

คณิตศาสตร์ 1
วิชาสามัญ

ข้อสอบพร้อมเฉลย

คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ (ปี.ค. 63)



By We Math Tutors

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

- กำหนดให้ $f(x) = x^3 - 3x + c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริง
ถ้ากราฟของเส้นตรง $y = 6 - x$ ตัดกับกราฟของ $y = f(x)$ ที่ $x = 2$
แล้ว $x + 2$ ทหาร $f(x)$ เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0 2. 1 3. 2 4. 3 5. 4
- กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งเป็นเลข 3 หลัก
ถ้า ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ a, b คือ 50 และ 600 ตามลำดับ
แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 250 2. 300 3. 350 4. 400 5. 650
- จุดบนเส้นตรง $2x - y + 5 = 0$ ซึ่งมีระยะห่างจากจุดกำเนิดสั้นที่สุดคือจุดในข้อใดต่อไปนี้
1. $\left(-\frac{9}{4}, \frac{1}{2}\right)$ 2. $(-2, 1)$ 3. $\left(-\frac{7}{4}, \frac{3}{2}\right)$
4. $\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$ 5. $(-1, 3)$
- กำหนดให้ $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$
แล้วค่าของ $(\vec{v} \times \vec{i}) \cdot (\vec{j} + \vec{k})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -3 2. -2 3. -1 4. 1 5. 2
- ค่าของ $\log_2 40 - \log_4 25$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{3}{2}$ 2. 2 3. $\frac{5}{2}$ 4. 3 5. $\frac{7}{2}$
- กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ มิติ 3×3 ซึ่ง $\det(A) = 10$
ถ้า B เป็นเมทริกซ์ ซึ่งได้จากการสลับแถวที่ 1 และแถวที่ 2 ของ A
แล้ว $\det\left(\frac{1}{5}B\right)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $-\frac{2}{25}$ 2. -2 3. $\frac{2}{25}$ 4. 2 5. 10

7. กำหนดให้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนาม ถ้า $f(\sqrt{x}-1) = x$ เมื่อ $x > 0$

แล้ว $f'(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4 5. 5

8. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{12} \right)^{2n}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sqrt{2}$ 2. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 3. 2 4. $2\sqrt{3}$ 5. 4

9. ตารางต่อไปนี้เป็นตารางแจกแจงความถี่ของความสูงของนักเรียน 40 คน

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน
140 – 144	2
145 – 149	8
150 – 154	9
155 – 159	10
160 – 164	6
165 – 169	3
170 – 174	2

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 65 ของความสูงของนักเรียน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 157.00 เซนติเมตร 2. 157.50 เซนติเมตร
3. 157.80 เซนติเมตร 4. 158.00 เซนติเมตร
5. 158.20 เซนติเมตร

10. จำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 1,000 และ 6,000 ซึ่งมีเลขโดดแต่ละหลักเป็นเลขคี่ที่แตกต่างกัน มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 24 2. 36 3. 64 4. 72 5. 144

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

จำนวน 20 ข้อ (ข้อ 11 – 30) ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. เซตของคำตอบทั้งหมดของสมการ $x|x| < -|5x - 14|$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้
1. $(-\infty, -7) \cup (2, \infty)$ 2. $(-7, 0)$ 3. $(-14, -5)$
4. $(-\infty, -14)$ 5. $(-\infty, -7)$
12. จำนวนเชิงซ้อนในข้อใดต่อไปนี้ที่เป็นคำตอบของสมการ $(\bar{z}|z|)^2 + 2(\bar{z})^3 + z + 2 = 0$
1. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 3. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
4. $1 - \sqrt{3}i$ 5. $1 + \sqrt{3}i$
13. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็มบวก
- ถ้า (a, b) และ $[a, b]$ คือ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ a และ b ตามลำดับ
- ถ้า $ab = 3 \times 2^7$ และ $[a, b] - (a, b) = 5 \times 2^3$ แล้ว $[a, b]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 48 2. 56 3. 60 4. 72 5. 76
14. กำหนดให้ $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- ถ้า $\frac{\sin^2 3\theta}{\sin^2 \theta} - \frac{\cos^2 3\theta}{\cos^2 \theta} = 1$ แล้ว $\cos \theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{8}$ 2. $\frac{2}{5}$ 3. $\frac{3}{7}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{3}{4}$

15. กำหนดให้วงรี E และไฮเพอร์โบลา H มีโฟกัสร่วมกัน คือ (0, 0) และ (6, 0) และระยะทางระหว่างจุดตัดใดๆ ของ E และ H กับจุดโฟกัสทั้งสอง คือ 6 หน่วย และ 2 หน่วย แล้วสมการวงรี และสมการของไฮเพอร์โบลา ตามลำดับ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ และ $\frac{(x-3)^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

2. $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ และ $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

3. $\frac{(x-3)^2}{7} + \frac{y^2}{16} = 1$ และ $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

4. $\frac{(x-3)^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ และ $\frac{(x-3)^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$

5. $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$ และ $\frac{(x-3)^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$

16. กำหนดให้เวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 75^\circ \\ \cos 15^\circ \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sin 75^\circ \\ \sin 15^\circ \end{bmatrix}$

ถ้าสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว $|\vec{u}||\vec{v}|$ หน่วย และมีด้านอีกด้านหนึ่งยาว $|\vec{u} \times \vec{v}|$ หน่วย แล้วความยาวของด้านที่เหลือของสามเหลี่ยมรูปนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 หน่วย

2. $\frac{5}{4}$ หน่วย

3. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ หน่วย

4. $\frac{3}{2}$ หน่วย

5. $\frac{7}{4}$ หน่วย

17. ผลบวกคำตอบทั้งหมดของสมการ $12(4^x) + 18(9^x) = 35(6^x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1

2. $-\frac{1}{2}$

3. 0

4. $\frac{1}{2}$

5. 1

18. กำหนดให้ $x > 0$ และ $x \neq 1$

ผลคูณของคำตอบทั้งหมดของสมการ $x^{\log_5 x^2} = \frac{25}{x^3}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{\sqrt{5}}{25}$ 2. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 3. $\sqrt{5}$ 4. 5 5. $5\sqrt{5}$

19. จากระบบสมการเชิงเส้น $AX = B$ ที่มี 3 สมการ และ 3 ตัวแปร x, y, z

ถ้าหา x และ y โดยใช้กฎของคราเมอร์ ได้ดังนี้

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\det(A)} \quad \text{และ} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{\det(A)}$$

แล้ว z มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1 2. $-\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. 1 5. 2

20. กำหนด $S = \{100, 101, 102, \dots, 998, 999\}$

และ $A = \{n \in S \mid n \text{ หารด้วย } 5 \text{ แล้วเหลือเศษ } 4\}$

แล้วผลบวกของสมาชิกทุกตัวของ A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 99,250 2. 99,255 3. 99,260 4. 99,265 5. 99,270

21. กำหนดให้ $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง

ถ้า f มีค่าวิกฤตที่ $x = -1$ และ $x = 2$ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$

ข. f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 2$

ค. บนช่วง $(-1, 2)$ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ง. บนช่วง $(-\infty, -1)$ f เป็นฟังก์ชันลด

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความที่ถูกต้อง) 2. 1
3. 2 4. 3
5. 4

22. ถ้าพื้นที่ปิดล้อมด้วยกราฟของพาราโบลา ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $(0, -9)$ และแกน X มีค่าเท่ากับ 9 ตารางหน่วย แล้ว สมการพาราโบลาคือข้อใดต่อไปนี้

1. $y = x^2 - 9$

2. $y = 2x^2 - 9$

3. $y = 4x^2 - 9$

4. $y = 8x^2 - 9$

5. $y = 16x^2 - 9$

23. กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$

ถ้าสุ่มหยิบสมาชิก 5 ตัวพร้อมกันจาก S แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้เลข 8 เป็นจำนวนที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 2 ของสมาชิก 5 ตัวนั้น เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{9}$

2. $\frac{1}{3}$

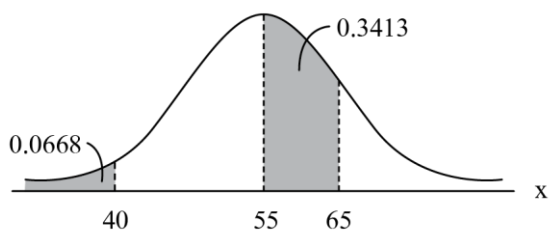
3. $\frac{5}{18}$

4. $\frac{8}{21}$

5. $\frac{10}{21}$

24. ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง

มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 55 คะแนน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 และทราบพื้นที่ใต้เส้นโค้งดังรูป



แล้ว จำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 45 และ 70 คะแนน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 75.00

2. 76.75

3. 77.45

4. 78.50

5. 79.00

25. กำหนดให้ ข้อมูลกลุ่มตัวอย่างชุด X คือ $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_{10}$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8 และ ข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง Y คือ $y_1 < y_2 < y_3 < \dots < y_{10}$

โดยที่ $y_i = \frac{1}{2}x_i + 4$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, 10$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุด Y = 8

ข. มัธยฐานของข้อมูลชุด Y = $\frac{1}{2}$ (มัธยฐานของข้อมูลชุด X) + 4

ค. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุด Y = $\frac{1}{2}$ (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุด X)

ง. ค่ามาตรฐานของ $y_i = \frac{1}{2}$ (ค่ามาตรฐาน x_i) เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, 10$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------------------------|------|
| 1. 0 (ไม่มีข้อความที่ถูกต้อง) | 2. 1 |
| 3. 2 | 4. 3 |
| 5. 4 | |

26. กำหนดให้ $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 5$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้าสมการ $P(x) = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนตรรกยะอย่างน้อยหนึ่งตัว

และมี $1+2i$ เป็นคำตอบของสมการ แล้ว $P(2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | | |
|--------|--------|------|-------|-------|
| 1. -15 | 2. -10 | 3. 1 | 4. 10 | 5. 15 |
|--------|--------|------|-------|-------|

27. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้าข้อมูลต่อไปนี้

a, b, 4, 4, 3, 3, 6, 5, 5, 8, 7, 7

มีค่า พิสัย = มัธยฐาน = ค่าเฉลี่ยเลขคณิต แล้ว ab มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 12 | 2. 15 | 3. 18 | 4. 20 | 5. 21 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

28. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ เป็นข้อมูลซึ่งเรียงจากมากไปน้อย

โดยที่ $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, m$

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีมัธยฐานเท่ากับ $\frac{1}{120}$ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{20}$ 2. $\frac{1}{21}$ 3. $\frac{1}{22}$ 4. $\frac{1}{23}$ 5. $\frac{1}{24}$

29. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมีอัตราส่วนร่วม r

โดยที่ $|r| < 1$

ถ้า $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4$

$a_6 + a_7 + \dots + a_{14} + a_{15} = 3$

แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 8 2. 9 3. 10 4. 11 5. 12

30. กำหนดให้ $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ และ $\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in S \right\}$

จำนวนเมทริกซ์ $A \in \Omega$ ซึ่ง $A^{-1} = A$ มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 8 2. 9 3. 10 4. 11 5. 12

เฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ (ปี.ค.63)

1. ตอบ 1

วิธีทำ

เมื่อกราฟ $y = 6 - x$ ตัดกับกราฟ $y = x^3 - 3x + c$ ที่ $x = 2$

แสดงว่า ถ้าให้จุดตัดมีพิกัด $(2, k)$ จะได้

1) กราฟ $y = 6 - x$ ผ่านจุดตัด $(2, k)$

$$\text{แทน } x = 2, y = k$$

$$k = 6 - 2 \rightarrow k = 4$$

$$\text{จะได้จุดตัด } (2, k) = (2, 4)$$

2) กราฟ $y = x^3 - 3x + c$ ผ่านจุดตัด $(2, 4)$

$$\text{แทน } x = 2, y = 4$$

$$4 = 2^3 - 3 \cdot 2 + c$$

$$\therefore c = 2$$

$$\text{และได้ } y = x^3 - 3x + 2$$

ดังนั้น $x + 2$ หาร $f(x)$ จะเหลือเศษ $= f(-2)$

$$\therefore \text{เศษ} = f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 2 = 0$$

2. ตอบ 3

วิธีทำ

เมื่อ $a, b \in I^+$

จาก $(a, b) \times [a, b] = a \cdot b$

$$50 \times 600 = a \cdot b \quad \text{---(1)}$$

และเมื่อ $(a, b) = 50$

แสดงว่า $a = 50k_1, b = 50k_2$ โดย $(k_1, k_2) = 1$

จาก (1) $a \cdot b = 50 \cdot 50 \cdot 12$

$$= 50 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 3$$

$$= (50 \cdot 4) \cdot (50 \cdot 3) \quad **$$

$\therefore a = 50 \cdot 4 = 200$ และ $b = 50 \cdot 3 = 150$

(หรือ $a = 50 \cdot 3 = 150$ และ $b = 50 \cdot 4 = 200$)

$$a + b = 200 + 150 = 350$$

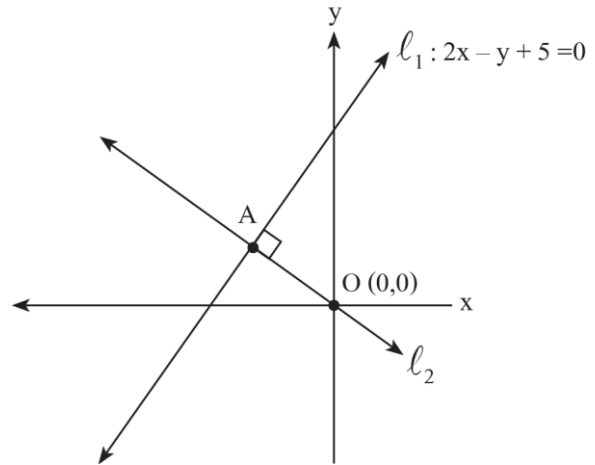
** a, b ถูกกำหนดให้เป็นเลข 3 หลัก

3. ตอบ 2

วิธีทำ

ต้องรู้

จุดบนเส้นตรง $l_1 : 2x - y + 5 = 0$
 ที่มีระยะห่างจากจุดกำเนิดสั้นที่สุด
 หาได้จากการลากเส้นตรง l_2
 ผ่านจุดกำเนิดตั้งฉากกับเส้นตรง
 $l_1 : 2x - y + 5 = 0$
 จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้ง 2 คือจุดที่มี
 ระยะห่างจากจุดกำเนิดสั้นที่สุด



ให้ A เป็นจุดตัดของเส้นตรง l_1 และ l_2

l_1 ตั้งฉากกับ l_2 ดังนั้น $m_{l_1} \cdot m_{l_2} = -1$

จะได้ $\left(\frac{-2}{-1}\right)m_{l_2} = -1 \rightarrow m_{l_2} = -\frac{1}{2}$

$l_2 : x + 2y = 0$ (ผ่านจุด $(0, 0)$)

จะได้ $l_1 : 2x - y + 5 = 0$ — (1)

$l_2 : x + 2y = 0 \rightarrow x = -2y$ แทนใน (1)

จะได้ $2(-2y) - y + 5 = 0 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$ และ $x = -2$

\therefore จุดตัดระหว่าง l_1 และ l_2 คือ $(-2, 1)$

4. ตอบ 2

วิธีทำ

$$\vec{v} \times \vec{i} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -(-1) \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\vec{v} \times \vec{i}) \cdot (\vec{j} + \vec{k}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= (0)(0) + (1)(1) + (-3)(1) \\ &= 0 + 1 - 3 = -2 \end{aligned}$$

5. ตอบ 4

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \log_2 40 - \log_2 5^2 &= \log_2 40 - \log_2 5 \\ &= \log_2 \left(\frac{40}{5} \right) = \log_2 (8) \\ &= \log_2 2^3 = 3 \end{aligned}$$

6. ตอบ 1

วิธีทำ

B เกิดจากการสลับแถวที่ 1 และ 2 ของ A

ดังนั้น $\det B = -\det A = -10$

$$\therefore \det \left(\frac{1}{5} B \right) = \left(\frac{1}{5} \right)^3 \det B = \frac{1}{125} (-10) = -\frac{2}{25}$$

7. **ตอบ 4**

วิธีทำ

$$f(\sqrt{x} - 1) = x$$

$$\frac{d}{dx}f(\sqrt{x} - 1) = \frac{d}{dx}(x)$$

$$f'(\sqrt{x} - 1) \cdot \frac{d}{dx}(\sqrt{x} - 1) = 1$$

$$f'(\sqrt{x} - 1) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = 1$$

แทน $x = 4$ จะได้ $f'(\sqrt{4} - 1) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{4}}\right) = 1$

$$f'(1) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

$$\therefore f'(1) = 4$$

8. **ตอบ 2**

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{12} \right]^{2n} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{12} \right)^2 \right]^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^n \\ &= \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^0 + \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^1 + \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^2 + \dots \\ &= 1 + 2 \sin^2 \frac{\pi}{12} + \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^2 + \dots \quad r = 2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \\ &= \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{\cos 2 \left(\frac{\pi}{12} \right)} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

* $\cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A \rightarrow \cos \frac{\pi}{6} = \cos 2 \left(\frac{\pi}{12} \right) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}$

9. ตอบ 4

วิธีทำ

จากโจทย์ $N = 40$

ความสูง	f	F
140 – 144	2	2
145 – 149	8	10
150 – 154	9	19
155 – 159	10	29
160 – 164	6	35
165 – 169	3	38
170 – 174	2	40

หา P_{65} ตำแหน่ง $P_{65} = \frac{65}{100}N = \frac{65}{100}(40) = 26$

P_{65} = ตำแหน่งที่ 26 แสดงว่า P_{65} อยู่ในชั้น 155 – 159

$$\therefore P_{65} = 154.5 + 5\left(\frac{26-19}{10}\right) = 158$$

10. ตอบ 4

วิธีทำ

เลขโดดที่เป็นเลขคู่ มี 5 ตัว คือ 1, 3, 5, 7, 9

ถ้าจำนวนที่ต้องการอยู่ระหว่าง 1,000 และ 6,000

แสดงว่า หลักพันเป็นเลข 1, 3, 5 เท่านั้น

ส่วนหลักร้อย, หลักสิบ และหลักหน่วย ใช้เลขคู่เลขใดก็ได้

แต่ต้องไม่มีการใช้เลขซ้ำกัน

$$\therefore \text{จำนวนที่ต้องการมี } 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72 \text{ จำนวน}$$

11. ตอบ 5

วิธีทำ

$$x|x| < -|5x-14|$$

จากการพิจารณาสมการ

$$x|x| < \underbrace{-|5x-14|}_{- \text{ หรือ } 0}$$

ขวามือ $- , 0$ แสดงว่า สมการจะเป็นจริง

ซ้ายมือต้อง $-$ นั่นหมายถึง $x|x| < 0$

$$\therefore x < 0$$

แสดงว่า สมการข้อนี้จะจริง เมื่อ $x < 0$ เท่านั้น

ดังนั้น $\overline{|x|} = -x$ และ $\overline{|5x-14|} = -(5x-14)$

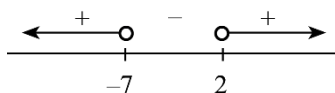
เมื่อ $x < 0$, $x(-x) < -(-(5x-14))$

$$-x^2 < 5x-14$$

$$0 < x^2 + 5x - 14$$

$$x^2 + 5x - 14 > 0$$

$$(x+7)(x-2) > 0$$



ด้วยเงื่อนไข $x < 0$ \therefore เซตคำตอบ = $(-\infty, -7)$

12. ตอบ 3

วิธีทำ

$$(\bar{z})^2 |z|^2 + 2(\bar{z})^3 + z + 2 = 0$$

$$(\bar{z})^2 (z\bar{z}) + 2(\bar{z})^3 + z + 2 = 0, \quad |z|^2 = z\bar{z}$$

$$(\bar{z})^3 z + 2(\bar{z})^3 + z + 2 = 0$$

$$(\bar{z})^3 (z+2) + (z+2) = 0$$

$$(z+2) [(\bar{z})^3 + 1] = 0$$

กรณีที่ 1 $z+2 = 0 \rightarrow z = -2$

กรณีที่ 2 $(\bar{z})^3 + 1 = 0 \rightarrow \overline{(z^3)} = -1 \rightarrow \overline{\overline{(z^3)}} = \overline{-1}$

$$z^3 = -1 \rightarrow z = -1, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \boxed{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

13. ตอบ 1

วิธีทำ

จาก $a, b \in I^+$

$$(a, b) \times [a, b] = a \cdot b$$

$$(a, b) \times [a, b] = 3 \times 2^7 \quad \text{---(1)}$$

และจากโจทย์ $[a, b] - (a, b) = 5 \times 2^3 \quad \text{---(2)}$

ให้ $A = (a, b)$ และ $B = [a, b]$

จาก (2), $B - A = 40 \quad \text{---(3)}$

จาก (1), $A \cdot B = 3 \times 2^7 \quad \text{---(4)}$

พิจารณา (3), (4) โดยหาจำนวน 2 จำนวนที่คูณกันได้ 3×2^7

และลบกันได้ 40, $A \cdot B = 3 \times 2^7$

$$A = 2^3 = 8 \quad B = 3 \times 2^4 = 48$$

$\therefore [a, b] = B = 48$

14. **ตอบ 5**

วิธีทำ

$$\left(\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta}\right)^2 - \left(\frac{\cos 3\theta}{\cos \theta}\right)^2 = 1 \rightarrow \left(\frac{3\sin \theta - 4\sin^3 \theta}{\sin \theta}\right)^2 - \left(\frac{4\cos^3 \theta - 3\cos \theta}{\cos \theta}\right)^2 = 1$$

$$(3 - 4\sin^2 \theta)^2 - (4\cos^2 \theta - 3)^2 = 1$$

$$[(3 - 4\sin^2 \theta) - (4\cos^2 \theta - 3)][(3 - 4\sin^2 \theta) + (4\cos^2 \theta - 3)] = 1$$

$$[6 - 4(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)][4(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)] = 1$$

$$(2)(4\cos 2\theta) = 1 \rightarrow 8(2\cos^2 \theta - 1) = 1 \rightarrow 16\cos^2 \theta - 8 = 1$$

$$\cos^2 \theta = \frac{9}{16} \quad \therefore \cos \theta = \frac{3}{4}, \quad \left(\frac{3}{4}\right) \text{ ใช้ไม่ได้ เพราะ } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

15. **ตอบ 2**

วิธีทำ

จากโจทย์ วงรี E และไฮเพอร์โบลา H มีจุดโฟกัสร่วมกัน คือ (0, 0) และ (6, 0)
 แสดงว่า วงรีไขนอน และไฮเพอร์โบลาคู่ x และจะมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน

(ตัดตัวเลือก 3, 5 ทิ้ง) โดยหาได้จาก จุดศูนย์กลาง : $\left(\frac{0+6}{2}, 0\right) = (3, 0)$

ให้ $PF_1 = 6$ และ $PF_2 = 2$

นิยามวงรี $PF_1 + PF_2 = 2a_E$

$$6 + 2 = 2a_E \text{ ดังนั้น } a_E = 4$$

จากรูป $c_E = 3$

$$\text{จาก } a_E^2 = b_E^2 + c_E^2 \rightarrow 4^2 = b_E^2 + 3^2$$

$$\text{จะได้ } b_E^2 = 7$$

$$\text{ดังนั้นสมการวงรี E : } \frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1 \text{ (ตัดตัวเลือก 4 ทิ้ง)}$$

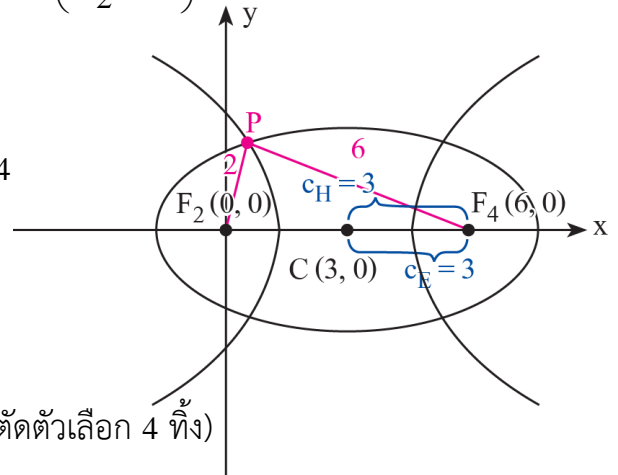
นิยามไฮเพอร์โบลา $|PF_1 - PF_2| = 2a_H$

$$|6 - 2| = 2a_H \text{ ดังนั้น } a_H = 2$$

จากรูป $c_H = c_E = 3$

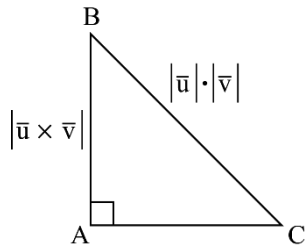
$$\text{จาก } c_H^2 = a_H^2 + b_H^2 \rightarrow 3^2 = 2^2 + b_H^2 \text{ จะได้ } b_H^2 = 5$$

$$\text{ดังนั้นสมการไฮเพอร์โบลา H : } \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1 \text{ (ตัดตัวเลือก 1 ทิ้ง)}$$



16. ตอบ 4

วิธีทำ



โจทย์ถามหา AC

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{BC^2 - AB^2} \\
 &= \sqrt{(|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|)^2 - (|\vec{u} \times \vec{v}|)^2} \\
 &= \sqrt{|\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 - (|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \theta)^2} \\
 &= \sqrt{|\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 - |\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 \cdot \sin^2 \theta} \\
 &= \sqrt{|\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 \cdot (1 - \sin^2 \theta)} \\
 &= \sqrt{|\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 \cdot \cos^2 \theta} \\
 &= \sqrt{(|\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta)^2} \\
 &= ||\vec{u}|| |\vec{v}| \cos \theta = |\vec{u} \cdot \vec{v}|
 \end{aligned}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 75^\circ \\ \cos 15^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \sin 75^\circ \\ \sin 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$= 1 \cdot 1 + \cos 75^\circ \sin 75^\circ + \cos 15^\circ \sin 15^\circ$$

$$= 1 + \cos 75^\circ \cos 15^\circ + \sin 75^\circ \sin 15^\circ$$

$$= 1 + \cos(75^\circ - 15^\circ) = 1 + \cos 60^\circ = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore AC = |\vec{u} \cdot \vec{v}| = \left| \frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2}$$

17. **ตอบ** 1

วิธีทำ

$$12(4^x) + 18(9^x) - 35(6^x) = 0$$

$$\frac{12(4^x)}{4^x} + \frac{18(9^x)}{4^x} - \frac{35(6^x)}{4^x} = \frac{0}{4^x}$$

$$12 + 18\left(\frac{9}{4}\right)^x - 35\left(\frac{6}{4}\right)^x = 0$$

$$18\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 35\left(\frac{3}{2}\right)^x + 12 = 0, \text{ ให้ } \left(\frac{3}{2}\right)^x = A$$

จะได้ $18A^2 - 35A + 12 = 0$

$$(9A - 4)(2A - 3) = 0$$

$$A = \frac{4}{9}, \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9}, \frac{3}{2} \quad \therefore x = -2, 1$$

\therefore ผลบวกคำตอบ = $-2 + 1 = -1$

18. **ตอบ** 1

วิธีทำ

$$x^{\log_5 x^2} = \frac{25}{x^3}$$

$$\log_5 x^{2\log_5 x} = \log_5 \left(\frac{25}{x^3}\right)$$

$$(2\log_5 x)(\log_5 x) = \log_5 25 - \log_5 x^3$$

$$2(\log_5 x)^2 = 2 - 3\log_5 x$$

$$2(\log_5 x)^2 + 3\log_5 x - 2 = 0$$

$$(2\log_5 x - 1)(\log_5 x + 2) = 0$$

$$\log_5 x = \frac{1}{2}, -2$$

$$x = 5^{\frac{1}{2}}, 5^{-2} = \sqrt{5}, \frac{1}{25}$$

ตรวจคำตอบแล้วใช้ได้ทั้งคู่

\therefore ผลคูณคำตอบ = $\frac{\sqrt{5}}{25}$

19. ตอบ 3

วิธีทำ

จากโจทย์จะได้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & | & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & | & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & | & 1 & 1 \end{vmatrix} = 8$$

$$\det A_z = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & | & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & | & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\therefore z = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

20. ตอบ 5

วิธีทำ

จากโจทย์ $A = \{104, 109, 114, \dots, 999\}$

พบว่าสมาชิกในเซต A เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต มี $d = 5$, $a_1 = 104$, $a_n = 999$

หาจำนวนสมาชิกทั้งหมดในเซต A จาก $a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 999 = 104 + (n-1)(5)$

$$n = 180$$

ดังนั้น ผลบวกของสมาชิกทุกตัวของ A = $104 + 109 + 114 + \dots + 999$

$$= \frac{180}{2} (104 + 999)$$

$$= 99,270$$

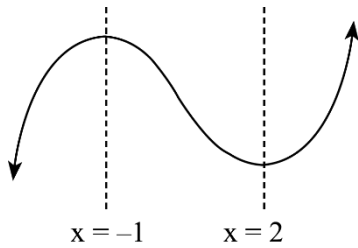
21. **ตอบ 3**

วิธีทำ

เนื่องจาก $f(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนาม

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \text{ ทำให้ ค่าวิกฤต } x = \underbrace{-1}_{\text{Max}}, \underbrace{2}_{\text{Min}}$$

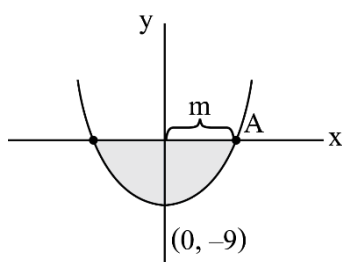
สัมประสิทธิ์เป็นบวก
เราจะเขียนกราฟคร่าวๆ ได้ดังนี้



- ∴ ก. ถูก
- ข. ถูก
- ค. ผิด เพราะ $x \in (-1, 2)$ เป็นฟังก์ชันลด
- ง. ผิด เพราะ $x \in (-\infty, -1)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

22. **ตอบ 5**

วิธีทำ



จากสูตร พ.ท.พาราโบลา = $\frac{2}{3} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

$$9 = \frac{2}{3}(2m)(9)$$

$$m = \frac{3}{4}$$

∴ จุด A คือ $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$

จากสมการมาตรฐานของพาราโบลาหงาย

$$y - k = a(x - h)^2 \text{ มี } (h, k) = (0, -9) \text{ และผ่าน } \left(\frac{3}{4}, 0\right)$$

$$y + 9 = a(x - 0)^2$$

แทน $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ จะได้ $0 + 9 = a\left(\frac{3}{4}\right)^2 \quad \therefore a = 16$

∴ สมการคือ $y + 9 = 16x^2$

$$y = 16x^2 - 9$$

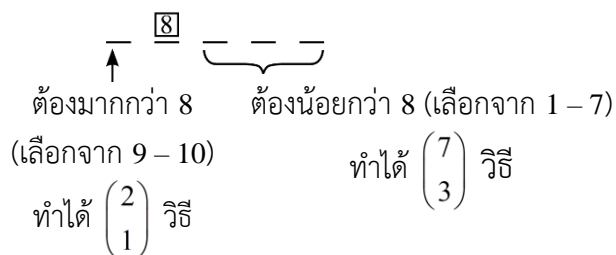
23. ตอบ 3

วิธีทำ

$$n(s) = \binom{10}{5} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252 \text{ วิธี}$$

E แทน เหตุการณ์ที่จะได้เลข 8 เป็นจำนวนที่มากเป็นอันดับ 2

แสดงว่า เมื่อเรียงจำนวนที่หยิบได้จากมากไปน้อย



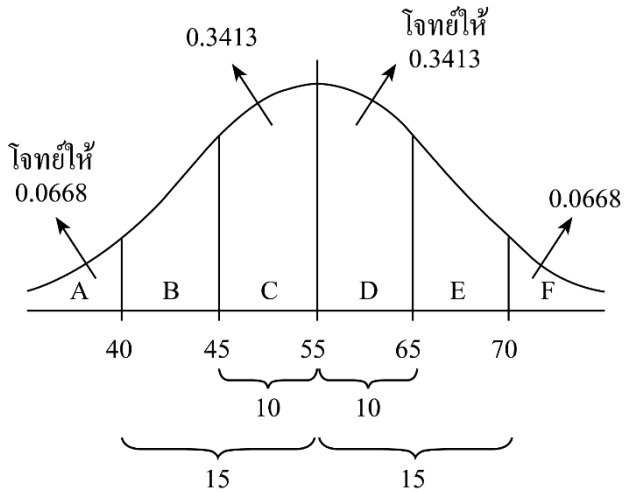
$$\text{ดังนั้น } n(E) = \binom{2}{1} \binom{7}{3} = 2 \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 70 \text{ วิธี}$$

$$\therefore P(E) = \frac{70}{252} = \frac{5}{18}$$

24. ตอบ 3

วิธีทำ

จากโจทย์ ได้พื้นที่ส่วนต่างๆ ตามรูปด้านล่างนี้



เนื่องจากโค้งปกติเป็นรูปสมมาตร เมื่อเราแบ่งพื้นที่เป็นส่วนต่างๆ ดังรูป จะได้ว่า

$$\text{พื้นที่ C} = \text{พื้นที่ D} = 0.3413$$

$$\text{และ พื้นที่ F} = \text{พื้นที่ A} = 0.0668$$

$$\begin{aligned} \text{และเราจะได้ว่า พื้นที่ D} + \text{พื้นที่ E} &= 0.5 - \text{พื้นที่ F} \\ &= 0.5 - 0.0668 = 0.4332 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ตั้งแต่ 45 คะแนน ถึง 70 คะแนน} &= \text{พ.ท. C} + \underbrace{\text{พ.ท. D} + \text{พ.ท. E}} \\ &= 0.3413 + 0.4332 \\ &= 0.7745 \end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 45 และ 70 คะแนน = 77.45%

25. ตอบ 4

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = \frac{1}{2}x + 4$

จะได้ว่า $\text{Med}_y = \frac{1}{2}\text{Med}_x + 4 \quad \therefore \text{ข. ถูก}$

และ $\mu_y = \frac{1}{2}\mu_x + 4$
 $= \frac{1}{2}(8) + 4 = 8 \quad \therefore \text{ก. ถูก}$

และ $\sigma_y = \left| \frac{1}{2} \right| \cdot \sigma_x$
 $= \frac{1}{2} \cdot \sigma_x \quad \therefore \text{ค. ถูก}$

จาก $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

$$z_{x_i} = \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x} \quad \text{และ} \quad z_{y_i} = \frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y}$$

$$\begin{aligned} \therefore z_{y_i} &= \frac{\left(\frac{1}{2}x_i + 4\right) - \left(\frac{1}{2}\mu_x + 4\right)}{\frac{1}{2}\sigma_x} \\ &= \frac{\frac{1}{2}x_i - \frac{1}{2}\mu_x}{\frac{1}{2}\sigma_x} \\ &= \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x} = z_{x_i} \quad \therefore \text{ง. ผิด} \end{aligned}$$

สรุป ถูก 3 ข้อความ ได้แก่ ก. , ข. และ ค.

26. ตอบ 5

วิธีทำ

โจทย์กำหนด $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 5 = 0$

มี $1+2i$ เป็นคำตอบของสมการ จากทฤษฎีบทคู่คอนจูเกตจะได้ว่า $1-2i$ เป็นคำตอบของสมการด้วย และเนื่องจากสัมประสิทธิ์หน้า x^4 เท่ากับ 1 ทำให้ทราบว่าคำตอบที่เหลืออีก 2 คำตอบต้องเป็นจำนวนเต็มแน่นอน

ให้คำตอบที่เหลือมีค่าเป็น m และ n

จากสูตรของวีตจะได้ว่า $(1+2i)(1-2i)(m)(n) = -5$

$$(5)(m)(n) = -5$$

$$(m)(n) = -1$$

จะได้ว่า $m = 1, n = -1$ จากทฤษฎีบทตัวประกอบจะได้ว่า

$$P(x) = [x - (1+2i)][x - (1-2i)](x-1)(x+1)$$

$$\therefore P(2) = [2 - (1+2i)][2 - (1-2i)](2-1)(2+1)$$

$$= (1-2i)(1+2i)(1)(3) = (5)(1)(3) = 15$$

27. **ตอบ 2**

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{3+3+4+4+5+5+6+7+7+8+a+b}{12} \\ &= \frac{52+a+b}{12}\end{aligned}$$

จากโจทย์ ข้อมูลแต่ละตัวเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นจะได้ว่า

1) $x_{\max} - x_{\min}$ เป็นจำนวนเต็ม และจาก $\text{Med} = \text{พิสัย} = x_{\max} - x_{\min}$

ดังนั้น Med ต้องเป็นจำนวนเต็ม

2) $a, b \in I^+$ ดังนั้น $a_{\min} = 1, b_{\min} = 1$

$$\mu > \frac{52+1+1}{12} \rightarrow \mu > 4.5$$

Med ต้องเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น μ ก็ต้องเป็นจำนวนเต็ม

$$\therefore \mu_{\min} = 5 \rightarrow \text{Med}_{\min} = 5$$

กรณี $\text{Med} = \mu = \text{พิสัย} = 5$

$$\mu = 5 \rightarrow \frac{52+a+b}{12} = 5 \rightarrow a+b = 8$$

กรณี $a = 1, b = 7$ พิสัย $= 8-1 = 7$ ✘

กรณี $a = 2, b = 6$ พิสัย $= 8-2 = 6$ ✘

กรณี $a = 3, b = 5$ พิสัย $= 8-3 = 5$ ✔

และได้ว่า

$$\underline{3}, \underline{3}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{4}, \underline{5}, \overset{\text{Med} = 5}{\downarrow} \underline{5}, \underline{5}, \underline{6}, \underline{7}, \underline{7}, \underline{8}$$

$$\therefore a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15$$

หมายเหตุ มีอีก 1 กรณี คือ $a = 5, b = 3$ ซึ่งได้ $a \cdot b = 5 \cdot 3 = 15$ เหมือนกัน

28. **ตอบ 2**

วิธีทำ

จาก $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$, $n = 1, 2, 3, \dots, m$

ข้อมูลคือ $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \dots, \frac{1}{m(m+1)}$

พิจารณา แยกเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1

m เป็นจำนวนคี่ (มีข้อมูลคี่ตัว) ให้ Med คือข้อมูลตัวตรงกลาง โดย $Med = \frac{1}{k(k+1)}$

เราพบว่า $\frac{1}{120} = \frac{1}{k(k+1)}$ ไม่สามารถหา k ที่เป็นจำนวนเต็มบวกได้

ดังนั้น m ไม่เป็นจำนวนคี่

กรณีที่ 2

m เป็นจำนวนคู่ (มีข้อมูลคู่ตัว) ให้ Med อยู่ระหว่างข้อมูลตรงกลาง 2 ตัว

คือ $\frac{1}{k(k+1)}, \frac{1}{(k+1)(k+2)}$

โดย $Med = \frac{\frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}}{2}$

$$\frac{1}{120} = \frac{\frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}}{2}$$

$$\frac{1}{60} = \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$\frac{1}{60} = \frac{(k+2)+k}{k(k+1)(k+2)}$$

$$\frac{1}{60} = \frac{2(k+1)}{k(k+1)(k+2)}$$

$$k^2 + 2k = 120$$

$$k^2 + 2k - 120 = 0$$

$$(k+12)(k-10) = 0$$

$$k = \cancel{-12}, 10$$

แสดงว่า Med อยู่ระหว่าง $\frac{1}{10 \cdot 11}$ กับ $\frac{1}{11 \cdot 12}$

ดังนั้นข้อมูลทั้งหมดคือ

$$\underbrace{\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \dots, \frac{1}{10 \cdot 11}}_{10 \text{ ตัว}}, \overset{\text{Med}}{\downarrow} \frac{1}{11 \cdot 12}, \dots, \underbrace{\frac{1}{m(m+1)}}_{10 \text{ ตัว}}$$

เราพบว่า ข้อมูลตั้งแต่ $\frac{1}{1 \cdot 2}$ ถึง $\frac{1}{10 \cdot 11}$ มี 10 ตัว

ดังนั้น $\frac{1}{11 \cdot 12}$ ถึง $\frac{1}{m(m+1)}$ ก็จะมี 10 ตัว เช่นกัน

ดังนั้น $m = 20$ (ข้อมูลมี 20 ตัว)

$$\begin{aligned} \text{และ } \mu &= \frac{\Sigma x}{N} = \frac{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{20 \cdot 21}}{20} \\ &= \frac{\left[\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{2}} \right] + \left[\cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}} \right] + \dots + \left[\cancel{\frac{1}{20}} - \frac{1}{21} \right]}{20} \\ &= \frac{\frac{1}{1} - \frac{1}{21}}{20} \\ &= \frac{1}{21} \end{aligned}$$

29. ตอบ 1

วิธีทำ

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4 \rightarrow \frac{a_1(1-r^5)}{1-r} = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_{15} = 3 \rightarrow \frac{a_6(1-r^{10})}{1-r} = 3 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)}, \quad \frac{a_6(1-r^{10})}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a_1 r^5 (1-r^5)(1+r^5)}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4}$$

$$4r^5(1+r^5) = 3 \rightarrow 4r^{10} + 4r^5 - 3 = 0$$

$$(2r^5 - 1)(2r^5 + 3) = 0 \rightarrow r^5 = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \rightarrow |r^5| = |r|^5 = \frac{1}{2}, \left(\frac{3}{2}\right) \begin{matrix} \text{ใช้ไม่ได้} \\ \because |r| < 1 \\ |r|^5 < 1 \end{matrix}$$

นำ $r^5 = \frac{1}{2}$ แทนลงใน (1) จะได้ $\frac{a_1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{1-r} = 4$

$$\frac{a_1}{1-r} = 8 \rightarrow S_\infty = 8 \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 8$$

30. ตอบ 5

วิธีทำ

จาก $A^{-1} = A \rightarrow AA^{-1} = AA \rightarrow I = A^2 \rightarrow \boxed{A^2 = I}$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a^2 & ab+bc \\ 0 & c^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ $a^2 = 1$ และ $c^2 = 1$ และ $ab+bc = 0$

ดังนั้น $\boxed{a = 1, -1}$ และ $\boxed{c = 1, -1}$ และ $\boxed{b(a+c) = 0}$

พิจารณา $b(a+c) = 0$

กรณี 1 : ถ้า $\boxed{a+c \neq 0}$ แล้ว $\boxed{b = 0}$

↓
2 วิธี

↓
1 วิธี

∴ กรณีนี้มี 2×1 วิธี

$(1+1, (-1)+(-1))$

กรณี 2 : ถ้า $\boxed{a+c = 0}$ แล้ว $\boxed{b \text{ เป็นเลขอะไรก็ได้}}$

↓
2 วิธี

↓
5 วิธี

∴ กรณีนี้มี 2×5 วิธี

$(1+(-1), (-1)+1) \quad (-2, -1, 0, 1, 2)$

เมื่อรวมทั้ง 2 กรณี จะมี $2+10 = 12$ วิธี ในการเลือก $a, b, c \in S$

∴ จำนวนเมทริกซ์ A จะมี 12 เมทริกซ์