

**คณิตศาสตร์ 1**  
**วิชาสามัญ**

**ข้อสอบพร้อมเฉลย**

**คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ (มี.ค. 62)**



By We Math Tutors

## ข้อสอบ คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ

1. ให้  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้า ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ  $a$  และ 24 เท่ากับ 6 และ 360 ตามลำดับ  
แล้ว  $a$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |        |       |
|--------|-------|
| 1. 30  | 2. 36 |
| 3. 42  | 4. 90 |
| 5. 150 |       |

2. กำหนดให้  $i^2 = -1$

$\left(\frac{1+i}{2} - \frac{1}{1+i}\right)^3$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |         |                   |
|---------|-------------------|
| 1. $-i$ | 2. $i$            |
| 3. $-8$ | 4. $-\frac{1}{8}$ |
| 5. 1    |                   |

3.  $\cos^4\left(\frac{5\pi}{12}\right) - \sin^4\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 2. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ |
| 3. $-\frac{1}{2}$        | 4. 0                     |
| 5. $\frac{1}{\sqrt{2}}$  |                          |

4. ให้ P เป็นจุดบนวงรี ซึ่งมีโฟกัสอยู่ที่  $F_1(0, -2)$  และ  $F_2(0, 2)$

ถ้า  $PF_1 = 7$  และ  $PF_2 = 3$

แล้ว สมการวงรีคือข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{x^2}{21} + \frac{y^2}{25} = 1$

2.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$

3.  $\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{9} = 1$

4.  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$

5.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

5. ถ้า A เป็นเมทริกซ์มิติ  $3 \times 3$  ซึ่ง

$$\det(2A) = 24$$

แล้ว  $\det(A^{-1})$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{12}$

2.  $\frac{1}{3}$

3. 3

4. 6

5. 12

6. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่  $a \neq 1$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$\log_a b = 3$$

และ  $\log b + \log a = 2$

แล้ว a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\sqrt{3}$

2. 2

3. 3

4.  $\sqrt{10}$

5. 10

7. ถ้าเส้นโค้งเส้นหนึ่งผ่านจุด (8, 10)

และมีความชันของเส้นโค้งที่จุด (x, y) ใดๆ เป็น  $\frac{1}{x^3}$

แล้ว เส้นโค้งนี้ผ่านจุดในข้อใดต่อไปนี้

- |           |           |
|-----------|-----------|
| 1. (0, 0) | 2. (0, 1) |
| 3. (0, 2) | 4. (0, 4) |
| 5. (0, 6) |           |

8.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x^2 + 5x - 14}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1. $-\frac{1}{5}$ | 2. $-\frac{1}{9}$ |
| 3. 0              | 4. $\frac{1}{9}$  |
| 5. $\frac{1}{5}$  |                   |

9. มีหนังสือภาษาไทยต่างกัน 2 เล่ม ภาษาอังกฤษต่างกัน 3 เล่ม และคณิตศาสตร์ต่างกัน 3 เล่ม ถ้าจะวางหนังสือเหล่านี้ซ้อนกันอยู่ในตู้เดียวกัน แล้วจำนวนวิธีที่จะจัดวางให้หนังสือวิชาเดียวกันอยู่ติดกันทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |             |             |
|-------------|-------------|
| 1. 18 วิธี  | 2. 54 วิธี  |
| 3. 72 วิธี  | 4. 108 วิธี |
| 5. 432 วิธี |             |

10. จำนวนจริง 100 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 80

ถ้าสุ่มจำนวนเหล่านี้มา 10 จำนวน พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 75.5

แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนที่เหลือ 90 จำนวน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |          |         |
|----------|---------|
| 1. 77.75 | 2. 78.5 |
| 3. 80.5  | 4. 81   |
| 5. 81.5  |         |

11. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$|x^2 - 72| = x$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. -1 | 2. 0  |
| 3. 8  | 4. 17 |
| 5. 19 |       |

12. เศษเหลือจากการหาร  $\left(\sum_{k=1}^{10} k!\right)^2$  ด้วย 5 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |      |      |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |
| 5. 4 |      |

13. กำหนดให้  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้า  $x+2$  หาร  $P(x)$  เหลือเศษ 2 และสมการ  $P(x) = 0$  มีคำตอบเป็นจำนวนตรรกยะอย่างน้อยหนึ่งตัว แล้ว  $a+b$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 11 | 2. 12 |
| 3. 13 | 4. 14 |
| 5. 15 |       |

14. ในรูปสามเหลี่ยม ABC

ถ้า  $AC = 2\sqrt{3}$ ,  $BC = 5$  และ  $\hat{A} = 120^\circ$

แล้ว  $\cos C$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                             |                            |
|-----------------------------|----------------------------|
| 1. $\frac{1}{2}$            | 2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$    |
| 3. $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$ | 4. $\frac{2+3\sqrt{2}}{8}$ |
| 5. $\frac{2+4\sqrt{3}}{10}$ |                            |

15. วงกลมที่อยู่เหนือแกน X

ซึ่งสัมผัสกับเส้นตรง  $4y = 3x$  ที่จุด  $(4, 3)$  และสัมผัสกับแกน Y  
มีรัศมีเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\sqrt{5}$  หน่วย
2.  $\frac{5}{2}$  หน่วย
3.  $\frac{13}{5}$  หน่วย
4.  $\frac{8}{3}$  หน่วย
5.  $2\sqrt{2}$  หน่วย

16. กำหนดให้ A, B และ C เป็นจุดในระบบพิกัดฉากสามมิติ และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

ABC เท่ากับ 1 ตารางหน่วย พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $\vec{AB} \times \vec{AC}$  ตั้งฉากกับ  $\vec{AB} + \vec{AC}$

ข.  $|\vec{AB} \times \vec{AC}| = 2$

ค.  $|\vec{AB}| |\vec{AC}| < 2$

ง.  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

17. กำหนดให้  $I$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ  $3 \times 3$

$$\text{และ } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

ถ้า  $A$  เป็นเมทริกซ์มิติ  $3 \times 3$  ซึ่ง  $AB^t = 2I$

$$\text{และ } A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                  |      |
|------------------|------|
| 1. $\frac{3}{2}$ | 2. 4 |
| 3. $\frac{9}{2}$ | 4. 6 |
| 5. 8             |      |

18. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$4^{|3x-1|} - 2^4 = 6(2^{|3x-1|})$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 1. $\frac{1}{3}$ | 2. $\frac{2}{3}$ |
| 3. 1             | 4. $\frac{4}{3}$ |
| 5. $\frac{5}{3}$ |                  |

19. เซตคำตอบของสมการ

$$\log(\log x) + \log(\log x^8 - 16) = 1$$

คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

- |                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| 1. $\{10, 100\sqrt{10}\}$  | 2. $\{100, 10\sqrt{10}\}$ |
| 3. $\{100, 100\sqrt{10}\}$ | 4. $\{100\sqrt{10}\}$     |
| 5. $\{10\sqrt{10}\}$       |                           |

20. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิต

$$\text{ถ้า } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 \text{ และ } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n = -\frac{2}{3}$$

แล้ว  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{3}$

2.  $\frac{4}{9}$

3.  $\frac{2}{3}$

4. 1

5.  $\frac{4}{3}$

21. กำหนดให้  $f(x) = x^3 + 2x + 3$

และ  $g(x) = f^{-1}(x)$  เป็นฟังก์ชันผกผันของ  $f(x)$

ค่าของ  $g'(6)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{6}$

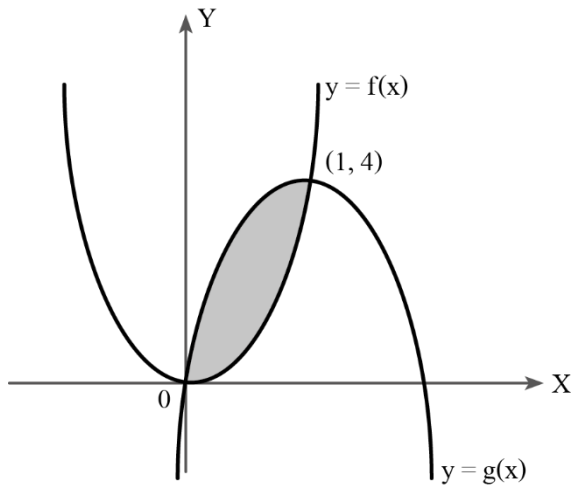
2.  $\frac{1}{5}$

3.  $\frac{1}{3}$

4.  $\frac{1}{2}$

5. 1

22. กำหนดให้  $y = f(x)$  เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(0, 0)$   
 และ  $y = g(x)$  เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่  $(1, 4)$   
 ซึ่งมีกราฟดังรูป



พื้นที่ของบริเวณที่แรเงา มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1. 1 ตารางหน่วย             | 2. $\frac{4}{3}$ ตารางหน่วย |
| 3. $\frac{3}{2}$ ตารางหน่วย | 4. $\frac{5}{3}$ ตารางหน่วย |
| 5. 2 ตารางหน่วย             |                             |

23. กล่องใบหนึ่งมีสลาก 9 ใบ ซึ่งเขียนหมายเลข 1, 2, 3, ....., 9

ถ้าสุ่มหยิบสลาก 3 ใบ พร้อมกันจากกล่องใบนี้ แล้วความน่าจะเป็นที่  
ผลคูณของหมายเลขทั้ง 3 เป็นจำนวนคู่ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{2}$

2.  $\frac{2}{3}$

3.  $\frac{16}{21}$

4.  $\frac{33}{42}$

5.  $\frac{37}{42}$

24. น้ำหนักของเด็กกลุ่มหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ

ถ้าเด็กที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 30 กิโลกรัม มีอยู่ 15.87%

และเด็กที่มีน้ำหนักมากกว่า 41 กิโลกรัม มีอยู่ 11.51%

แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กกลุ่มนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติดังนี้

| z       | 0.29   | 0.41   | 1      | 1.2    |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| พื้นที่ | 0.1141 | 0.1591 | 0.3413 | 0.3849 |

1. 34 กิโลกรัม

2. 34.5 กิโลกรัม

3. 35 กิโลกรัม

4. 35.5 กิโลกรัม

5. 36 กิโลกรัม

25. ให้  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$  เป็นข้อมูลชุดหนึ่ง

ซึ่งมี  $a, m, \bar{x}$  เป็นฐานนิยม มัธยฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิต ตามลำดับ  
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าเพิ่มข้อมูลอีก 1 ค่า คือ  $a$  ลงในข้อมูลชุดนี้

แล้วฐานนิยมของข้อมูลชุดใหม่ เท่ากับ ฐานนิยมของข้อมูลชุดเก่า

ข. ถ้าเพิ่มข้อมูลอีก 1 ค่า คือ  $m$  ลงในข้อมูลชุดนี้

แล้วมัธยฐานของข้อมูลชุดใหม่ เท่ากับ มัธยฐานของข้อมูลชุดเก่า

ค. ถ้าเพิ่มข้อมูลอีก 1 ค่า คือ  $\bar{x}$  ลงในข้อมูลชุดนี้

แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ เท่ากับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดเก่า

ง. ถ้าเพิ่มข้อมูลอีก 3 ค่า คือ  $a, m$  และ  $\bar{x}$  ลงในข้อมูลชุดนี้

แล้วพิสัยของข้อมูลชุดใหม่ เท่ากับ พิสัยของข้อมูลชุดเก่า

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                          |      |
|--------------------------|------|
| 1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก) | 2. 1 |
| 3. 2                     | 4. 3 |
| 5. 4                     |      |

26. ให้  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ค่าต่ำสุดของ

$$|2-x| + 2|3-x| + 2|5-\sqrt{2}-x| + 2|3+\sqrt{2}-x| + 2|5-x| + |6-x|$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 1. $3+4\sqrt{2}$ | 2. $4+3\sqrt{2}$ |
| 3. $4+4\sqrt{2}$ | 4. $5+4\sqrt{2}$ |
| 5. $5+5\sqrt{2}$ |                  |

27. กำหนดให้  $i^2 = -1$  และ  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

ถ้า  $S = \{(a, b, c) \mid i^a + i^b + i^c = 1 \text{ และ } a, b, c \in A\}$

แล้ว  $S$  มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |      |      |
|------|------|
| 1. 3 | 2. 4 |
| 3. 5 | 4. 7 |
| 5. 9 |      |

28. ถ้า  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับของจำนวนจริงบวก ซึ่ง  $a_1 = 2$

และ  $\log_{\frac{1}{3}} a_1, \log_{\frac{1}{3}} a_2, \dots, \log_{\frac{1}{3}} a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ  $\frac{1}{2}$

แล้ว  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1. $3 + \sqrt{3}$  | 2. $3 + 2\sqrt{3}$ |
| 3. $3 + 3\sqrt{3}$ | 4. 9               |
| 5. $6\sqrt{3}$     |                    |

29. ถ้า  $z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$

และ  $z_2 = 3 \left( \cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8} \right)$

แล้ว  $|z_1 - z_2|$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                |                |
|----------------|----------------|
| 1. $\sqrt{5}$  | 2. $\sqrt{6}$  |
| 3. 3           | 4. $2\sqrt{3}$ |
| 5. $3\sqrt{2}$ |                |

30. กำหนดให้  $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

ถ้าสุ่มหยิบสมาชิก 4 ตัวพร้อมกันจาก  $S$  เพื่อนำมาสร้างเมทริกซ์มิติ  $2 \times 2$

แล้วความน่าจะเป็นเมทริกซ์นั้นเป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐาน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1. $\frac{2}{3}$   | 2. $\frac{11}{15}$ |
| 3. $\frac{4}{5}$   | 4. $\frac{13}{15}$ |
| 5. $\frac{14}{15}$ |                    |

## เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ

1. ตอบ 4

วิธีทำ

จาก เมื่อ  $a, b \in I^+$  แล้ว

$$(a, b) \times [a, b] = a \times b$$

ดังนั้น  $(a, 24) \times [a, 24] = a \times 24$

$$6 \times 360 = a \times 24$$

$$a = \frac{6 \times 360}{24} = 90$$

2. ตอบ 1

วิธีทำ

$$\left( \frac{1+i}{2} - \left( \frac{1}{1+i} \right) \right)^3 = \left( \frac{1+i}{2} - \left( \frac{1-i}{2} \right) \right)^3 = (i)^3 = -i$$

\* หมายเหตุ พยายามให้เปิดหนังสือเรียน Complex Number หน้า 19 ดูประกอบด้วยครับ  
สอนไว้ตรงเป๊ะเวอร์ \*

3. ตอบ 1

วิธีทำ

$$\cos^4 A - \sin^4 A = (\cos^2 A - \sin^2 A)(\cos^2 A + \sin^2 A)$$

$$= (\cos 2A)(1)$$

$$= \cos 2A$$

$$\therefore \cos^4 \frac{5\pi}{12} - \sin^4 \frac{5\pi}{12} = \cos 2 \left( \frac{5\pi}{12} \right) = \cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

4. **ตอบ 1**

**วิธีทำ**

จากโจทย์กำหนด  $F_1(0, -2)$  และ  $F_2(0, 2)$

จะได้ว่าวงรีเป็นวงรีไข่ตั้งแนวๆ (ตัวมาก  $(a^2)$  อยู่ใต้ Gang y)

ตัดตัวเลือก 2, 3 และ 5 ได้

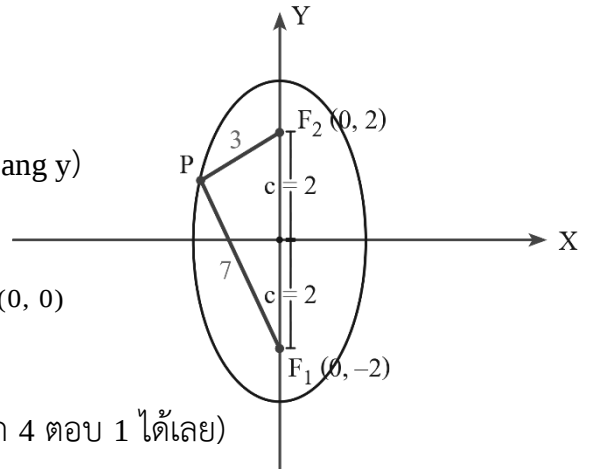
และจากโฟกัสจะได้ว่า จุดศูนย์กลางของวงรี คือ จุด  $(0, 0)$

จากนิยามวงรี :  $PF_1 + PF_2 = \text{คงที่} = 2a$

$$7 + 3 = 2a \rightarrow a = 5 \text{ (ตัดตัวเลือก 4 ตอบ 1 ได้เลย)}$$

$$\text{จาก } a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 5^2 = b^2 + 2^2 \rightarrow b^2 = 21$$

$$\text{ดังนั้น } E : \frac{x^2}{21} + \frac{y^2}{25} = 1$$



5. **ตอบ 2**

**วิธีทำ**

$$\text{จาก } \det(2A) = 24$$

$$2^3 \det A = 24 \rightarrow \boxed{\det A = 3}$$

$$\therefore \det A^{-1} = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{3}$$

6. **ตอบ 4**

**วิธีทำ**

$$\text{จาก } \log_a b = 3 \rightarrow \frac{\log b}{\log a} = 3$$

$$\log b = 3 \log a \text{ ———(1)}$$

$$\text{และ } \log b + \log a = 2 \text{ ———(2)}$$

$$\text{แทน (1) ใน (2), } 3 \log a + \log a = 2$$

$$\log a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$$

7. ตอบ 5

วิธีทำ

เส้นโค้งผ่าน  $(8, 10)$  แสดงว่า  $f(8) = 10$

ความชันของเส้นโค้งที่  $(x, y)$  ใดๆ  $= f'(x) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{1}{3} \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + c = \frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}} + c$$

$$\text{จาก } f(8) = 10 \rightarrow f(8) = \frac{1}{4}(8)^{\frac{4}{3}} + c = 10$$

$$\frac{1}{4}(2^4) + c = 10 \quad \therefore c = 6$$

$$\text{ดังนั้น } f(x) = \frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}} + 6$$

$$f(0) = 6 \quad \therefore \text{เส้นโค้งผ่าน } (0, 6)$$

8. ตอบ 2

วิธีทำ

ขณะ  $x \rightarrow 2^-$  ทำให้  $x - 2 < 0$  ดังนั้น  $|x - 2| = -(x - 2)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{x^2 + 5x - 14} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{(x - 2)(x + 7)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x + 7} = -\frac{1}{9} \end{aligned}$$

9. ตอบ 5

วิธีทำ

$$(T_1 T_2) (E_1 E_2 E_3) (M_1 M_2 M_3)$$

มัดหนังสือวิชาเดียวกันติดกัน แล้วสลับภายใน

จะได้  $3!2!3! = 432$  วิธี

10. ตอบ 3

วิธีทำ

แบ่งข้อมูลเป็น 2 กลุ่ม

กลุ่มที่ 1 10 ตัวที่สุ่มมา  $N_1 = 10$  ,  $\mu_1 = 75.5$

กลุ่มที่ 2 90 ตัวที่เหลือ  $N_2 = 90$  ,  $\mu_2 = ?$

โดย เมื่อรวม 2 กลุ่มจะมี 100 ตัว และ  $\mu_{รวม} = 80$

$$\mu_{รวม} = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2} \rightarrow 80 = \frac{(10)(75.5) + 90(\mu_2)}{10 + 90}$$

$$8000 = 755 + 90\mu_2$$

$$\therefore \mu_2 = 80.5$$

**ลัด** โดยเราจะใช้  $N'_1 = 1$  ,  $N'_2 = 9$  แทน  $N_1$  ,  $N_2$

และหัก  $\mu_1$  ,  $\mu_{รวม}$  ออก 80 ดังนั้น  $\mu'_1 = 75.5 - 80 = -4.5$

$\mu'_{รวม} = 80 - 80 = 0$  และสุดท้าย เมื่อได้  $\mu'_2$  ก็นำมาบวกเพิ่มอีก 80 เป็นคำตอบ

$$\mu'_{รวม} = \frac{N'_1 \mu'_1 + N'_2 \mu'_2}{N'_1 + N'_2} \Rightarrow 0 = \frac{1(-4.5) + 9 \cdot \mu'_2}{1 + 9}$$

$$\therefore \mu'_2 = 0.5 \rightarrow \mu_2 = 0.5 + 80 = 80.5$$

11. ตอบ 4

วิธีทำ

$$|x^2 - 72| = x$$

$$x^2 - 72 = x$$

หรือ

$$x^2 - 72 = -x$$

$$x^2 - x - 72 = 0$$

↓

$$x^2 + x - 72 = 0$$

$$(x - 9)(x + 8) = 0$$

$$(x + 9)(x - 8) = 0$$

$$x = 9, -8$$

$$x = -9, 8$$

$$\therefore x = \cancel{9}, \cancel{-8}, 8, 9 \quad **$$

**\*\*** แต่เราพบว่า  $-9, -8$  ใช้ไม่ได้

เพราะ  $|x^2 - 72| = x$  จะได้ว่า  $x \geq 0$  เท่านั้น

ดังนั้น ผลบวกของคำตอบทั้งหมด  $= 8 + 9 = 17$

12. ตอบ 5

วิธีทำ

การหาเศษที่เหลือจากการหารด้วย 5 พิจารณาเฉพาะหลักหน่วยก็พอ เช่น

**ตัวอย่างที่ 1** หาร  $139\underline{7}$  ด้วย 5

จะมีเศษเท่ากับหาร 7 ด้วย 5 ซึ่งตอบ 2

**ตัวอย่างที่ 2** หาร  $(1\underline{3} + 2\underline{4} + 3\underline{5})^2$  ด้วย 5 จะมีเศษ

เท่ากับ หาร  $(3 + 4 + 5)^2$  ด้วย 5 ซึ่งก็คือ

หาร  $14\underline{4}$  ด้วย 5 ซึ่งตอบ 4

$$\begin{aligned}
 \left( \sum_{k=1}^{10} k! \right)^2 &= (1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + \dots + 10!)^2 \quad * \\
 &= (\underline{1} + \underline{2} + \underline{6} + \underline{24} + \underline{120} + \dots \underline{0} + \dots + \dots \underline{0})^2 \\
 &= (1 + 2 + 6 + 4 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0)^2 \\
 &= 13^2 \\
 &= 16\underline{9}
 \end{aligned}$$

$\therefore$  เศษจากการหาร  $\left( \sum_{k=1}^{10} k! \right)^2$  ด้วย 5 จะเท่ากับเศษจากการหาร 9 ด้วย 5 ซึ่งจะเท่ากับ 4

\*  $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$

$1! = 1 \xrightarrow{\times 2}$

$2! = 2 \times 1 = 2 \xrightarrow{\times 3}$

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6 \xrightarrow{\times 4}$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \xrightarrow{\times 5}$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \xrightarrow{\times 6}$

$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \dots \underline{0}$

$7! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 7}$

$8! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 8}$

$9! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 9}$

$10! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 10}$

13. ตอบ 1

วิธีทำ

เมื่อ  $x+2$  ทหาร  $P(x)$  เหลือเศษ 2

$$\therefore P(-2) = 2$$

จากโจทย์ เมื่อแทน  $x = -2$

$$P(-2) = (-2)^3 + a(-2)^2 + b(-2) + 2$$

$$2 = -8 + 4a - 2b + 2$$

$$4a - 2b = 8$$

$$2a - b = 4 \quad \text{---(1)}$$

และจากสมการ  $P(x) = 0$  จะมีคำตอบเป็นจำนวนตรรกยะ

แสดงว่า คำตอบจะต้องเป็นตัวประกอบของเลขท้ายของ  $P(x)$  (ซึ่งก็คือ 2 นั่นเอง)

ดังนั้น  $x = 1$  หรือ  $-1$  หรือ  $2$  หรือ  $-2$

กรณี  $x = -2$  เป็นไปไม่ได้ เพราะ  $P(-2) = 2$  จึงเหลือ 3 กรณี คือ

$$\text{กรณีที่ 1 } x = 1 \rightarrow P(1) = 0 \rightarrow P(1) = 1^3 + a(1)^2 + b(1) + 2$$

$$0 = 1 + a + b + 2$$

$$a + b = -3$$

เป็นไปไม่ได้ เพราะ  $a, b \in I^+$  จะได้  $a + b > 0$  เสมอ

$$\text{กรณีที่ 2 } x = -1 \rightarrow P(-1) = 0 \rightarrow P(-1) = (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 2$$

$$0 = -1 + a - b + 2$$

$$a - b = -1 \quad \text{---(2)}$$

$$(1) - (2), a = 5$$

แทน  $a = 5$  ใน (2) ได้  $b = 6$

$$\text{กรณีที่ 3 } x = 2 \rightarrow P(2) = 0 \rightarrow P(2) = 2^3 + a(2)^2 + b(2) + 2$$

$$0 = 8 + 4a + 2b + 2$$

$$4a + 2b = -10$$

$$2a + b = -5$$

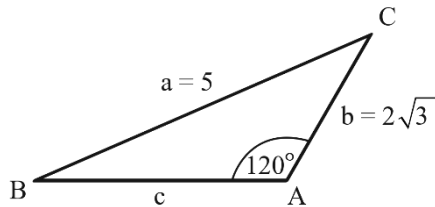
เป็นไปไม่ได้ เพราะ  $a, b \in I^+$  จะได้  $2a + b > 0$  เสมอ

$$\therefore a + b = 5 + 6 = 11$$

14. ตอบ 3

วิธีทำ

วาดรูปตามโจทย์จะได้



$$\text{จากกฎของ cos} \rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \rightarrow \cos 120^\circ = \frac{(2\sqrt{3})^2 + c^2 - 5^2}{2(2\sqrt{3})c}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) 2(2\sqrt{3})c = c^2 - 13 \rightarrow c^2 + 2\sqrt{3}c - 13 = 0$$

$$c = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-13)}}{2} = \frac{-2\sqrt{3} \pm 8}{2}$$

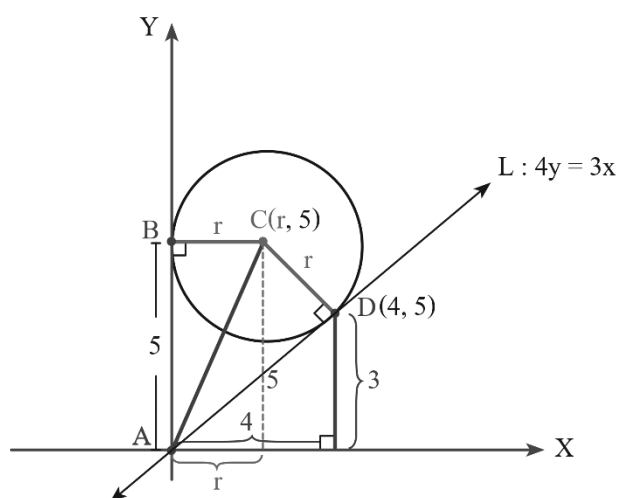
$$c = 4 - \sqrt{3}, \quad (-4 - \sqrt{3}) \text{ ใช้ไม่ได้เพราะ } c > 0$$

จากกฎของ cos

$$\begin{aligned} \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{5^2 + (2\sqrt{3})^2 - (4 - \sqrt{3})^2}{2(5)(2\sqrt{3})} = \frac{25 + 12 - (19 - 8\sqrt{3})}{20\sqrt{3}} \\ &= \frac{18 + 8\sqrt{3}}{20\sqrt{3}} = \frac{(18 + 8\sqrt{3})\sqrt{3}}{(20\sqrt{3})\sqrt{3}} = \frac{24 + 18\sqrt{3}}{60} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{10} \end{aligned}$$

15. ตอบ 2

วิธีทำ



เส้นตรง  $L : 4y = 3x$

ความชันเส้นตรง  $L(m) = \frac{3}{4}$

จะสามารถวาดได้ดังรูป

จากรูป ค่า  $x$  ที่จุดศูนย์กลางวงกลม  $= r$

ให้  $A, B, C$  และ  $D$  คือ จุดดังรูป

พบว่า เมื่อลากเส้นจากจุด  $D$  ตั้งฉากแกน  $X$   
 จะได้สามเหลี่ยมมุมฉากและได้ว่า  $AD = 5$

เมื่อลากเส้นเชื่อมระหว่าง  $AD$  พบว่า  $\triangle ABC$  และ  $\triangle ADC$  เป็นสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ  
 ดังนั้น  $AB = AD = 5$  จะได้ว่า จุด  $C(r, 5)$

จากรูป

$$CD = r$$

$$CD^2 = r^2$$

$$(r - 4)^2 + 2^2 = r^2$$

$$r^2 - 8r + 16 + 4 = r^2$$

$$8r = 20$$

$$r = \frac{5}{2}$$

$\therefore$  รัศมีของวงกลมเท่ากับ  $\frac{5}{2}$  หน่วย

16. ตอบ 4

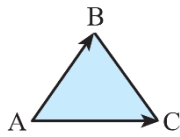
วิธีทำ

ก. ถูก เพราะ  $\vec{AB} \times \vec{AC} \perp \vec{AB}$  และ  $\vec{AB} \times \vec{AC} \perp \vec{AC}$

ดังนั้น  $\vec{AB} \times \vec{AC} \perp \vec{AB} + \vec{AC}$

ข. ถูก เพราะ

$$\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม } ABC = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$



$$1 = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

$$\therefore |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 2$$

ค. ผิด

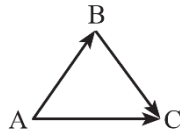
$$\text{จาก } |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 2$$

$$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \sin \theta = 2 \quad \text{โดย } 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \quad \text{ดังนั้น } 0 \leq \sin \theta \leq 1$$

เราพบว่า ถ้า  $\vec{AB} \perp \vec{AC}$  จะได้  $\theta = 90^\circ \rightarrow \sin \theta = 1$

$$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot 1 = 2 \rightarrow |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = 2$$

ง. ถูก เพราะ  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$  ดังรูป



$\therefore$  จำนวนข้อความที่ถูก คือ 3 ข้อความ

17. ตอบ 4

วิธีทำ

$$\text{จาก } AB^t = 2I$$

$$A^{-1}AB^t = A^{-1}2I$$

$$B^t = 2A^{-1} \rightarrow \boxed{A^{-1} = \frac{1}{2}B^t}$$

$$\text{จาก } A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}B^t \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}((2)(-1) + (1)(5) + (3)(3)) = 6$$

18. ตอบ 2

วิธีทำ

$$(2^2)^{|3x-1|} - 16 = 6(2^{|3x-1|}), \text{ ให้ } A = 2^{|3x-1|}$$

$$\text{จะได้ } A^2 - 6A - 16 = 0$$

$$(A - 8)(A + 2) = 0$$

$$A = 8, -2$$

$$2^{|3x-1|} = 8, \text{ } (-2) \text{ ใช้ไม่ได้}$$

$$|3x - 1| = 3$$

$$3x - 1 = 3, -3$$

$$3x = 4, -2$$

$$x = \frac{4}{3}, -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{ผลบวกคำตอบ} = \frac{4}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

19. ตอบ 4

วิธีทำ

$$\log[(\log x)(\log x^8 - 16)] = 1$$

$$(\log x)(8 \log x - 16) = 10, \text{ ให้ } A = \log x$$

$$A(8A - 16) = 10$$

$$8A^2 - 16A - 10 = 0$$

$$4A^2 - 8A - 5 = 0$$

$$(2A - 5)(2A + 1) = 0$$

$$A = \frac{5}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\log x = \frac{5}{2}, \left(-\frac{1}{2}\right) \text{ ใช้ไม่ได้เพราะทำให้ } \log(\log x) \text{ หาค่าไม่ได้}$$

$$\therefore x = 10^{\frac{5}{2}} = 100\sqrt{10}$$

20. ตอบ 3

วิธีทำ

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็น G.S สมมติให้อัตราส่วนร่วมเป็น  $r$

$$\text{ดังนั้น } r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots \text{เป็นอนุกรมเรขาคณิตมีอัตราส่วนร่วม} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = r$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n = -a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots \text{เป็นอนุกรมเรขาคณิตมีอัตราส่วนร่วม} = -\frac{a_2}{a_1} = -\frac{a_3}{a_2} = -r$$

$$\text{จากโจทย์ } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots = 1 \rightarrow \frac{a_1}{1-r} = 1 \rightarrow a_1 = 1-r \quad \text{---(1)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n = -\frac{2}{3} \rightarrow -a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots = -\frac{2}{3} \rightarrow \frac{-a_1}{1-(-r)} = -\frac{2}{3} \rightarrow 3a_1 = 2+2r \quad \text{---(2)}$$

$$\text{จาก (1) และ (2) จะได้ } a_1 = \frac{4}{5} \text{ และ } r = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2 = (a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2 + \dots \text{เป็นอนุกรมเรขาคณิตมีอัตราส่วนร่วมเป็น } r^2$$

$$= \frac{(a_1)^2}{1-r^2} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2}{1-\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2}{3}$$

21. ตอบ 2

วิธีทำ

จาก  $f \circ f^{-1}(x) = x$

จะได้  $f \circ g(x) = x$

$$\frac{d}{dx} f \circ g(x) = \frac{d}{dx} (x)$$

$$f'(g(x)) \cdot g'(x) = 1$$

แทน  $x = 6$  ,  $f'(\underline{g(6)}) \cdot g'(6) = 1$

$$f'(1) \cdot g'(6) = 1$$

$$g'(6) = \frac{1}{\underline{f'(1)}}$$

$$\therefore g'(6) = \frac{1}{5}$$

หา  $g(6)$

$$g(6) = f^{-1}(6)$$

จาก  $f(x) = x^3 + 2x + 3$

$$6 = x^3 + 2x + 3$$

$$\therefore x = 1$$

ดังนั้น  $g(6) = f^{-1}(6) = 1$

หา  $f'(1)$

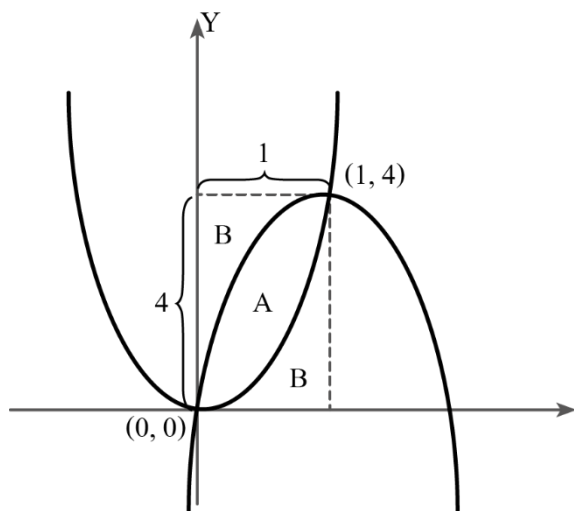
$$f(x) = x^3 + 2x + 3$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2$$

$$f'(1) = 5$$

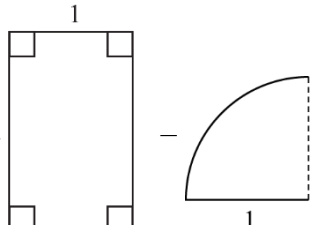
22. ตอบ 2

วิธีทำ



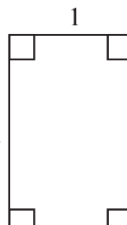
สมมติพื้นที่แต่ละส่วนเป็น A และ B

จากรูป  $B = 4$



$$B = (4 \times 1) - \frac{2}{3}(1)(4) = \frac{4}{3}$$

$A = 4$



$$\therefore A = (4 \times 1) - 2\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

23. ตอบ 4

วิธีทำ

$$n(s) = \binom{9}{3} = 84$$

$\underline{E}$  : ผลคูณของหมายเลขทั้ง 3 เป็นจำนวนคู่

$\underline{E'}$  : ผลคูณของหมายเลขทั้ง 3 ไม่เป็นจำนวนคู่  $\rightarrow$  เป็นเลขคี่ทั้ง 3 ใบ

เลขคี่ประกอบด้วย 1, 3, 5, 7, 9

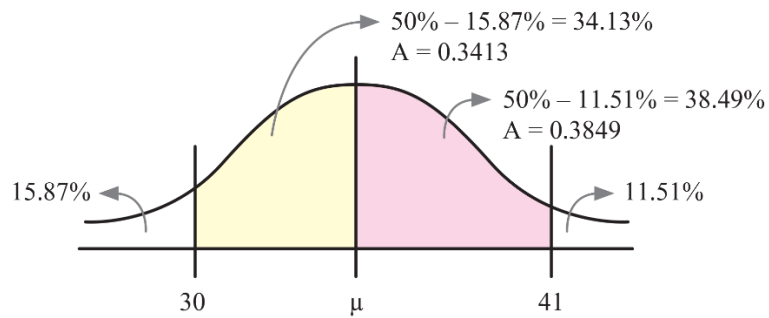
$$\text{ดังนั้น } n(E') = \binom{5}{3} = 10$$

$$\text{จะได้ } n(E) = 84 - 10 = 74$$

$$\therefore P(E) = \frac{74}{84} = \frac{37}{42}$$

24. ตอบ 3

วิธีทำ



$$A = 0.3413 \rightarrow z = 1 \quad \therefore \text{เมื่อ } x = 30 \rightarrow z = -1$$

$$A = 0.3849 \rightarrow z = 1.2 \quad \therefore \text{เมื่อ } x = 41 \rightarrow z = 1.2$$

จาก  $\Delta z = \frac{\Delta x}{\sigma}$

$$1.2 - (-1) = \frac{41 - 30}{\sigma}$$

$$2.2 = \frac{11}{\sigma}$$

$$\sigma = 5$$

และเมื่อ

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$-1 = \frac{30 - \mu}{5}$$

$$\mu = 35$$

25. ตอบ 5

วิธีทำ

ก. ถูก เพราะ ถ้าเพิ่มข้อมูลที่มีค่า  $a$  ซึ่งเท่ากับฐานนิยมเดิม

จะทำให้ฐานนิยมเดิมมีความถี่เพิ่มขึ้นอีก 1 และยังคงเป็นฐานนิยมสำหรับข้อมูลชุดใหม่

ข. ถูก เช่น ข้อมูลมี 4 ตัว

Med = m  
↓  
a , b , c , d

เมื่อเพิ่ม  $m$  ลงไป 1 ตัว ซึ่ง  $b \leq m \leq c$

Med  
↓  
a , b , m , c , d

Med = m เช่นเดิม

หรือ ข้อมูลมี 5 ตัว

Med  
↓  
a , b , m , c , d

เมื่อเพิ่ม  $m$  ลงไป 1 ตัว

Med  
↓  
a , b , m , m , c , d

Med = m เช่นเดิม

ค. ถูก เพิ่มข้อมูล 1 ค่า ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\bar{x}_{\text{เดิม}}$

จะได้  $\bar{x}_{\text{ใหม่}} = \bar{x}_{\text{เดิม}}$

ง. ถูก เพราะ การเพิ่มทั้ง 3 ค่า ไม่ทำให้

$x_{\text{MAX}}$  (ค่ามากที่สุดในกลุ่ม) และ  $x_{\text{MIN}}$  (ค่าน้อยที่สุดในกลุ่ม) เปลี่ยน

โดย  $\bar{x}$ , Med จะเป็นข้อมูลค่ากลางๆ กลุ่ม และ Mode ก็จะเป็นข้อมูลในกลุ่มเดิม

26. ตอบ 3

วิธีทำ

ข้อนี้เราใช้สมบัติของ Med ที่บอกว่า

$$\sum_{i=1}^N |x_i - \text{Med}| \text{ จะมีค่าต่ำสุด}$$

สมมติให้ข้อมูล คือ  $2, 3, 3, 5 - \sqrt{2}, 5 - \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}, 5, 5, 6$

$$\text{เราจะได้ว่า } |2-x| + 2|3-x| + 2|5-\sqrt{2}-x| + 2|3+\sqrt{2}-x| + 2|5-x| + |6-x| = \sum_{i=1}^{10} |x_i - x|$$

ซึ่งจะมีค่าต่ำสุด เมื่อ  $x = \text{Med}$

ดังนั้นหา Med โดยพบว่า ข้อมูลถูกเรียงไว้แล้วจากน้อยไปมาก

$$\therefore \text{ตำแหน่งของ Med} = \frac{10+1}{2} = 5.5$$

$$\begin{aligned} \text{Med} &= \frac{\text{ตำแหน่งที่ 5} + \text{ตำแหน่งที่ 6}}{2} \\ &= \frac{(5 - \sqrt{2}) + (3 + \sqrt{2})}{2} = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 4 \text{ (Med) จะให้ค่า } \sum_{i=1}^{10} |x_i - x| \text{ ต่ำสุด}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{10} |x_i - 4| &= |2-4| + 2|3-4| + 2|5-\sqrt{2}-4| + 2|3+\sqrt{2}-4| + 2|5-4| + |6-4| \\ &= 2 + 2 \cdot 1 + 2|1-\sqrt{2}| + 2|\sqrt{2}-1| + 2 \cdot 1 + 2 \\ &= 4 + 2(\sqrt{2}-1) + 2(\sqrt{2}-1) + 4 \\ &= 4 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$* \overbrace{|1-\sqrt{2}|} = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}-1$$

27. **ตอบ** 5

**วิธีทำ**

$i^a + i^b + i^c = 1$  มี 2 กรณีคือ

**กรณีที่ 1**  $(a, b, c)$  แตกต่างกัน เช่น  $i^1 + i^3 + i^4 = 1$  ซึ่งมีทั้งสิ้น  $3! = 6$  แบบ

**กรณีที่ 2**  $(a, b, c)$  มีการซ้ำ เช่น  $i^2 + i^4 + i^4 = 1$  ซึ่งมีทั้งสิ้น  $\frac{3!}{2!} = 3$  แบบ

จากทั้ง 2 กรณี มี  $(a, b, c)$  ทั้งหมด 9 แบบ

$$\therefore n(s) = 9$$

28. **ตอบ** 1

**วิธีทำ**

$\log_{\frac{1}{3}} a_1, \log_{\frac{1}{3}} a_2, \log_{\frac{1}{3}} a_3, \dots, \log_{\frac{1}{3}} a_n, \log_{\frac{1}{3}} a_{n+1}, \dots$  เป็น A.S มี  $d = \frac{1}{2}$

$$\text{จะได้ว่า } \log_{\frac{1}{3}} a_{n+1} - \log_{\frac{1}{3}} a_n = \frac{1}{2} \rightarrow \log_{\frac{1}{3}} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$$

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$  ทำให้ทราบว่า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots$  เป็น G.S มี  $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\therefore \sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \dots \text{ เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี } r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{a_1}{1-r} = \frac{2}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \sqrt{3}(\sqrt{3}+1) = 3 + \sqrt{3}$$

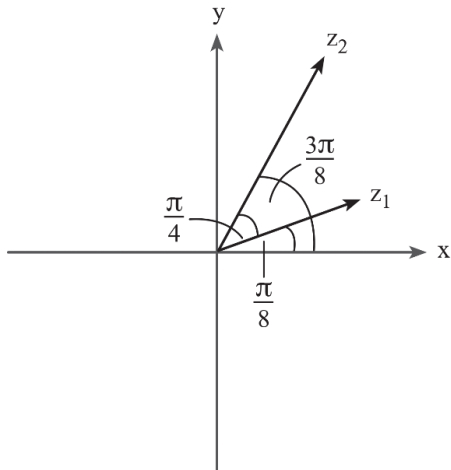
29. ตอบ 1

วิธีทำ

$$z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{\pi}{8} \rightarrow |z_1| = \sqrt{2}, \operatorname{Arg}(z_1) = \frac{\pi}{8}$$

$$z_2 = 3 \operatorname{cis} \frac{3\pi}{8} \rightarrow |z_2| = 3, \operatorname{Arg}(z_2) = \frac{3\pi}{8}$$

มุมระหว่าง  $z_1$  และ  $z_2$  คือ  $\frac{\pi}{4}$



จากความรู้เรื่องเวกเตอร์จะได้ว่า

$$\begin{aligned} |z_1 - z_2|^2 &= |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2|z_1||z_2|\cos \frac{\pi}{4} \\ &= (\sqrt{2})^2 + (3)^2 - 2(\sqrt{2})(3)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned}$$

$$|z_1 - z_2|^2 = 2 + 9 - 6 = 5$$

$$\therefore |z_1 - z_2| = \sqrt{5}$$

\* หมายเหตุ พยายามให้เปิดหนังสือ Complex Number หน้า 62 ข้อ 1 ดูประกอบด้วยครับ  
 เก่งไว้ตรงเป๊ะได้ใจครับ \*

30. ตอบ 4

วิธีทำ

สมมติเมทริกซ์ที่สร้างคือ  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

จะสร้างได้ทั้งหมด  $\binom{5}{4} \times 4! = 120$  วิธี

Event คือ A เป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐาน แสดงว่า  $\det A \neq 0$

หา  $E' : \det A = 0 \rightarrow ad - bc = 0 \rightarrow \boxed{ad = bc}$

กรณีที่ 1  $ad = bc = 2$

$$\begin{aligned} (1)(2) &= (-1)(-2) \\ (1)(2) &= (-2)(-1) \\ (2)(1) &= (-1)(-2) \\ (2)(1) &= (-2)(-1) \\ (-1)(-2) &= (1)(2) \\ (-1)(-2) &= (2)(1) \\ (-2)(-1) &= (1)(2) \\ (-2)(-1) &= (2)(1) \end{aligned}$$

$\therefore$  กรณีที่ 1 มี 8 วิธี

กรณีที่ 2  $ad = bc = -2$

$$\begin{aligned} (1)(-2) &= (-1)(2) \\ (1)(-2) &= (2)(-1) \\ (-2)(1) &= (-1)(2) \\ (-2)(1) &= (2)(-1) \\ (-1)(2) &= (1)(-2) \\ (-1)(2) &= (-2)(1) \\ (2)(-1) &= (1)(-2) \\ (2)(-1) &= (-2)(1) \end{aligned}$$

$\therefore$  กรณีที่ 2 มี 8 วิธี

รวม 2 กรณีจะได้  $n(E') = 16$  วิธี

ดังนั้น  $n(E) = 120 - 16 = 104$  วิธี

$$\therefore P(E) = \frac{104}{120} = \frac{13}{15}$$