circ$, $BC = 3$ และ $AC = 4$ ถ้าจุด D อยู่บนด้าน AB และมุม $DCB = 30^\circ$ แล้วด้าน CD ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{4-\sqrt{3}}$ 2. $\frac{24}{3+4\sqrt{3}}$ 3. $\frac{24}{4+3\sqrt{3}}$ 4. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 5. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

8. กำหนด $f: I \longrightarrow I$ และ $g: R^+ \longrightarrow R^+$ โดยที่

(1) $f(x+y+1) = \left(\sqrt{f(x)} + \sqrt{f(y)}\right)^2$

(2) $g(x+y)+g(x-y) = 2x^2+2y^2$

(3) $f(0) = 1$

จงหา $g^{-1}of(13)$ มีค่าเท่าใด

1. 12 2. 13 3. 14 4. 15 5. 16

9. กำหนดให้ $f(x) = ax+b$ และ $g(x) = bx+a$ โดย $a, b \in I^+$

ถ้า $f(g(50)) - g(f(50)) = 28$ แล้ว ab มีค่าเป็นเท่าใดได้บ้าง

1. 200, 10 2. 210, 12 3. 220, 11 4. 250, 15 5. 260, 16

10. กำหนดให้ E เป็นวงรีมีสมการเป็น $9x^2 + 16y^2 - 36x - 32y - 92 = 0$ และมีจุดโฟกัสอยู่ที่จุด F_1, F_2

ถ้า P เป็นพาราโบลาที่มีสมการเป็น $x^2 - 4x - 16y + 68 = 0$

แล้วสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดยอดของพาราโบลาและผ่านจุด F_1, F_2 ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$
2. $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 20 = 0$
3. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$
4. $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 20 = 0$
5. $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 12 = 0$

11. กำหนดให้ H เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีแกนสังยุคขนานแกน X และมีเส้นเชื่อมจุดยอดทั้งสองของไฮเพอร์โบลา เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลมที่มีสมการเป็น $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$

ถ้าโฟกัสจุดหนึ่งของไฮเพอร์โบลาเป็นจุดบนเส้นตรง $x + y - 5 = 0$

แล้วสมการไฮเพอร์โบลา H คือสมการในข้อใด

1. $4x^2 - 5y^2 - 16x - 30y + 51 = 0$
2. $5x^2 - 4y^2 - 20x + 24y + 51 = 0$
3. $5y^2 - 4x^2 + 16x - 30y + 51 = 0$
4. $4y^2 - 5x^2 - 20x + 24y + 51 = 0$
5. $4x^2 - 5y^2 + 16x + 30y + 51 = 0$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

12. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ $[1, \infty)$

ให้ $P(x)$ แทน $|x^4 - 4x^2 - 6| \geq |x^4 - 4x^2 + 14|$

และ $Q(x)$ แทน $|x^2 - 2| \leq x^2 - 2$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $\exists x[P(x)] \vee \forall x[Q(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

(ข) $\forall x[\sim Q(x)] \longrightarrow \forall x[P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

(ค) $\exists x[\sim P(x) \wedge Q(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และข้อ (ข) ถูก แต่ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

13. ข้อใดต่อไปนี้คือเซตคำตอบของอสมการ

$\log_{0.2}(x^3+8) - 0.5\log_{0.2}(x^2+4x+4) \leq \log_{0.2}(x+58)$

1. $(-2, 10]$
2. $(-2, \infty)$
3. $[5, \infty)$
4. $[9, \infty)$
5. $[0, 2) \cup (9, \infty)$

14. กำหนดให้ $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$

ถ้า x_1, x_2 และ x_3 เป็นคำตอบของสมการ $4\cos x \cos 2x \cos 3x = 1$

แล้วค่าของ $\sin(x_1 + x_2 + x_3)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. 1

15. กำหนดให้ $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ และ $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ ถ้า $\vec{c}$ เป็นเวกเตอร์ซึ่ง $\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{c}|, |\vec{c} - \vec{a}| = 2\sqrt{2}$

โดยมุมระหว่าง $\vec{a} \times \vec{b}$ และ $\vec{c}$ เป็น 30° จงหา $|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|$ เท่ากับข้อใด

1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{3}{2}$
3. 2
4. 3
5. 4

16. ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$ แล้ว $z^{17} + \frac{1}{z^{17}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -2
2. $-\sqrt{2}$
3. -1
4. 1
5. $\sqrt{2}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

17. จงหาผลบวกของจำนวนเต็มทั้งหมดที่มากกว่า 10,000 ที่สร้างจากเลขโดด 0, 2, 4, 6, 8 โดยไม่ใช้เลขซ้ำกันในแต่ละหลัก มีค่าเท่าใด

1. 133,320 2. 533,320 3. 5,199,960
4. 5,999,160 5. 5,999,990

18. สามีภรรยาคู่หนึ่งต้องการจัดงานเลี้ยงที่บ้านโดยจะเชิญแขกมาร่วมงาน 6 คน เป็นชาย 3 คน และหญิง 3 คน ถ้าญาติฝ่ายสามีมี 7 คน เป็นชาย 3 คน , หญิง 4 คน ส่วนญาติฝ่ายภรรยามี 7 คน เป็นชาย 4 คน, หญิง 3 คน จงหาจำนวนวิธีที่สามีภรรยาคู่นี้จะเชิญแขก โดยให้เป็นญาติฝ่ายสามีและภรรยาฝ่ายละ 3 คน

1. 385 2. 420 3. 485 4. 515 5. 585

19. กำหนดให้ f(x) สามารถหาอนุพันธ์ได้ และ $f(0) = 0$
ถ้า $2f(x + y) + f(x - y) + 3y^2 = 3f(x) - 2xy$
แล้วค่าของ $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. -3 2. -2 3. 0 4. 1 5. 2

20. กำหนดให้ $\int \frac{1}{x} dx = \ln | x | + c$
ถ้า $3f(\frac{2x + 3}{2x - 3}) = 2x - 3$ แล้ว $\int f(x)dx$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $\ln | x - 1 | + c$ 2. $\ln (x-1)^2 + c$ 3. $\ln (x-1)^3 + c$
4. $\ln (x-1)^6 + c$ 5. $\ln (x-1)^8 + c$

21. กำหนดให้
$A = (1 \cdot 2) + (3 \cdot 4) + (5 \cdot 6) + ... + (37 \cdot 38) + 39$
$B = 1 + (2 \cdot 3) + (4 \cdot 5) + ... + (36 \cdot 37) + (38 \cdot 39)$
ค่าของ $\frac{1}{38}(B - A)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15 2. 17 3. 19 4. 21 5. 23

22. ผลบวกของอนุกรมอนันต์ $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{6}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + ...$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{24}$ 2. $\frac{1}{12}$ 3. $\frac{1}{6}$ 4. $\frac{1}{3}$ 5. $\frac{1}{2}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

23. ถ้าตารางแจกแจงคะแนนสอบของเด็กนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีรายละเอียดดังนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่
0 - 5	16
6 - 10	18
11 - 20	26
21 - 30	20

จงหาผลต่างระหว่างเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 กับฐานนิยม

1. 6.5 2. 8.5 3. 10.5 4. 12.5 5. 14.5

24. ถ้าน้ำหนักของนักเรียน ม.ปลาย โรงเรียนหนึ่งซึ่งมี 2,000 คน และมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีมัธยฐานเท่ากับ 50 กิโลกรัม และมีสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 20% แล้ว นักเรียนที่หนักมากกว่า 40 กิโลกรัม แต่ไม่เกิน 65 กิโลกรัม จะมีทั้งหมดประมาณกี่คน

ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

Z	0.75	1	1.25	1.5
พื้นที่ใต้โค้ง	0.2734	0.3413	0.3944	0.4332

1. 1112 2. 1229 3. 1471 4. 1549 5. 1655

25. ข้อมูลชุด A คือ $x_1 + 1, x_2 + 1, x_3 + 1, \ldots, x_{100} + 1$ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น k และ m ตามลำดับ

และข้อมูลชุด B คือ $ax_1 - 1, ax_2 - 1, ax_3 - 1, \ldots, ax_{100} - 1$ โดย a เป็นจำนวนจริง

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของชุด B คือ $ak - a - 1$

(ข) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด B คือ am

(ค) ถ้าข้อมูลชุด A มีการแจกแจงแบบปกติแล้ว มีข้อมูลประมาณ 99 ตัว ที่อยู่ระหว่าง $k - 2m$ และ $k + 2m$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว
2. ข้อ (ก) และข้อ (ข) ถูก แต่ข้อ (ค) ผิด
3. ข้อ (ก) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ข) ผิด
4. ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ก) ผิด
5. ผิดทุกข้อ

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

26. พี่กอล์ฟกับพี่ช้างเล่นเกมๆ หนึ่ง โดยมีกติกาดังนี้ โยนลูกเต๋าเที่ยงตรง 2 ลูก พร้อมๆ กัน ถ้าผลรวมของแต้มทั้ง 2 ลูก เป็น 5 ถือว่าพี่กอล์ฟชนะ, ถ้าผลรวมของแต้มทั้ง 2 ลูก เป็น 7 ถือว่าพี่ช้างชนะ แต่ถ้าผลรวมเป็นเลขอื่นให้โยนใหม่ไปเรื่อยๆ จงหาความน่าจะเป็นที่พี่กอล์ฟชนะในการเล่นเกมนี้ว่ามีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{2}{5}$ 3. $\frac{3}{5}$ 4. $\frac{3}{7}$ 5. $\frac{4}{7}$

27. ค่าของ $\lim_{n\to\infty} 8^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{1}{8}} \cdot 128^{\frac{1}{16}} \cdot 512^{\frac{1}{32}} \cdot \ldots \cdot (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. $2\sqrt{2}$ 3. 4 4. $4\sqrt{2}$ 5. 8

28. กำหนดให้ $P = \begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{6} & \sin\frac{\pi}{6} \\ -\sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6} \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

และ $Q = PAP^t$ แล้ว $P^tQ^{2559}P$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $\begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 2559 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2559 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2559 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2559 \end{bmatrix}$ 5. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 2559 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

29. กำหนด a, b , c เป็น 3 พจน์ที่เรียงติดกันในลำดับเลขคณิต

ค่าของ $\begin{vmatrix} 2x+4 & 5x+7 & 8x+a \\ 3x+5 & 6x+8 & 9x+b \\ 4x+6 & 7x+9 & 10x+c \end{vmatrix}$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $a+b+c$ 2. $a-2b+c$ 3. $a-b-c$
4. 1 5. x

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

30. ร้านขายปุ๋ยแห่งหนึ่งต้องการเตรียมปุ๋ยสูตรพิเศษ เพื่อนำไปขายในงานเกษตรแฟร์ โดยมีส่วนผสมคือปุ๋ยชนิด A และปุ๋ยชนิด B ซึ่งเงื่อนไขของปุ๋ยชนิดพิเศษที่อยากได้นี้คือ

เมื่อผสมเสร็จแล้วต้องมี ฟอสฟอรัสอย่างน้อย 45 หน่วย ต้องมีไนโตรเจนอย่างน้อย 36 หน่วย และต้องมีโพแทสเซียมอย่างน้อย 40 หน่วย ถ้าปุ๋ยชนิด A ราคาถุงละ 97 บาท และปุ๋ยชนิด B ราคาถุงละ 189 บาท โดยปุ๋ย A 1 ถุงจะมีฟอสฟอรัส 5 หน่วย , ไนโตรเจน 2 หน่วย และโพแทสเซียม 2 หน่วย สำหรับปุ๋ย B 1 ถุง จะมีฟอสฟอรัส 3 หน่วย , ไนโตรเจน 3 หน่วย และโพแทสเซียม 5 หน่วย หากต้องการให้ต้นทุนการเตรียมปุ๋ยสูตรพิเศษนี้ต่ำสุด พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) จะต้องใช้ปุ๋ยชนิด A 3 ถุง และปุ๋ยชนิด B 10 ถุง

(ข) ต้นทุนซึ่งต่ำสุดนี้เท่ากับ 1833 บาท

(ค) จะได้ปุ๋ยชนิดพิเศษซึ่งมีฟอสฟอรัส 81 หน่วย, ไนโตรเจน 36 หน่วย และโพแทสเซียม 40 หน่วย

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และข้อ (ข) ถูก แต่ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

ตอนที่ 2 : แบบอัตนัย ระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข
จำนวน 15 ข้อ (ข้อ 31 - 45) ข้อละ 8 คะแนน

31. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันโดยที่

$$f(x) = \sqrt{\frac{\sqrt[4]{17 - 15x - 2x^2}}{x + 3}}$$

ถ้า a เป็นขอบเขตน้อยสุดของโดเมนของ f และ b เป็นขอบเขตล่างมากสุดโดเมนของ f แล้ว $|a + b|$ มีค่าเท่าใด

32. กำหนดให้ $(1 + \cot^2 1^\circ)(1 + \cot^2 3^\circ)(1 + \cot^2 5^\circ) \ldots (1 + \cot^2 89^\circ) = m^n$
โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 1 ค่าของ $m + n$ เท่ากับเท่าใด

33. กำหนดให้ x เป็นมุมในหน่วยองศา
ถ้า $P(x) = \cos^2(30^\circ - x) - \cos(30^\circ - x)\cos(30^\circ + x) + \cos^2(30^\circ + x)$
แล้วค่าของ $8\sum_{x=1}^{35} x\,P(x)$ เท่ากับเท่าใด

34. ให้ S' แทนคอมพลีเมนท์ของเซต S และ n(S) แทนจำนวนสมาชิกของเซต S
ให้ A, B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ โดยที่ $A \cap B = \emptyset$
ถ้า $n(\mathcal{U}) = 120$, $n(A) = 35$, $n(B) = 44$, $n((A \cup B \cup C)') = 20$
และ $n(A \cup B) \cap C = 28$ แล้ว $n(C)'$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

35. กำหนดให้ C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$
และ P เป็นพาราโบลาที่มีสมการเป็น $y^2 + 4x - 2y + 9 = 0$
ถ้า F เป็นจุดโฟกัสของพาราโบลาและส่วนของเส้นตรง FC ตัดวงกลมที่จุด M
แล้วผลบวกของความยาวส่วนของเส้นตรง FM กับความยาวลาตัสเรกตัมของ P มีค่าเท่ากับเท่าใด

36. ให้ $A = \{x \in R \mid 2 - x + 3\log_5 2 = \log_5(3^x - 5^{2-x})\}$
และให้ P(A) แทนเพาเวอร์เซตของ A จงหา n(P(A))

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

37. ให้ $p(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 4 ที่มีจุดวิกฤตที่ $x = 1, 2$
และ $\lim_{x \to 0} (1 + \frac{p(x)}{x^2}) = 2$ แล้ว ค่าของ $p(-1)$ มีค่าเท่าใด

38. กำหนดให้ $(f(x))^2 \cdot f(\frac{1-x}{1+x}) = x^3$, $x \neq -1, 1$ และ $f(x) \neq 0$
จงหาค่าของ $|f'(2)|$

39. สำหรับ x, y, z เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์
กำหนดให้ (1) $x * (y * z) = (x * y) \cdot z$
(2) $x * x = 1$
จงหาคำตอบของ $2559 * (3 * x) = 5971$

40. กำหนดระบบสมการ

$$\left.\begin{aligned} \frac{4a^2}{4a^2+1} &= b \\ \frac{4b^2}{4b^2+1} &= c \\ \frac{4c^2}{4c^2+1} &= a \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (*)$$

ให้ $A = \{(a, b, c) / (a, b, c)$ เป็นคำตอบของระบบสมการ $(*)\}$
และ $S = \{2a^2 + b^2 + c^2 / (a, b, c) \in A\}$ จงหาค่ามากที่สุดของสมาชิกใน S

41. กำหนดให้ $z_1, z_2, z_3, \ldots\ldots, z_{11}$ เป็นรากของสมการ $z^{12} = 1$ ที่แตกต่างกันทั้งหมด
และไม่ใช่ 1 แล้ว ค่าของ $1 + (2 - z_1)(2 - z_2)(2 - z_3) \ldots\ldots (2 - z_{11})$ เท่ากับเท่าใด

42. กำหนด $f(x) = \begin{cases} x + a\sqrt{2}\sin x & , \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ 2x\cot x + b & , \quad \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ a\cos 2x - b\sin x & , \quad \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$

เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องในช่วง $[0, \pi]$ แล้ว จงหาค่าของ $\sin(2(a + b))$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

43. กำหนดให้ลำดับ $a_n = \sin\frac{2n\pi}{12n+1} + \cos\frac{2n\pi}{3n-1}$

ลำดับ $b_n = \frac{\sqrt[n]{2}-1}{\sqrt[3n]{2}-1}$

ค่าของ $\lim_{x\to\infty}(a_n + b_n)$ เท่ากับเท่าใด

44. ข้อมูลชุดหนึ่ง (กลุ่มตัวอย่าง) มี 5 จำนวน โดยมีมัธยฐานเท่ากับฐานนิยมเท่ากับ 25 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต, ควอไทล์ที่ 3 และพิสัยเป็น 26, 28 และ 7 ตามลำดับแล้ว ความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่าใด

45. ข้อมูลกำไรต่อปี (ล้านบาท) ของบริษัทแห่งหนึ่งตั้งแต่ปี 2554-2559 เป็นดังนี้

พ.ศ.	2554	2555	2556	2557	2558	2559
กำไร (ล้านบาท)	12	12	15	16	20	21

ถ้ากำไรต่อปี (ล้านบาท) และช่วงเวลาของข้อมูลมีความสัมพันธ์เชิงเส้น แล้วกำไรโดยเฉลี่ยใน 6 เดือนแรกของปี พ.ศ. 2560 จะมีค่าเท่ากับเท่าใด

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

เฉลยข้อสอบ Pre-Test PAT1

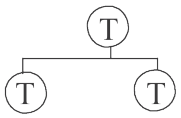
1.

ตอบ 4

วิธีทำ **พิจารณา ก.**

$$(q \wedge r) \vee (\sim p \wedge q) \equiv (r \wedge q) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$\equiv (r \vee \sim p) \wedge q$$



เราจะได้ว่า $r \vee \sim p \equiv \sim p \vee r \equiv p \rightarrow r \equiv \sim r \rightarrow \sim p$

$\therefore$ เมื่อ $r \vee \sim p \equiv T$ จะได้ว่า $\sim r \rightarrow \sim p \equiv T$ ด้วย

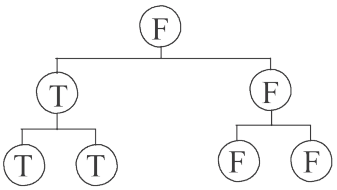
$\therefore (s \wedge q) \rightarrow (\sim r \rightarrow p) \equiv T$ (ก) ถูก



พิจารณา ข.

เราจะสมมติให้ $(p \wedge r) \rightarrow (q \vee \sim r) \equiv F$ และ $p \equiv q$

$$(p \wedge r) \rightarrow (q \vee \sim r)$$



เราพบว่า $p \equiv T, q \equiv F$ ซึ่งขัดแย้งกับเงื่อนไข $p \equiv q$

ดังนั้น $(p \wedge r) \rightarrow (q \vee \sim r)$ เป็นสัจนิรันดร์เมื่อ $p \equiv q$ (ข) ถูก

พิจารณา ค.

$$\sim (p \leftrightarrow q) \equiv \sim ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$$

$$\equiv \sim ((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p))$$

$$\equiv \sim (\sim p \vee q) \vee \sim (\sim q \vee p)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \quad \therefore \text{ (ค) ถูก}$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

2.

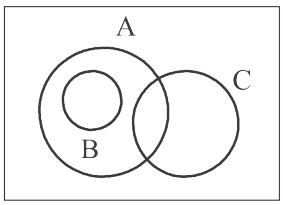
ตอบ 1

วิธีทำ ข้อ (ก) $A \cup (B - C) = \varnothing$ เป็นจริงเมื่อ

$A = \varnothing$ และ $B - C = \varnothing$ แสดงว่า $B \subset C$

ดังนั้น $A \cup B = \varnothing \cup B = B$ แสดงว่า $A \cup B \subset C$ $\therefore$ ข้อ (ก) ถูก

ข้อ (ข) พิจารณาในกรณีที่



จากแผนภาพจะเห็นว่า

$B \subset A$ และ $A \cap C \neq \varnothing$

แต่ $A \cap B \cap C = \varnothing$ $\therefore$ ข้อ (ข) ผิด

ข้อ (ค) พิจารณาในกรณีที่ $A = \{1, 2\}, B = \{1\}, C = \{2\}$

จะได้ว่า $B \cup C = \{1, 2\}$ และ $P(B \cup C) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

$P(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$, $P(B) = \{\varnothing, \{1\}\}$, $P(C) = \{\varnothing, \{2\}\}$

และ $P(B) \cup P(C) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}\}$

จะเห็นว่า $P(A) \subset P(B \cup C)$ แต่ $P(A) \not\subset P(B) \cup P(C)$ $\therefore$ ข้อ (ค) ผิด

$\therefore$ ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

3.

ตอบ 3

วิธีทำ พิจารณา A $\quad ||x-1|-x| < 3$

$$-3 < |x-1|-x < 3$$

บวก x $\quad x-3 < |x-1| < x+3$

$x-3 < |x-1|$ และ $|x-1| < x+3$

$|x-1| > x-3$ $\quad \cap \quad -(x+3) < x-1 < x+3$

$x-1 > x-3$ หรือ $x-1 < -(x-3)$ $\quad -(x+3) < x-1$ และ $x-1 < x+3$

$-1 > -3$ $\quad \cup \quad x-1 < -x+3$ $\quad -x-3 < x-1 \quad \cap \quad -1 < 3$

$x \in R$ $\quad 2x < 4$ $\quad -2 < 2x$ $\quad x \in R$

$x < 2$ $\quad x > -1$

จะได้ $x \in R$ และ $x \in (-1, \infty)$

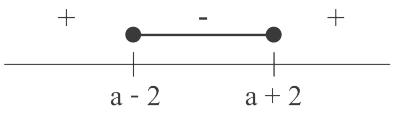
$$\therefore A = (-1, \infty)$$

พิจารณา B $\quad x^2 - 2ax + a^2 - 4 \leq 0$

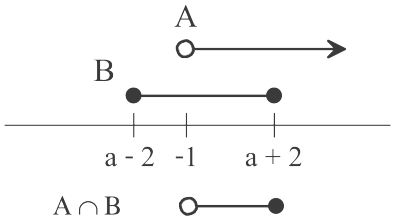
$$(x-a)^2 - 2^2 \leq 0$$

$$[(x-a)-2][(x-a)+2] \leq 0$$

$$x : a+2 \ , \ a-2$$



พิจารณา a ที่ทำให้ $A \cap B = \{x / -1 < x \leq 1\} = (-1, 1]$



$a+2 = 1$ $\quad$ และได้ $\quad a = -1$

$\therefore \{a\} = \{-1\}$ ซึ่ง $\{-1\} \subset (-2, -1]$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

4.

ตอบ 2

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า

$$\sqrt{(x-2)-2\sqrt{x-2}\cdot 3+9} + \sqrt{(x-2)-2\sqrt{x-2}\cdot 5+25} = 2$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-2})^2-2\sqrt{x-2}\cdot 3+3^2} + \sqrt{(\sqrt{x-2})^2-2\sqrt{x-2}\cdot 5+5^2} = 2$$

$$\sqrt{[\sqrt{x-2}-3]^2} + \sqrt{[\sqrt{x-2}-5]^2} = 2$$

$$\left|\sqrt{x-2}-3\right| + \left|\sqrt{x-2}-5\right| = 2$$

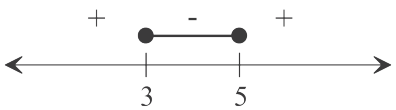
$$\left|\sqrt{x-2}-3\right|+\left|\sqrt{x-2}-5\right| = \left|(\sqrt{x-2}-3)-(\sqrt{x-2}-5)\right|$$

จาก $|a|+|b| = |a-b|$ เมื่อ $a\cdot b \le 0$

$\therefore$ $(\sqrt{x-2}-3)(\sqrt{x-2}-5) \le 0$

สมมติให้ $A = \sqrt{x-2}$

$$(A-3)(A-5) \le 0$$



$$3 \le A \le 5$$

$$3 \le \sqrt{x-2} \le 5 \quad \rightarrow \quad \underline{\text{เงื่อนไข}} \quad x-2 \ge 0$$

$$x \ge 2$$

$$9 \le x-2 \le 25$$

$$11 \le x \le 27$$

$\therefore A = \{11, 12, 13, \ldots, 27\}$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน $A = \underbrace{11+12+13+\ldots+27}_{17 \text{ ตัว}}$

$$= \frac{17}{2}(11+27)$$

$$= 323$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

5.

ตอบ 1

วิธีทำ

$$\log_{2x+3}(6x^2+23x+21) = 4-\log_{3x+7}(4x^2+12x+9)$$

$$\log_{2x+3}(2x+3)(3x+7) = 4-\log_{3x+7}(2x+3)^2$$

$$\log_{2x+3}(2x+3)+\log_{2x+3}(3x+7) = 4-2\log_{3x+7}(2x+3)$$

ให้ $M = \log_{2x+3}(3x+7)$, $\frac{1}{M} = \log_{3x+7}(2x+3)$

จะได้ $1+M = 4-\frac{2}{M}$

$$M+\frac{2}{M}-3 = 0$$

$$M^2-3M+2 = 0$$

$$(M-2)(M-1) = 0$$

$$M = 2, 1$$

กรณี $M=2$: $\log_{2x+3}(3x+7) = 2$

$$3x+7 = (2x+3)^2$$

$$3x+7 = 4x^2+12x+9$$

$$4x^2+9x+2 = 0$$

$$(4x+1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{4}, -2$$

ตรวจคำตอบแล้ว $x = -2$ ใช้ไม่ได้

กรณี $M=1$: $\log_{2x+3}(3x+7) = 1$

$$3x+7 = 2x+3$$

$x = -4$ ตรวจคำตอบแล้วใช้ไม่ได้

ดังนั้น $A = \{-\frac{1}{4}\}$

$\therefore$ ค่าสัมบูรณ์ของผลบวกของสมาชิกใน A คือ $\frac{1}{4}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

6.

ตอบ 5

วิธีทำ $\tan x = 2 \rightarrow x = 63.5^\circ$, $\cot y = 3 \rightarrow y = 18.5^\circ$ (มาจากอุลตร้าแมน)

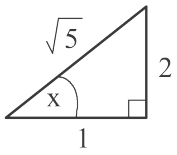
1. $x - y = 63.5^\circ - 18.5^\circ = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$ $\therefore$ ข้อ 1 ถูก

2. $x + y = 63.5^\circ + 18.5^\circ = 82^\circ = \arctan 7$ (มาจากอุลตร้าแมน) $\therefore$ ข้อ 2 ถูก

3. $\tan 2y = \tan 2(18.5^\circ) = \tan 37^\circ = \frac{3}{4}$ $\therefore$ ข้อ 3 ถูก

4. $\cos 2x = \cos 2(63.5^\circ) = \cos 127^\circ = -\cos 53^\circ = -\frac{3}{5}$ $\therefore$ ข้อ 4 ถูก

5. $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$,



$$= 3\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) - 4\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 = \frac{6}{\sqrt{5}} - \frac{32}{5\sqrt{5}} = \frac{30-32}{5\sqrt{5}} = -\frac{2}{5\sqrt{5}}$$

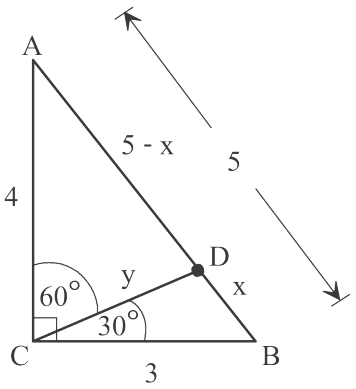
$\therefore$ ข้อ 5 ผิด

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

7.

ตอบ 2

วิธีทำ วาดรูปตามโจทย์



จากรูป $AB = 5$, $A\hat{C}D = 60^\circ$

ให้ $CD = y$, $BD = x$, $AD = 5 - x$

พิจารณาสามเหลี่ยม ACD จากกฎของ sine

$$\frac{y}{\sin A} = \frac{5-x}{\sin 60^\circ} \rightarrow \frac{y}{\frac{3}{5}} = \frac{5-x}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$x = 5 - \frac{5\sqrt{3}}{6}y \qquad \text{———(1)}$$

พิจารณาสามเหลี่ยม BCD จากกฎของ sine

$$\frac{y}{\sin B} = \frac{x}{\sin 30^\circ} \rightarrow \frac{y}{\frac{4}{5}} = \frac{x}{\frac{1}{2}}$$

$$x = \frac{5}{8}y \qquad \text{———(2)}$$

จาก (1) และ (2) จะได้ว่า $\frac{5}{8}y = 5 - \frac{5\sqrt{3}}{6}y$

$$\left(\frac{5}{8} + \frac{5\sqrt{3}}{6}\right)y = 5$$

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)y = 1$$

$$\left(\frac{3+4\sqrt{3}}{24}\right)y = 1$$

$$y = \frac{24}{3+4\sqrt{3}}$$

$\therefore$ ด้าน CD ยาวเท่ากับ $\frac{24}{3+4\sqrt{3}}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

8.

ตอบ 3

วิธีทำ พิจารณา (1)

แทน $x = 0, y = 0 \rightarrow f(1) = (\sqrt{f(0)} + \sqrt{f(0)})^2$

$= (\sqrt{1} + \sqrt{1})^2 = 2^2$

แทน $x = 0, y = 1 \rightarrow f(2) = (\sqrt{f(0)} + \sqrt{f(1)})^2$

$= (\sqrt{1} + \sqrt{2^2})^2 = 3^2$

แทน $x = 1, y = 1 \rightarrow f(3) = (\sqrt{f(1)} + \sqrt{f(1)})^2$

$= (\sqrt{2^2} + \sqrt{2^2})^2 = 4^2$

ดังนั้น $f(n) = (n+1)^2$

พิจารณา (2)

แทน $y = 0 \rightarrow g(x)+g(x) = 2x^2+2(0)^2$

$2g(x) = 2x^2$

$g(x) = x^2$

$\therefore\ g^{-1}of(13) = g^{-1}(f(13)) = g^{-1}(14^2) = 14$ **

** (1) $f(13) = (13+1)^2 = 14^2$

(2) หา $g^{-1}(14^2)$

จาก $g(x) = x^2$ โดย $g : R^+ \rightarrow R^+$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

พิจารณา (2)

แทน $y = 0 \quad \rightarrow \quad g(x)+g(x) = 2x^2+2(0)^2$

$2g(x) = 2x^2$

$g(x) = x^2$

$\therefore \quad g^{-1}of(13) = g^{-1}(f(13)) = g^{-1}(14^2) = 14$ **

** (1) $f(13) = (13+1)^2 = 14^2$

(2) หา $g^{-1}(14^2)$

จาก $g(x) = x^2$ โดย $g : R^+ \rightarrow R^+$

นำ 14^2 แทน $g(x)$

$14^2 = x^2$

$x = 14, -\cancel{14}$ เพราะ $x \in R^+$

$\therefore \quad g^{-1}(14^2) = 14$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

9.

ตอบ 2

วิธีทำ $f(g(x)) = f(bx+a) = a(bx+a)+b$

$= abx+a^2+b$

และ $g(f(x)) = g(ax+b) = b(ax+b)+a$

$= abx+b^2+a$

จาก $f(g(50))-g(f(50)) = 28$

$(abx+a^2+b)-(abx+b^2+a) = 28$

$(a^2-b^2)+(b-a) = 28$

$(a-b)(a+b)-(a-b) = 28$

$(a-b)(a+b-1) = 28$

		(1)	(2)
$a-b$	$a+b-1$	a	b
1	28	15	14
2	14	$\frac{17}{2}$	$\frac{13}{2}$
4	7	6	2

(1), $a = \frac{(a+b-1)+(a-b)+1}{2}$

เช่น $a = \frac{28+1+1}{2} = 15$

(2), $b = \frac{(a+b-1)-(a-b)+1}{2}$

เช่น $b = \frac{28-1+1}{2} = 14$

เนื่องจาก $a, b \in I^+$ $\therefore$ $a = 15, b = 14$ และ $a = 6, b = 2$
เท่านั้นที่เป็นคำตอบ ดังนั้น ab ที่เป็นไปได้มีค่าเท่ากับ 210 และ 12

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

10.

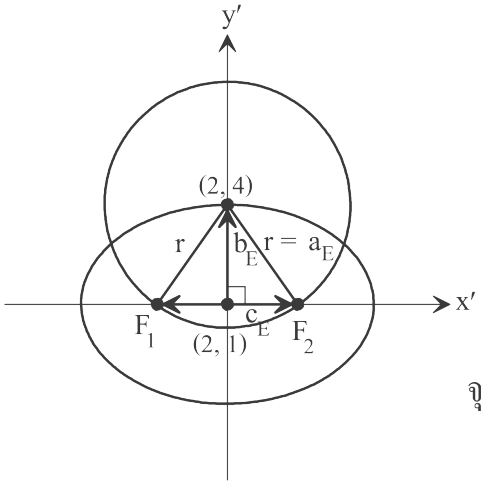
ตอบ 1

วิธีทำ $E \;:\; 9x^2+16y^2-36x-92 = 0$

$E \;:\; 9(x^2-4x+4)+16(y^2-2y+1) = 92+36+16$

$E \;:\; 9(x-2)^2+16(y-1)^2 = 144 \rightarrow E : \frac{(x-2)^2}{16}+\frac{(y-1)^2}{9} = 1$

a_E^2 b_E^2 $\therefore\ a_E = 4,\ b_E = 3$



พิจารณา พาราโบลา :

$P \;:\; x^2-4x-16y+68 = 0$

$P \;:\; x^2-4x+4 = 16y-68+4$

$P \;:\; (x-2)^2 = 16(y-4)$

จุดยอดพาราโบลา คือ จุด $(2,4)$

จะได้ว่าจุดยอดของพาราโบลา เป็นจุดปลายจุดหนึ่งของแกนโทของวงรี
โดยที่วงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดยอดของพาราโบลา คือ จุด $(2,4)$
และ ผ่านจุด F_1, F_2 ของวงรี

จากรูปจะเห็นว่า $r = \sqrt{b_E^2+c_E^2} = \sqrt{a_E^2} = \sqrt{16} = 4$

แสดงว่า $C \;:\; (x-2)^2+(y-4)^2 = 4^2 \rightarrow C \;:\; x^2-4x+4+y^2-8y+16 = 16$

$\therefore\quad C \;:\; x^2+y^2-4x-8y+4 = 0$

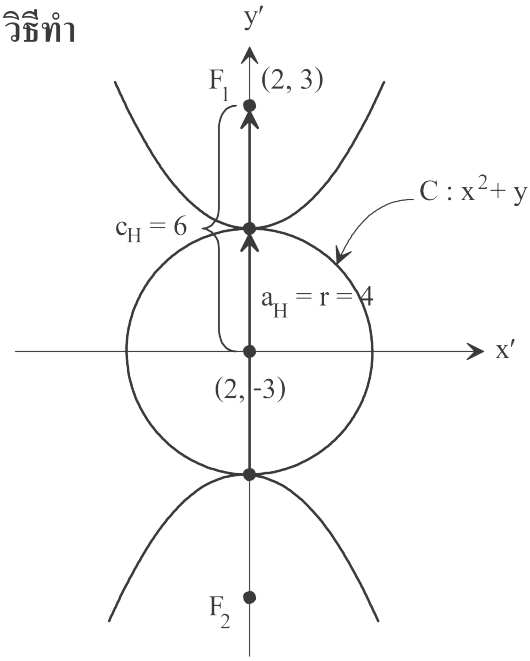
Tip ถ้าน้องช่างสังเกต จุดศูนย์กลางของวงกลมอยู่ที่จุด $(2,4)$
จะตัด choice ข้อ 3, 4, 5 ได้เลย

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

11.

ตอบ 1

วิธีทำ



มีจุดศูนย์กลางที่จุด $\left(-\frac{(-4)}{2}, -\frac{6}{2}\right) = (2,-3)$

มีรัศมี $r = \sqrt{2^2+3^2-(-3)} = 4$

$\because$ Hyperbola มีแกนสังคยุคขนานแกน x และมีเส้นเชื่อมจุดยอดเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม ดังนั้น Hyperbola จะเป็นดังรูป และจะได้ว่า $a_H = r = 4$ และเป็น Hyperbola ที่มีจุดศูนย์กลางเดียวกับวงกลม

$\because$ โฟกัสจุดหนึ่งของ Hyperbola อยู่บนเส้นตรง $x+y-5=0$ และค่า x ที่โฟกัส = 2

จะได้ว่า $2+y-5=0 \rightarrow y=3$ จุดโฟกัสดังกล่าวคือจุด $(2, 3)$

แสดงว่า $c_H = 6 \rightarrow c_H^2 = a_H^2+b_H^2 \rightarrow b_H^2 = 6^2-4^2 = 20$

$\therefore H : \frac{(y+3)^2}{16}-\frac{(x-2)^2}{20} = 1 \rightarrow H : 5(y^2+6y+9)-4(x^2-4x+4) = 80$

$H : 5y^2-4x^2+30y+16x+45-16 = 80$

$\therefore H : 5y^2-4x^2+16x+30y-51 = 0 \rightarrow H : 4x^2-5y^2-16x-30y+51 = 0$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

12.

ตอบ 1

วิธีทำ พิจารณา P(x)

$|x^4-4x^2-6| \geq |x^4-4x^2+14|$

$[(x^4-4x^2-6)-(x^4-4x^2+14)][(x^4-4x^2-6)+(x^4-4x^2+14)] \geq 0$

$(-20)(2x^4-8x^2+8) \geq 0$

$(-20)(2)(x^4-4x^2+4) \geq 0$

นำ –40 หาร $x^4-4x^2+4 \leq 0$

$(x^2-2)^2 \leq 0$

เนื่องจาก $(x^2-2)^2 \not< 0$ แน่ $\therefore (x^2-2)^2 = 0$

$x^2-2 = 0$

$x = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

$\therefore$ P(x) คือ $x \in \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

ดังนั้น $\forall x[P(x)] \equiv F$ แต่ $\exists x[P(x)] \equiv T$

พิจารณา Q(x)

$|x^2-2| \leq x^2-2$

$|x^2-2| = x^2-2$ ←

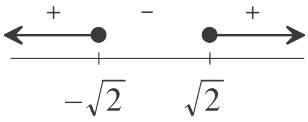
$\|A\| \leq A$
จะได้ $\|A\| = A$
เพราะ $\|A\| \not< A$

เมื่อ $|\square| =$ จะได้ $\square \geq 0$

$\therefore x^2-2 \geq 0$

$(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) \geq 0$

$x : \sqrt{2}, -\sqrt{2}$



$\therefore$ Q(x) คือ $x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$

จะพบว่า มี x บางจำนวนใน $\mathcal{U}$ เช่น $x = \sqrt{2}$

ซึ่ง $\sqrt{2} \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$ ดังนั้น $\exists x[Q(x)] \equiv T$

แต่ $[1, \infty) \not\subset (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$ ดังนั้นจึงมี x บางจำนวนใน $\mathcal{U}$

ที่ไม่ได้อยู่ใน $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$ เช่น $x = 1$ ดังนั้น $\forall x[Q(x)] \equiv F$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

พิจารณา (ก)

$\exists x[P(x)] \vee \forall x[Q(x)] \equiv T \quad \therefore$ (ก) ถูก

(T) (F)

พิจารณา (ข) โดย $\forall x[\sim Q(x)] \equiv \sim \exists x[Q(x)] \equiv F$

$\forall x[\sim Q(x)] \rightarrow \forall x[P(x)] \equiv T \quad \therefore$ (ข) ถูก

(F) (F)

พิจารณา (ค)

$\exists x[\sim P(x) \wedge Q(x)]$ มีความหมายคือ

$\exists x[x \neq \sqrt{2}, -\sqrt{2} \wedge x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)] \equiv T$

เช่น $x = 3 \quad \therefore$ (ค) ผิด

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

13.

ตอบ 4

วิธีทำ
$$\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}(x^2+4x+4)^{\frac{1}{2}} \leq \log_{0.2}(x+58)$$
$$\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}\sqrt{(x+2)^2} \leq \log_{0.2}(x+58)$$
$$\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}|x+2| \leq \log_{0.2}(x+58)$$

จาก $\log_{0.2}(x^3+8) \rightarrow x^3+8>0 \rightarrow x^3>-8 \quad \therefore x>-2$ แน่ๆ

ทำให้ $|x+2| = x+2$

จะได้
$$\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}(x+2) \leq \log_{0.2}(x+58)$$
$$\log_{0.2}\left(\frac{x^3+8}{x+2}\right) \leq \log_{0.2}(x+58)$$
$$\frac{x^3+8}{x+2} \geq x+58$$
$$\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)} \geq x+58$$

จากเงื่อนไขหลัง log ของ $\log_{0.2}(x^3+8)$ ทำให้ $x>-2$ และ $x+2>0$ แน่ๆ

จะได้
$$x^2-2x+4 \geq x+58$$
$$x^2-3x-54 \geq 0$$
$$(x-9)(x+6) \geq 0$$



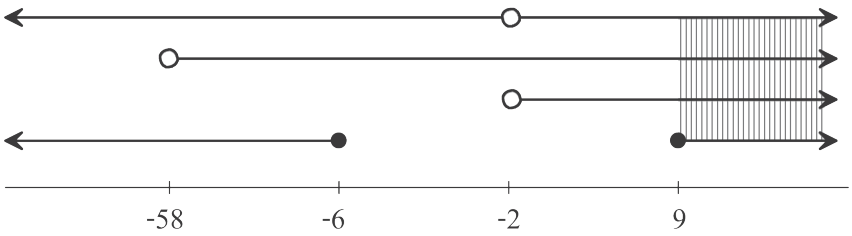
เงื่อนไขหลัง log

(1) $x^3+8 > 0 \rightarrow$ $\boxed{x > -2}$

(2) $(x+2)^2 > 0 \rightarrow$ $\boxed{x \neq -2}$

(3) $x+58 > 0 \rightarrow$ $\boxed{x > -58}$

นำคำตอบที่ได้ Intersect กับ เงื่อนไข



$\therefore x \in [9,\infty)$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

14.

ตอบ 2

วิธีทำ $0^\circ \le x \le 90^\circ$

$2(2\cos 3x \cos x)\cos 2x = 1 \rightarrow 2\cos 2x(\cos 4x + \cos 2x) = 1$

$2\cos 2x(2\cos^2 2x - 1 + \cos 2x) = 1 \rightarrow 4\cos^3 2x + 2\cos^2 2x - 2\cos 2x - 1 = 0$

$2\cos^2 2x(2\cos 2x + 1) - (2\cos 2x + 1) = 0 \rightarrow (2\cos 2x + 1)(2\cos^2 2x - 1) = 0$

กรณีที่ 1 $2\cos 2x + 1 = 0 \quad , \quad 0^\circ \le 2x \le 180^\circ$

$\cos 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow 2x = 120^\circ \rightarrow x = 60^\circ$

กรณีที่ 2 $2\cos^2 2x - 1 = 0 \quad , \quad 0^\circ \le 2x \le 180^\circ$

$\cos^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \cos 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$2x = 45^\circ , 135^\circ \rightarrow x = 22.5^\circ , 67.5^\circ$

$\therefore \sin(x_1 + x_2 + x_3) = \sin(60^\circ + 22.5^\circ + 67.5^\circ) = \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

15.

ตอบ 2

วิธีทำ $|\vec{c}-\vec{a}|^2 = |\vec{c}|^2-2\vec{c}\cdot\vec{a}+|\vec{a}|^2$

$(2\sqrt{2})^2 = |\vec{c}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}+9 \quad , \quad |\vec{a}|^2 = 2^2+1^2+(-2)^2 = 9$

จาก $\vec{a}\cdot\vec{c} = |\vec{c}|$ จะได้

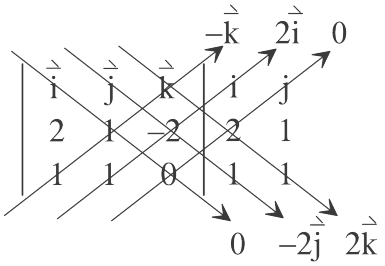
$8 = |\vec{c}|^2-2|\vec{c}|+9$

$0 = |\vec{c}|^2-2|\vec{c}|+1$

$0 = (|\vec{c}|-1)^2$

$|\vec{c}| = 1$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$



$= 2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$

$\therefore |\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{(2)^2+(-2)^2+1^2} = 3$

$|(\vec{a}\times\vec{b})|\times\vec{c} = |\vec{a}\times\vec{b}|\cdot|\vec{c}|\cdot\sin 30^\circ$

$= 3\cdot 1\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

16.

ตอบ 5

วิธีทำ ถ้า $z+\frac{1}{z} = 2\cos\theta$ แล้ว $z^n+\frac{1}{z^n} = 2\cos n\theta$

$z+\frac{1}{z} = \sqrt{2} = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\cos\frac{\pi}{4}$

$\therefore z^{17}+\frac{1}{z^{17}} = 2\cos 17\frac{\pi}{4} = 2\cos(4\pi+\frac{\pi}{4}) = 2\cos\frac{\pi}{4} = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

17.

ตอบ 3

วิธีทำ จำนวนเต็มที่มากกว่า 10,000 ที่สร้างจาก 0, 2, 4, 6, 8
สร้างโดย นำ 0, 2, 4, 6, 8 มาเรียง โดยหลักหมื่น $\neq 0$

ขั้นที่ 1 พิจารณา จำนวนทั้งหมดที่เกิดจากการนำ 0, 2, 4, 6, 8 มาเรียง
จะมี $5! = 120$ วิธี ดังนี้

$$\left.\begin{array}{l} 0\ 2\ 4\ 6\ 8 \\ 0\ 2\ 4\ 8\ 6 \\ 0\ 2\ 6\ 4\ 8 \\ \quad\quad\ \vdots \\ 8\ 6\ 4\ 2\ 0 \end{array}\right\} \text{นำทั้ง 120 จำนวนมาบวกกัน}$$

□□□□□ → ผลบวกเลขโดดทุกหลักจะคงที่

$= (0+2+4+6+8)\times 24 = 480$

ผลบวกทั้ง 120 จำนวน $= 480(1+10+100+1000+10000)$

$= 5,333,280$

ขั้นที่ 2 พิจารณา จำนวนที่หลักหมื่น $= 0$

$$\boxed{0}\underbrace{_\ _\ _\ _}$$

สลับ 2, 4, 6, 8 ได้ $4!$ วิธี
มีทั้งสิ้น $4! = 24$ จำนวน

$$\left.\begin{array}{l} 0\ 2\ 4\ 6\ 8 \\ 0\ 2\ 4\ 8\ 6 \\ \quad\quad\ \vdots \\ 0\ 8\ 6\ 4\ 2 \end{array}\right\} \text{นำทั้ง 24 จำนวนบวกกัน}$$

0 ▨▨▨▨ → ผลบวกเลขโดดจะคงที่

$= (2+4+6+8)\times 6 = 120$

$\therefore$ ผลบวกทั้ง 24 จำนวน $= 120(1+10+100+1000)$

$= 133,320$

นำคำตอบทั้ง 2 ขั้นตอนมาลบกัน

$\therefore$ ผลบวกของจำนวนเต็มทั้งหมดที่มากกว่า 10,000
คือ $5,333,280 - 133,320 = 5,199,960$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

18.

ตอบ 3

วิธีทำ แบ่งกรณีการเชิญได้ดังนี้

ชาย 3		หญิง 3		จำนวนวิธี
สามี	ภรรยา	สามี	ภรรยา	
3	0	0	3	$\binom{3}{3}\binom{3}{3} = 1$
2	1	1	2	$\binom{3}{2}\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{3}{2} = 144$
1	2	2	1	$\binom{3}{1}\binom{4}{2}\binom{4}{2}\binom{3}{1} = 324$
0	3	3	0	$\binom{4}{3}\binom{4}{3} = 16$

รวมทั้ง 4 กรณี จะสามารถเชิญได้ 485 วิธี

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

19.

ตอบ 2

วิธีทำ โจทย์ถาม $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-1}{x-1}=\frac{f(1)-1}{0}$

เมื่อดูจากตัวเลือก พบว่า ต้องเป็น $\frac{0}{0}$ แน่ๆ ดังนั้น $\boxed{f(1)=1}$

ใช้กฎของ L' Hospital ต่อจะได้

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{1}=f'(1)$$

จาก $2f(x+y)+f(x-y)+3y^2 = 3f(x)-2xy$

แทน $x=0$, $2f(y)+f(-y)+3y^2 = 3f(0)$

เปลี่ยน y เป็น x, $2f(x)+f(-x) = -3x^2$

diff ทั้ง 2 ข้าง, $2f'(x)+f'(-x)\cdot\frac{d}{dx}(-x) = -6x$

$2f'(x)-f'(-x) = -6x$

แทน $x=1$, $2f'(1)-f'(-1) = -6$ ———(1)

แทน $x=-1$, $2f'(-1)-f'(1) = 6$ ———(2)

(1) × (2) $4f'(1)-2f'(-1) = -12$ ———(3)

(2) + (3), $3f'(1) = -6 \quad \therefore f'(1) = -2$

20.

ตอบ 2

วิธีทำ ให้ $\frac{2x+3}{2x-3}=A \to 2x+3=A(2x-3) \to 2x-2Ax=-3A-3$

$x(2-2A)=-3A-3 \to x=\frac{3A+3}{2A-2}=\frac{3}{2}\left(\frac{A+1}{A-1}\right)$

จาก $3f\left(\frac{2x+3}{2x-3}\right)=2x-3$

$3f(A)=2\left(\frac{3}{2}\left(\frac{A+1}{A-1}\right)\right)-3$

$f(A)=\frac{A+1}{A-1}-1=\frac{2}{A-1}$

$\therefore \quad f(x)=\frac{2}{x-1}$

$\int f(x)dx = \int\frac{2}{x-1}dx = 2\ln|x-1|+c = \ln|x-1|^2+c$

$= \ln(x-1)^2+c$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

21.

ตอบ 3

วิธีทำ

$$A = \sum_{n=1}^{19}(2n-1)(2n)+39$$

$$B = 1+\sum_{n=1}^{19}(2n)(2n+1)$$

$$B-A = -38+\sum_{n=1}^{19}(2n)(2n+1)-\sum_{n=1}^{19}(2n-1)(2n)$$

$$= -38+\sum_{n=1}^{19}\left[4n^2+2n-(4n^2-2n)\right]$$

$$= -38+4\sum_{n=1}^{19}n = -38+\frac{4(19)(19+1)}{2} = -38+(38)(20)$$

$$B-A = 19(38)$$

$$\therefore \frac{1}{38}(B-A) = 19$$

22.

ตอบ 3

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4}$, $a_2 = \frac{1+2}{2\cdot3\cdot4\cdot5}$, $a_3 = \frac{1+2+3}{3\cdot4\cdot5\cdot6}$

จะได้ว่า $a_n = \frac{1+2+3+.....+n}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{\frac{n}{2}(n+1)}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$

$$a_n = \frac{1}{2(n+2)(n+3)}$$

$$S_\infty = a_1+a_2+a_3+.....$$

$$= \frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{2\cdot4\cdot5}+\frac{1}{2\cdot5\cdot6}+.....$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\frac{1}{5\cdot6}+.....\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4-3}\left(\frac{1}{3}\right)\right] = \frac{1}{6}$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

23.

ตอบ 4

วิธีทำ หาฐานนิยม

อันตรภาคชั้น	ความถี่ (f)	ความกว้างชั้น (I)	$\frac{f}{I}$
0 - 5	16	6	$\frac{16}{6} \approx 2.67$
6 - 10	18	5	$\frac{18}{5} = 3.6 \rightarrow$ MAX
11 - 20	26	10	$\frac{26}{10} = 2.6$
21 - 30	20	10	2

* ความกว้างชั้นหาโดย ความกว้าง (I) = ขอบบน - ขอบล่าง

เช่น ชั้น 0 - 5 $I = 5.5 - (-0.5) = 6$

สำหรับตารางที่มีความกว้าง (I) ในแต่ละชั้นไม่เท่ากัน

ฐานนิยม = จุดกึ่งกลางชั้นที่มีความถี่ต่อความกว้าง $(\frac{f}{I})$ มากที่สุด

$= \frac{6+10}{2} = 8$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

และสำหรับ P_{75}

พบว่า ตำแหน่งของ $P_{75} = \frac{75}{100}(80) = 60$

อัตรภาคชั้น	ความถี่ (f)	ความถี่สะสม (F)
0 - 5	16	16
6 - 10	18	34
11 - 20	26	60
21 - 30	20	80
รวม	**80**	

เมื่อ ตำแหน่งของ P_{75} ซึ่งเท่ากับ 60 ไปตรงกับความถี่สะสมของชั้น 11- 20

จะได้ว่า P_{75} = ขอบบนชั้น 11 - 20

= 20.5

$\therefore$ P_{75} – ฐานนิยม = 20.5 – 8

= 12.5

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

24.

ตอบ 4

วิธีทำ เมื่อมีการแจกแจงแบบปกติ

$$\mu = \text{Med} = 50$$

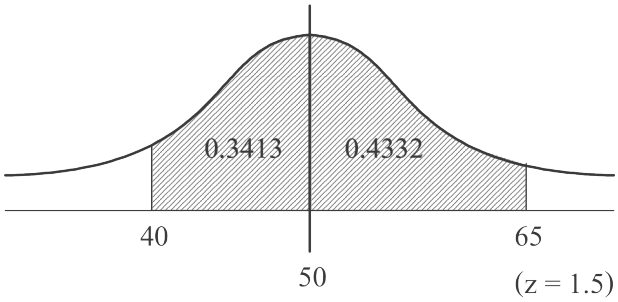
จากโจทย์ ส.ป.ส. การแปรผัน = 20%

$$\frac{\sigma}{50} = \frac{20}{100}$$

$$\therefore \quad \sigma = 10$$

เมื่อ $x_1 = 65 \rightarrow z_1 = \frac{65-50}{10} = 1.5 \rightarrow A = 0.4332$

เมื่อ $x_1 = 40 \rightarrow z_2 = \frac{40-50}{10} = -1 \rightarrow A = 0.3413$



$A_{\text{รวม}} = 0.4332 + 0.3413 = 0.7745$

คิดเป็น $0.7745 \times 2000 = 1549$ $\therefore$ จะมีทั้งหมดประมาณ 1549 คน

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

25.

ตอบ 1

วิธีทำ พิจารณา (ก) และ (ข)

เมื่อนำข้อมูลชุด A แต่ละตัวคูณ a และลบออกด้วย a และลบออกด้วย 1
จะได้ข้อมูลชุด B

เช่น $\underbrace{ax_1 - 1}_{\text{ข้อมูลชุด B}} = \underbrace{a(x_1 + 1)}_{\text{ข้อมูลชุด A}} - a - 1$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของชุด B $= a(k) - a - 1$ (ก) ถูก

และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด B $= |a| \cdot m$ (ข) ผิด

พิจารณา (ค)

จากกฎ 95 % เมื่อข้อมูลแจกแจงแบบปกติ จะมีข้อมูลประมาณ 95%
ที่มีค่าอยู่ระหว่าง $\mu - 2 \cdot SD$ กับ $\mu + 2 \cdot SD$
ข้อมูลชุด A ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ และมีทั้งหมด 100 ตัว
(ได้แก่ $x_1 + 1, x_2 + 1, \ldots, x_{100} + 1$) จึงมีข้อมูลอยู่ประมาณ 95 ตัว
ที่มีค่าระหว่าง $k - 2m$ และ $k + 2m$ (ค) ผิด

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

26.

ตอบ 2

วิธีทำ โยนลูกเต๋า 2 ลูก $n(S) = 6\times 6 = 36$

ให้ A แทน เหตุการณ์ที่ผลรวมเป็น 5 : $(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)$

$$n(A) = 4 \rightarrow P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

ให้ B แทน เหตุการณ์ที่ผลรวมเป็น 7 : $(1,6),(6,1),(2,5),(5,2),(3,4),(4,3)$

$$n(B) = 6 \rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ให้ C แทน เหตุการณ์ที่ผลรวมเป็นเลขอื่น

$$P(C) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{6} = \frac{13}{18}$$

โจทย์ต้องการความน่าจะเป็นที่พี่กอล์ฟชนะเกมนี้

แสดงว่าผลรวมแต้มเป็น 5 ต้องเกิดก่อนผลรวมแต้มเป็น 7

หรือ เหตุการณ์ A เกิดก่อน B เท่านั้น

กรณีที่ 1 : โยนครั้งแรกแล้วเกิด A เลย

$$P(E_1) = P(A) = \frac{1}{9}$$

กรณีที่ 2 : โยนครั้งแรกเกิด C , ครั้งที่ 2 เกิด A

$$P(E_2) = P(C)\cdot P(A) = \left(\frac{13}{18}\right)\left(\frac{1}{9}\right)$$

กรณีที่ 3 : โยนครั้งแรกเกิด C , ครั้งที่ 2 เกิด C , ครั้งที่ 3 เกิด A

$$P(E_3) = P(C)\cdot P(C)\cdot P(A) = \left(\frac{13}{18}\right)^2\left(\frac{1}{9}\right)$$

กรณีต่อๆ ไปก็จะเป็นลักษณะเดียวกันนี้ไปเรื่อยๆ

$$\therefore P(E) = P(E_1)+P(E_2)+P(E_3)+\cdots$$

$$= \frac{1}{9}+\left(\frac{13}{18}\right)\left(\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{13}{18}\right)^2\left(\frac{1}{9}\right)+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{เป็นอนุกรมเรขาคณิต , } r=\frac{13}{18}$$

$$= \frac{\frac{1}{9}}{1-\frac{13}{18}} = \frac{2}{5}$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

27.

ตอบ 4

วิธีทำ

$$\lim_{n\to\infty} 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{17}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \ldots\ldots \cdot (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}}$$

$$= 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{7}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \ldots\ldots$$

$$= 2^{\frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots\ldots}$$

$$= 2^{S_\infty} \text{ เมื่อ } S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots\ldots$$

หา S_∞ จาก

$$S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots\ldots$$

$$-$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{8}+\frac{5}{16}+\frac{7}{32}+\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{4}+\left[\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}}\right] = \frac{3}{4}+\frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

$$S_\infty = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} 8^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{1}{8}} \cdot 128^{\frac{1}{16}} \cdot 512^{\frac{1}{32}} \cdot \ldots\ldots(2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}} = 2^{S_\infty} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

28.

ตอบ 2

วิธีทำ

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \rightarrow P^t = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad \text{ดังนั้น } P^t = P^{-1}$$

$$Q^{2559} = (PAP^{-1})^{2559}$$

$$= \underbrace{(PAP^{-1})(PAP^{-1}).....(PAP^{-1})}_{2559 \text{ วงเล็บ}} = PA^{2559}P^{-1}$$

$$\therefore P^tQ^{2559}P = P^{-1}(PA^{2559}P^{-1})P = A^{2559}$$

พิจารณา $A^2 = AA = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$A^3 = A^2A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{2559} = \begin{bmatrix} 1 & 2559 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

29.

ตอบ 2

วิธีทำ จาก Determinant ที่กำหนดให้ ดำเนินการตามแถวดังนี้

$$R_1 + R_3 \quad , \quad \begin{vmatrix} 6x+10 & 12x+16 & 18x+(a+c) \\ 3x+5 & 6x+8 & 9x+b \\ 4x+6 & 7x+9 & 10x+c \end{vmatrix}$$

$$R_1 - 2R_2 \quad , \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 & a+c-2b \\ 3x+5 & 6x+8 & 9x+b \\ 4x+6 & 7x+9 & 10x+c \end{vmatrix}$$

และโจทย์บอกว่า a, b, c เป็นลำดับเลขคณิต

แสดงว่า $b = \frac{a+c}{2} \rightarrow 2b = a+c$ ทำให้แถวที่ 1 เป็น 0 ทุกตัว

$$\therefore \begin{vmatrix} 2x+4 & 5x+7 & 8x+a \\ 3x+5 & 6x+8 & 9x+b \\ 4x+6 & 7x+9 & 10x+c \end{vmatrix} = 0 = a-2b+c$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

30.

ตอบ 3

ให้ C เป็นต้นทุนทั้งหมด

และ กำหนดให้ x คือปริมาณปุ๋ยชนิด A หน่วยเป็นถุง

y คือปริมาณปุ๋ยชนิด B หน่วยเป็นถุง

$\therefore C(x, y) = 97x + 189y$

และได้อสมการข้อจำกัด คือ

$5x + 3y \geq 45$

$2x + 3y \geq 36$

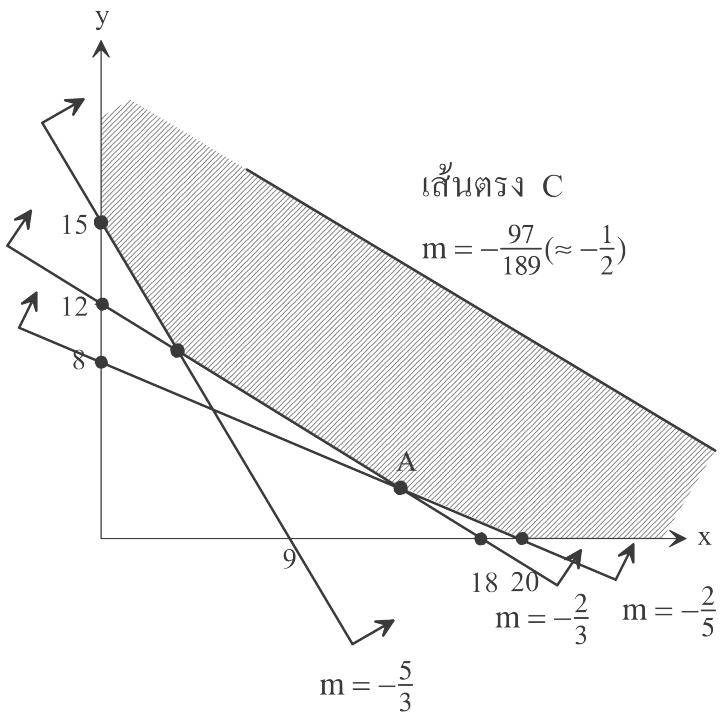
$2x + 5y \geq 40$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

และ $x, y \in I$



เราพบว่า $m = -\frac{97}{189} \approx -\frac{1}{2}$

ซึ่ง $m = -\frac{1}{2}$ จะชันมากกว่า $m = -\frac{2}{5}$ แต่จะชันน้อยกว่า $m = -\frac{2}{3}$

ดังนั้น เมื่อสไลด์เส้นตรง C ลงมาจะตัดจุด A เป็นจุดสุดท้าย

$\therefore$ จุด A จะให้ค่า C ต่ำสุด

หาจุด A

$2x + 5y = 40$ ———(1)

$2x + 3y = 36$ ———(2)

$(1) - (2)$, $2y = 4$

$y = 2$

แทน $y = 2$ ใน (1) ได้

$x = 15$

$\therefore$ จุด A มีพิกัด $(15, 2)$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

ดังนั้น ถ้าต้องการเตรียมปุ๋ยสูตรพิเศษให้ต้นทุนต่ำสุด
ต้องใช้ปุ๋ยชนิด A 15 ถุง และปุ๋ยชนิด B 2 ถุง
และจะมีต้นทุนซึ่งต่ำที่สุดนี้อยู่ $= 97\times 15+189\times 2$

$= 1833$ บาท

โดยปุ๋ยนี้จะมีฟอสฟอรัสอยู่ $5\times 15+3\times 2 = 81$ หน่วย

และจะมีไนโตรเจนอยู่ $2\times 15+3\times 2 = 36$ หน่วย

และจะมีโพแทสเซียมอยู่ $2\times 15+5\times 2 = 40$ หน่วย

ดังนั้น (ก) ผิด , (ข) และ (ค) ถูก

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

31.

ตอบ 0007.50

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า

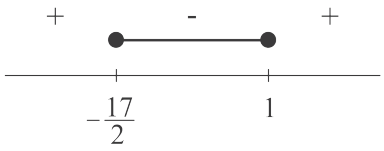
$$\frac{\sqrt[4]{17-15x-2x^2}}{x+3} \geq 0 \qquad \text{————(1)}$$

และสำหรับ $\sqrt[4]{A}$ จะมีเงื่อนไขว่า $A \geq 0$

ดังนั้น $17-15x-2x^2 \geq 0$

$2x^2+15x-17 \leq 0$

$(2x+17)(x-1) \leq 0$



$\therefore x \in [-\frac{17}{2}, 1]$

จาก (1) อสมการจะจริงได้โดยแยกเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 $\sqrt[4]{17-15x-2x^2} \geq 0$ และ $x+3 > 0$

จะได้ว่า $x \in [-\frac{17}{2}, 1]$ และ $x > -3$

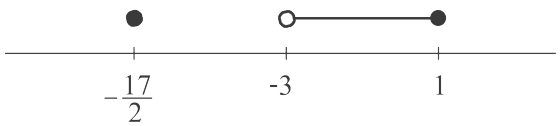
$\therefore x \in (-3, 1]$

กรณีที่ 2 $\sqrt[4]{17-15x-2x^2} \leq 0$ * และ $x+3 < 0$

จะได้ว่า $x = -\frac{17}{2}, 1$ และ $x < -3$

$\therefore x = -\frac{17}{2}$

ดังนั้น โดเมนของ $f = (-3, 1] \cup \{-\frac{17}{2}\}$



ขอบเขตบนน้อยสุด = 1

และ ขอบเขตล่างมากสุด = $-\frac{17}{2}$

$\therefore a = 1$, $b = -\frac{17}{2}$ และ $|a+b| = 7.5$

* $\sqrt[4]{17-15x-2x^2} \leq 0$ แยกเป็น

$\sqrt[4]{17-15x-2x^2} < 0$ (ไม่มีคำตอบ) หรือ $\sqrt[4]{17-15x-2x^2} = 0$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

ซึ่งจะได้ว่า

$$17 - 15x - 2x^2 = 0$$

$$2x^2 + 15x - 17 = 0$$

$$(2x + 17)(x - 1) = 0 \quad \therefore x = -\frac{17}{2}, 1$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

32.

ตอบ 0091.00

วิธีทำ

$$\begin{aligned} m^n &= (1+\cot^2 1^\circ)(1+\cot^2 3^\circ)(1+\cot^2 5^\circ).....(1+\cot^2 89^\circ) \\ &= \csc^2 1^\circ \csc^2 3^\circ \csc^2 5^\circ ..... \csc^2 89^\circ \\ &= (\csc 1^\circ \csc 3^\circ \csc 5^\circ ..... \csc 89^\circ)^2 \\ &= \left[\frac{1}{\sin 1^\circ \sin 3^\circ \sin 5^\circ ..... \sin 89^\circ}\right]^2 \\ &= \left[\frac{\sin 2^\circ \sin 4^\circ \sin 6^\circ ..... \sin 88^\circ}{\sin 1^\circ \sin 2^\circ \sin 3^\circ \sin 4^\circ ..... \sin 88^\circ \sin 89^\circ}\right]^2 \\ &= \left[\frac{\sin 2^\circ \sin 4^\circ \sin 6^\circ ..... \sin 88^\circ}{(\sin 1^\circ \sin 89^\circ)(\sin 2^\circ \sin 88^\circ) ..... (\sin 44^\circ \sin 46^\circ) \sin 45^\circ}\right]^2 \\ &= \left[\frac{2^{44} \sin 2^\circ \sin 4^\circ \sin 6^\circ ..... \sin 88^\circ}{(2\sin 1^\circ \cos 1^\circ)(2\sin 2^\circ \cos 2^\circ) ..... (2\sin 44^\circ \cos 44^\circ)(\frac{1}{\sqrt{2}})}\right]^2 \end{aligned}$$

$$m^n = \left[\frac{\sqrt{2}\cdot 2^{44} \sin 2^\circ \sin 4^\circ \sin 6^\circ ..... \sin 88^\circ}{\sin 2^\circ \sin 4^\circ ..... \sin 88^\circ}\right]^2 = 2\cdot 2^{88} = 2^{89}$$

$$\therefore m+n = 2+89 = 91$$

33.

ตอบ 3780.00

วิธีทำ

$$\begin{aligned} P(x) &= \tfrac{1}{2}[2\cos^2(30^\circ+x) - 2\cos(30^\circ+x)\cos(30^\circ-x) + 2\cos^2(30^\circ-x)] \\ &= \tfrac{1}{2}[1+\cos(60^\circ+2x) - (\cos 60^\circ + \cos 2x) + 1 + \cos(60^\circ-2x)] \\ &= \tfrac{1}{2}[\tfrac{3}{2} + (\cos(60^\circ+2x) + \cos(60^\circ-2x)) - \cos 2x] \\ &= \tfrac{1}{2}[\tfrac{3}{2} + 2\cos 60^\circ \cos 2x - \cos 2x] = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{3}{2}\right) = \tfrac{3}{4} \end{aligned}$$

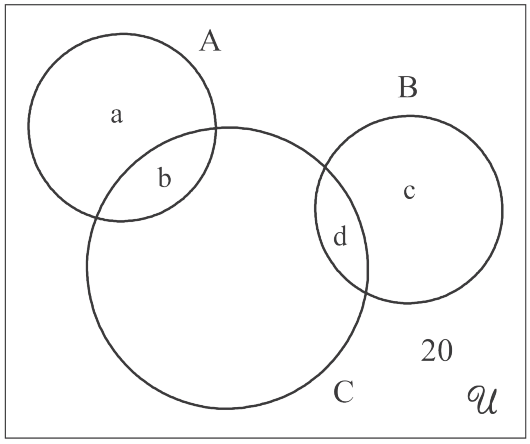
$$\therefore 8\sum_{x=1}^{35} x\,P(x) = 8\sum_{x=1}^{35} \tfrac{3}{4}x = 6\sum_{x=1}^{35} x = 6\frac{(35)(35+1)}{2} = 3{,}780$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

34.

ตอบ 0071.00

วิธีทำ



$\because$ $A \cap B = \varnothing$ จะสามารถเขียนได้ดังแผนภาพ และจาก

$n((A \cup B \cup C)') = 20$ และ $n(\mathcal{U}) = 120$

จะได้ว่า $n(A \cup B \cup C) = 100$

ให้ a, b, c, d แทนบริเวณดังแผนภาพ

$\because$ $n((A \cup B) \cap C) = 28 \rightarrow b + d = 28$

และจาก $n(A) + n(B) = 35 + 44 \rightarrow a + b + c + d = 79$

$\rightarrow a + c + 28 = 79 \rightarrow a + c = 51$

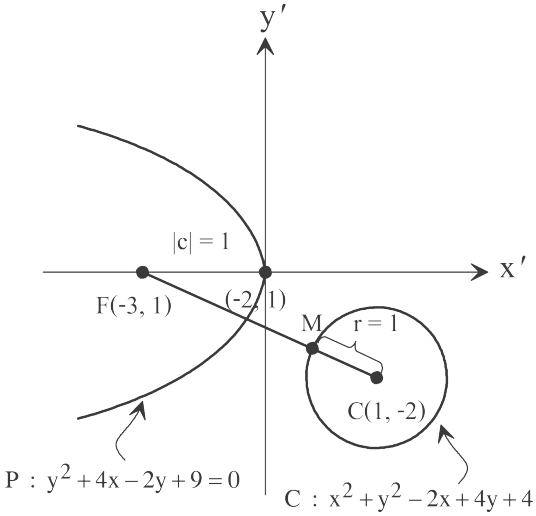
$\therefore n(C') = a + c + 20 = 51 + 20 = \boxed{71}$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

35.

ตอบ 0008.00

วิธีทำ



$$P \;:\; y^2+4x-2y+9 = 0$$

$$y^2-2y+1 = -4x-9+1$$

$$(y-1)^2 = -4(x+2)$$

$4c = -4 \rightarrow c = -1$ พาราเปิดซ้าย

$$C \;:\; x^2+y^2-2x+4y+4 = 0$$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $\left(-\frac{(-2)}{2}, -\frac{4}{2}\right) \rightarrow c(1,-2)$

มีรัศมี $r = \sqrt{1^2+2^2-4} = 1$

ความยาวส่วนของเส้นตรง

$FM = |FC| - |MC| = \sqrt{(-3-1)^2+(1-(-2))^2} - 1 = \sqrt{4^2+3^2} - 1 = 4$

ความยาวลาตัสเรกตัมของ $P = |4c| = |-4| = 4$

$\therefore$ ผลบวกของความยาว FM และความยาวลาตัสเรกตัมของ $P = 4+4 = 8$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

36.

ตอบ 0002.00

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
2-x+3\log_5 2 &= \log_5(3^x-5^{2-x}) \\
2-x &= \log_5(3^x-5^{2-x})-\log_5 2^3 \\
2-x &= \log_5\left(\frac{3^x-5^{2-x}}{8}\right) \\
5^{2-x} &= \frac{3^x-5^{2-x}}{8} \\
8(5^{2-x}) &= 3^x-5^{2-x} \\
9(5^{2-x}) &= 3^x \\
5^{2-x} &= 3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} \\
2-x &= 0 \\
\therefore\ x &= 2
\end{aligned}$$

ดังนั้น $A = \{2\}$

$n(A) = 1 \qquad \therefore n(P(A)) = 2^{n(A)} = 2^1 = 2$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

37.

ตอบ 0002.25

วิธีทำ ให้ $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{p(x)}{x^2}\right) = 2 \rightarrow \lim_{x\to 0}\left(\frac{p(x)}{x^2}\right) = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{ax^4+bx^3+cx^2+dx+e}{x^2}\right) = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\left(ax^2+bx+c+\frac{d}{x}+\frac{e}{x^2}\right) = 1 \text{ ได้เมื่อ } d = e = 0 \text{ และ } c = 1$$

ดังนั้น $p(x) = ax^4 + bx^3 + x^2$

และโจทย์บอกค่าวิกฤต $= 1, 2$ แสดงว่า $p'(1) = 0$, $p'(2) = 0$

$p'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2x$

$p'(1) = 4a + 3b + 2 = 0$ ————(1)

$p'(2) = 32a + 12b + 4 = 0$ ————(2)

$(1)\times 4$, $16a + 12b + 8 = 0$ ————(3)

$(2) - (3)$, $16a - 4 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{4}$

แทนใน (1) , $4\left(\frac{1}{4}\right) + 3b + 2 = 0 \rightarrow b = -1$

จะได้ $p(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2$

$\therefore p(-1) = \frac{1}{4} - (-1) + 1 = 2.25$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

38.

ตอบ 0004.00

วิธีทำ $(f(x))^2 \cdot f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = x^3$ ————(1)

แทน x ด้วย $\frac{1-x}{1+x}$ จะได้

$$\left(f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right)^2 \cdot f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 \quad \text{————(2)}$$

$(1)^2$, $(f(x))^4 \cdot \left(f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\right)^2 = x^6$ ————(3)

$\frac{(3)}{(2)}$, $(f(x))^3 = \frac{x^6}{\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3}$

$$f(x) = \frac{x^2}{\left(\frac{1-x}{1+x}\right)} = x^2\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = \frac{x^2+x^3}{1-x}$$

$$f'(x) = \frac{(1-x)(2x+3x^2)-(x^2+x^3)(-1)}{(1-x)^2}$$

$$f'(2) = \frac{(-1)(4+12)-(4+8)(-1)}{(-1)^2} = -4$$

$$\therefore \ |f'(2)| = |-4| = 4$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

39.

ตอบ 0007.00

วิธีทำ เมื่อเราพิจารณา $x * x = 1$

เราพบว่า $*$ อาจหมายถึงการหารก็ได้โดย

$$a * b = \frac{a}{b}$$

และเมื่อพิจารณา (1) พบว่า

$$x * (y * z) = (x * y) \cdot z$$

สอดคล้องกับการใช้ $*$ หมายถึงการหารโดย

$$\frac{x}{\frac{y}{z}} = \frac{x}{y} \cdot z$$

ดังนั้น สมการ

$$2559 * (3 * x) = 5971$$

$$\frac{2559}{\frac{3}{x}} = 5971$$

$$\frac{2559}{3} \cdot x = 5971$$

$$x = 7$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

40.

ตอบ 0001.00

วิธีทำ เราแยกเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 เราจะพบว่า $a=0, b=0$ และ $c=0$ เป็นคำตอบของระบบสมการ $(*)$

กรณีที่ 2 เมื่อนำแต่ละสมการมากลับเศษส่วนจะได้

$$\frac{4a^2+1}{4a^2} = \frac{1}{b} \rightarrow 1+\frac{1}{4a^2} = \frac{1}{b} \quad \text{———(1)}$$

$$\frac{4b^2+1}{4b^2} = \frac{1}{c} \rightarrow 1+\frac{1}{4b^2} = \frac{1}{c} \quad \text{———(2)}$$

$$\frac{4c^2+1}{4c^2} = \frac{1}{a} \rightarrow 1+\frac{1}{4c^2} = \frac{1}{a} \quad \text{———(3)}$$

$(1)+(2)+(3)$, $1+\frac{1}{4a^2}+1+\frac{1}{4b^2}+1+\frac{1}{4c^2} = \frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}$

$$\left(\frac{1}{4a^2}-\frac{1}{a}+1\right)+\left(\frac{1}{4b^2}-\frac{1}{b}+1\right)+\left(\frac{1}{4c^2}+\frac{1}{c}+1\right) = 0$$

$$\left[\left(\frac{1}{2a}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2a}\cdot 1+1^2\right]+\left[\left(\frac{1}{2b}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2b}\cdot 1+1^2\right]+\left[\left(\frac{1}{2c}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2c}\cdot 1+1^2\right] = 0$$

$$\left[\frac{1}{2a}-1\right]^2+\left[\frac{1}{2b}-1\right]^2+\left[\frac{1}{2c}-1\right]^2 = 0$$

จาก $A^2+B^2+C^2 = 0$ จะได้ $A=0$ และ $B=0$ และ $C=0$

ดังนั้น $\frac{1}{2a}-1=0$ และ $\frac{1}{2b}-1=0$ และ $\frac{1}{2c}-1=0$

จะได้ $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$ และ $c=\frac{1}{2}$

$\therefore A = \{(0,0,0), (\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})\}$ แสดงว่า

$2a^2+b^2+c^2 = 2\cdot 0^2+0^2+0^2$ หรือ $2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 0$ หรือ 1

$\therefore S = \{0, 1\}$ และค่ามากที่สุดของสมาชิกใน S คือ 1

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

41.

ตอบ 4096.00

วิธีทำ $z^{12} = 1 \rightarrow z^{12} - 1 = 0$ ให้ $P(z) = z^{12} - 1$

จากโจทย์ $1, z_1, z_2, z_3, ..., z_{11}$ เป็นคำตอบของ $P(z) = 0$

จะได้ว่า $(z-1), (z-z_1), (z-z_2), ..., (z-z_{11})$ เป็นตัวประกอบของ $P(z)$

ดังนั้น $(z-1)(z-z_1)(z-z_2).....(z-z_{11}) = z^{12} - 1$ แทนค่า $z = 2$ จะได้ว่า

$$(1)(2-z_1)(2-z_2).....(2-z_{11}) = 2^{12} - 1$$

$$\therefore\ 1+(2-z_1)(2-z_2).....(2-z_{11}) = 2^{12} = 4{,}096$$

42.

ตอบ 0000.50

วิธีทำ **บังคับ Con ที่ $x = \frac{\pi}{4}$**

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\left(\frac{\pi}{4}\right)\cot\frac{\pi}{4} + b = \frac{\pi}{2} + b$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}^-} (x + a\sqrt{2}\sin x) = \frac{\pi}{4} + a\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + a$$

(=)

จะได้ $\frac{\pi}{2} + b = \frac{\pi}{4} + a \rightarrow a - b = \frac{\pi}{4}$ ———(1)

บังคับ Con ที่ $x = \frac{\pi}{2}$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\left(\frac{\pi}{2}\right)\cot\frac{\pi}{2} + b = \pi(0) + b = b$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} (a\cos 2x - b\sin x) = a\cos\pi - b\sin\frac{\pi}{2} = -a - b$$

(=)

จะได้ $b = -a - b \rightarrow a + 2b = 0$ ———(2)

$(2) - (1)$, $3b = -\frac{\pi}{4} \rightarrow b = -\frac{\pi}{12}$ และ $a = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore \sin 2(a+b) = \sin 2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

43.

ตอบ 0003.00

วิธีทำ

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{2n\pi}{12n+1} + \lim_{n\to\infty} \cos\frac{2n\pi}{3n-1}$$

$$= \sin\frac{2\pi}{12} + \cos\frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} b_n = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{2}-1}{\sqrt[3n]{2}-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{1}{n}}-1}{2^{\frac{1}{3n}}-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{(2^{\frac{1}{3n}})^3-1^3}{2^{\frac{1}{3n}}-1}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(2^{\frac{1}{3n}}-1)[(2^{\frac{1}{3n}})^2+(2^{\frac{1}{3n}})+1^2]}{2^{\frac{1}{3n}}-1}$$

$$= \lim_{n\to\infty} (2^{\frac{2}{3n}}+2^{\frac{1}{3n}}+1) = 2^0+2^0+1 = 3$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} (a_n+b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n + \lim_{n\to\infty} b_n = 0+3 = 3$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

44.

ตอบ 0008.00

วิธีทำ

$$\underline{x} \quad \underline{25} \quad \underline{25} \quad \underline{y} \quad \underline{x+7}$$

$$\uparrow \text{Med} \qquad \uparrow Q_3$$

ตำแหน่งของ $Q_3 = \frac{3}{4}(N+1) = \frac{3}{4}(5+1) = 4.5$

ดังนั้น $Q_3 = \frac{y+(x+7)}{2}$

$$28 = \frac{y+x+7}{2}$$

$$x+y = 49 \qquad \text{————(1)}$$

จาก $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

$$26 = \frac{x+25+25+y+(x+7)}{5}$$

$$2x+y = 73 \qquad \text{————(2)}$$

$(2)-(1)$, $x = 24$

แทน $x = 24$ ใน (1) ได้ $y = 25$

จะได้ข้อมูลชุดนี้คือ

$$\underline{24} \quad \underline{25} \quad \underline{25} \quad \underline{25} \quad \underline{31}$$

จาก $S^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1}$

$$= \frac{(24-26)^2+(25-26)^2+(25-26)^2+(25-26)^2+(31-26)^2}{5-1}$$

$$= \frac{4+1+1+1+25}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร

45.

ตอบ 0011.50

วิธีทำ

พ.ศ.	x	y	xy	x^2
2554	–5	12	–60	25
2555	–3	12	–36	9
2556	–1	15	–15	1
2557	1	16	16	1
2558	3	20	60	9
2559	5	21	105	25

สมมติ x โดยให้ พ.ศ. ตรงกลาง (2555, 2556) เป็น –1, 1 และ 1 ปีพ.ศ. กระโดดที่ละ 2 ซึ่งจะทำให้คำนวณง่าย เพราะ $\Sigma x = 0$ และจากตารางได้ว่า $N = 6,\ \Sigma y = 96,\ \Sigma xy = 70,\ \Sigma x^2 = 70$

จากโจทย์ได้ความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้น $y = mx + c$ ———(1)

$$\Sigma y = m\Sigma x + N \cdot c$$
$$96 = m(0) + 6 \cdot c$$
$$c = 16$$

นำ x คูณสมการ (1)

จะได้ $xy = mx^2 + cx$

$$\Sigma xy = m\Sigma x^2 + c\Sigma x$$
$$70 = m(70) + c(0)$$
$$m = 1$$

จะได้สมการ $y = x + 16$

พ.ศ. 2560 $\rightarrow x = 7 \quad \therefore y = 7 + 16 = 23$

แสดงว่ากำไรทั้งปี พ.ศ. 2560 (12 เดือน) = 23 ล้านบาท

จะได้ว่ากำไรโดยเฉลี่ยใน 6 เดือนแรก พ.ศ. 2560 $= \frac{1}{2} \times 23 = 11.5$ ล้านบาท

เอกสารนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ โรงเรียนกวดวิชา วี บาย เดอะเบรน
สงวนลิขสิทธิ์ตามกฎหมาย ห้ามเผยแพร่ก่อนได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษร