เฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ (มี.ค.63)

1. **ตอบ** 1

วิธีทำ

เมื่อกราฟ $y = 6-x$ ตัดกับกราฟ $y = x^3-3x+c$ ที่ $x = 2$

แสดงว่า ถ้าให้จุดตัดมีพิกัด $(2, k)$ จะได้

1) กราฟ $y = 6-x$ ผ่านจุดตัด $(2, k)$

แทน $x = 2, y = k$

$k = 6-2 \rightarrow k = 4$

จะได้จุดตัด $(2, k) = (2, 4)$

2) กราฟ $y = x^3-3x+c$ ผ่านจุดตัด $(2, 4)$

แทน $x = 2, y = 4$

$4 = 2^3 - 3\cdot 2 + c$

$\therefore\ c = 2$

และได้ $y = x^3-3x+2$

ดังนั้น $x+2$ หาร $f(x)$ จะเหลือเศษ $= f(-2)$

$\therefore$ เศษ $= f(-2) = (-2)^3-3(-2)+2 = 0$

2. **<u>ตอบ</u>** 3

<u>วิธีทำ</u>

เมื่อ $a, b \in I^+$

จาก $(a, b) \times [a, b] = a \cdot b$

$$50 \times 600 = a \cdot b \quad \text{———} (1)$$

และเมื่อ $(a, b) = 50$

แสดงว่า $a = 50k_1$, $b = 50k_2$ โดย $(k_1, k_2) = 1$

จาก (1) $a \cdot b = 50 \cdot 50 \cdot 12$

$$= 50 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 3$$

$$= (50 \cdot 4) \cdot (50 \cdot 3) \quad **$$

$\therefore$ $a = 50 \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ k_1}}{4} = 200$ และ $b = 50 \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ k_2}}{3} = 150$

(หรือ $a = 50 \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ k_1}}{3} = 150$ และ $b = 50 \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ k_2}}{4} = 200$)

$a + b = 200 + 150 = 350$

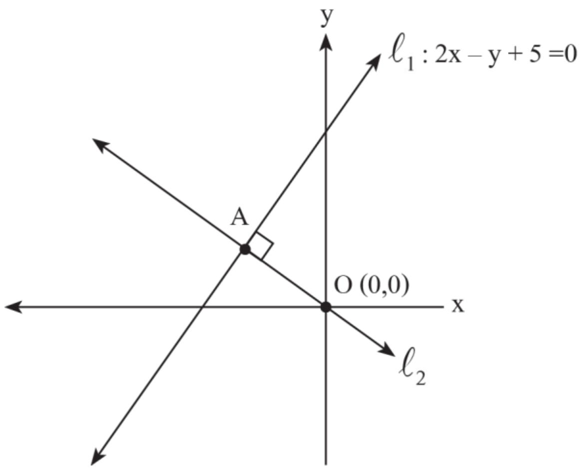
** a, b ถูกกำหนดให้เป็นเลข 3 หลัก

3. **<u>ตอบ</u>** 2

<u>วิธีทำ</u>

ต้องรู้

จุดบนเส้นตรง $\ell_1 : 2x - y + 5 = 0$
ที่มีระยะห่างจากจุดกำเนิดสั้นที่สุด
หาได้จากการลากเส้นตรง ℓ_2
ผ่านจุดกำเนิดตั้งฉากกับเส้นตรง
$\ell_1 : 2x - y + 5 = 0$
จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้ง 2 คือจุดที่มี
ระยะห่างจากจุดกำเนิดสั้นที่สุด



ให้ A เป็นจุดตัดของเส้นตรง ℓ_1 และ ℓ_2

ℓ_1 ตั้งฉากกับ ℓ_2 ดังนั้น $m_{\ell_1} \cdot m_{\ell_2} = -1$

จะได้ $\left(\frac{-2}{-1}\right) m_{\ell_2} = -1 \rightarrow m_{\ell_2} = -\frac{1}{2}$

$\ell_2 : \underset{0}{x} + 2\underset{0}{y} = 0$ (ผ่านจุด (0, 0))

จะได้ $\ell_1 : 2x - y + 5 = 0$ ——(1)

$\ell_2 : x + 2y = 0 \rightarrow x = -2y$ แทนใน (1)

จะได้ $2(-2y) - y + 5 = 0 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$ และ $x = -2$

$\therefore$ จุดตัดระหว่าง ℓ_1 และ ℓ_2 คือ $(-2, 1)$

4. <u>ตอบ</u> 2

<u>วิธีทำ</u>

$$\bar{v} \times \bar{i} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -(-1) \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad (\bar{v} \times \bar{i}) \cdot (\bar{j} + \bar{k}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= (0)(0)+(1)(1)+(-3)(1)$$

$$= 0+1-3 = -2$$

5. <u>ตอบ</u> 4

<u>วิธีทำ</u>

$$\log_2 40 - \log_{2^2} 5^2 = \log_2 40 - \log_2 5$$

$$= \log_2\left(\frac{40}{5}\right) = \log_2(8)$$

$$= \log_2 2^3 = 3$$

6. <u>ตอบ</u> 1

<u>วิธีทำ</u>

B เกิดจากการสลับแถวที่ 1 และ 2 ของ A

ดังนั้น $\det B = -\det A = -10$

$$\therefore \quad \det\left(\frac{1}{5}B\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \det B = \frac{1}{125}(-10) = -\frac{2}{25}$$

7. <u>ตอบ</u> 4

<u>วิธีทำ</u>

$$f\left(\sqrt{x}-1\right) = x$$

$$\frac{d}{dx}f\left(\sqrt{x}-1\right) = \frac{d}{dx}(x)$$

$$f'\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot\frac{d}{dx}\left(\sqrt{x}-1\right) = 1$$

$$f'\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = 1$$

แทน $x = 4$ จะได้ $f'\left(\sqrt{4}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{4}}\right) = 1$

$$f'(1)\cdot\left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

$$\therefore\ f'(1) = 4$$

8. <u>ตอบ</u> 2

<u>วิธีทำ</u>

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left[\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\right]^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty}\left[\left(\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\right)^2\right]^n = \sum_{n=0}^{\infty}\left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^n$$

$$= \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^0 + \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^1 + \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^2 + \ldots..$$

$$= 1 + 2\sin^2\frac{\pi}{12} + \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^2 + \underset{r\,=\,2\sin^2\frac{\pi}{12}}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

$$= \frac{1}{1-2\sin^2\frac{\pi}{12}} = \frac{1}{\cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

* $\cos 2A = 1-2\sin^2 A \rightarrow \cos\frac{\pi}{6} = \cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1-2\sin^2\frac{\pi}{12}$

9. **<u>ตอบ</u>** 4

<u>วิธีทำ</u>

จากโจทย์ $N = 40$

ความสูง	f	F
140 – 144	2	2
145 – 149	8	10
150 – 154	9	19
155 – 159	10	29
160 – 164	6	35
165 – 169	3	38
170 – 174	2	40

หา P_{65} ตำแหน่ง $P_{65} = \frac{65}{100}N = \frac{65}{100}(40) = 26$

P_{65} = ตำแหน่งที่ 26 แสดงว่า P_{65} อยู่ในชั้น 155 – 159

$\therefore\ P_{65} = 154.5 + 5\left(\frac{26-19}{10}\right) = 158$

10. **<u>ตอบ</u>** 4

<u>วิธีทำ</u>

เลขโดดที่เป็นเลขคี่ มี 5 ตัว คือ 1, 3, 5, 7, 9

ถ้าจำนวนที่ต้องการอยู่ระหว่าง 1,000 และ 6,000

แสดงว่า หลักพันเป็นเลข 1, 3, 5 เท่านั้น

ส่วนหลักร้อย, หลักสิบ และหลักหน่วย ใช้เลขคี่เลขใดก็ได้

แต่ต้องไม่มีการใช้เลขซ้ำกัน

$\therefore$ จำนวนที่ต้องการมี $3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$ จำนวน

11. <u>**ตอบ**</u> 5

<u>**วิธีทำ**</u>

$x|x| < -|5x-14|$

จากการพิจารณาอสมการ

$x|x| < \underbrace{-|5x-14|}_{-\text{ หรือ } 0}$

ขวามือ $-, 0$ แสดงว่า อสมการจะเป็นจริง

ซ้ายมือต้อง $-$ นั่นหมายถึง $x|x| < 0$

$\therefore \ x < 0$

แสดงว่า อสมการข้อนี้จะจริง เมื่อ $x < 0$ เท่านั้น

ดังนั้น $|\overbrace{x}^{-}| = -x$ และ $|\overbrace{5x-14}^{-}| = -(5x-14)$

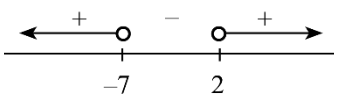
เมื่อ $x < 0$, $x(-x) < -(-(5x-14))$

$$-x^2 < 5x-14$$

$$0 < x^2+5x-14$$

$$x^2+5x-14 > 0$$

$$(x+7)(x-2) > 0$$



ด้วยเงื่อนไข $x < 0$ $\therefore$ เซตคำตอบ $= (-\infty, -7)$

12. <u>ตอบ</u> 3

<u>วิธีทำ</u>

$$(\overline{z})^2|z|^2 + 2(\overline{z})^3 + z + 2 = 0$$

$$(\overline{z})^2(z\overline{z}) + 2(\overline{z})^3 + z + 2 = 0 \ , \ |z|^2 = z\overline{z}$$

$$(\overline{z})^3 z + 2(\overline{z})^3 + z + 2 = 0$$

$$(\overline{z})^3(z+2) + (z+2) = 0$$

$$(z+2)\left[(\overline{z})^3 + 1\right] = 0$$

กรณีที่ 1 $z + 2 = 0 \rightarrow z = -2$

กรณีที่ 2 $(\overline{z})^3 + 1 = 0 \rightarrow \overline{(z^3)} = -1 \rightarrow \overline{\overline{(z^3)}} = \overline{-1}$

$$z^3 = -1 \rightarrow z = -1 \ , \ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \ , \ \boxed{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

13. <u>ตอบ</u> 1

<u>วิธีทำ</u>

จาก $a, b \in I^+$

$$(a, b) \times [a, b] = a \cdot b$$

$$(a, b) \times [a, b] = 3 \times 2^7 \quad \text{——}(1)$$

และจากโจทย์ $[a, b] - (a, b) = 5 \times 2^3$ ——(2)

ให้ $A = (a, b)$ และ $B = [a, b]$

จาก (2) , $B - A = 40$ ——(3)

จาก (1) , $A \cdot B = 3 \times 2^7$ ——(4)

พิจารณา (3) , (4) โดยหาจำนวน 2 จำนวนที่คูณกันได้ 3×2^7

และลบกันได้ 40 , $A \cdot B = 3 \times 2^7$

$$A = 2^3 = 8 \qquad B = 3 \times 2^4 = 48$$

$\therefore \ [a, b] = B = 48$

14. **ตอบ** 5

วิธีทำ

$$\left(\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta}\right)^2 - \left(\frac{\cos 3\theta}{\cos\theta}\right)^2 = 1 \rightarrow \left(\frac{3\sin\theta - 4\sin^3\theta}{\sin\theta}\right)^2 - \left(\frac{4\cos^3\theta - 3\cos\theta}{\cos\theta}\right)^2 = 1$$

$$(3-4\sin^2\theta)^2 - (4\cos^2\theta - 3)^2 = 1$$

$$\left[(3-4\sin^2\theta) - (4\cos^2\theta-3)\right]\left[(3-4\sin^2\theta) + (4\cos^2\theta-3)\right] = 1$$

$$\left[6-4(\sin^2\theta+\cos^2\theta)\right]\left[4(\cos^2\theta-\sin^2\theta)\right] = 1$$

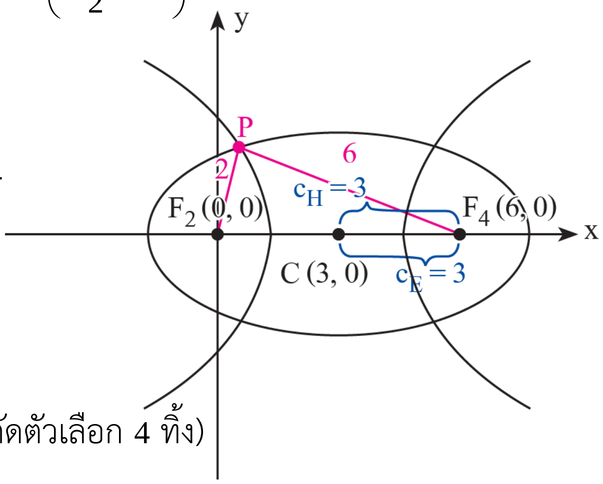
$$(2)(4\cos 2\theta) = 1 \rightarrow 8(2\cos^2\theta - 1) = 1 \rightarrow 16\cos^2\theta - 8 = 1$$

$$\cos^2\theta = \frac{9}{16} \quad \therefore \quad \cos\theta = \frac{3}{4}, \ -\frac{3}{4}$$ ใช้ไม่ได้ เพราะ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

15. **ตอบ** 2

วิธีทำ

จากโจทย์ วงรี E และไฮเพอร์โบลา H มีจุดโฟกัสร่วมกัน คือ (0, 0) และ (6, 0)
แสดงว่า วงรีไข่นอน และไฮเพอร์โบลาลู่ x และจะมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน
(ตัดตัวเลือก 3, 5 ทิ้ง) โดยหาได้จาก จุดศูนย์กลาง : $\left(\frac{0+6}{2}, 0\right) = (3, 0)$



ให้ $PF_1 = 6$ และ $PF_2 = 2$

นิยามวงรี $PF_1 + PF_2 = 2a_E$

$6+2 = 2a_E$ ดังนั้น $a_E = 4$

จากรูป $c_E = 3$

จาก $a_E^2 = b_E^2 + c_E^2 \rightarrow 4^2 = b_E^2 + 3^2$

จะได้ $b_E^2 = 7$

ดังนั้นสมการวงรี E : $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ (ตัดตัวเลือก 4 ทิ้ง)

นิยามไฮเพอร์โบลา $|PF_1 - PF_2| = 2a_H$

$|6-2| = 2a_H$ ดังนั้น $a_H = 2$

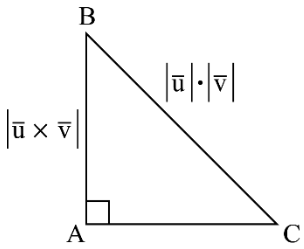
จากรูป $c_H = c_E = 3$

จาก $c_H^2 = a_H^2 + b_H^2 \rightarrow 3^2 = 2^2 + b_H^2$ จะได้ $b_H^2 = 5$

ดังนั้นสมการไฮเพอร์โบลา H : $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ (ตัดตัวเลือก 1 ทิ้ง)

16. <u>ตอบ</u> 4

<u>วิธีทำ</u>



โจทย์ถามหา AC

$$
\begin{aligned}
AC &= \sqrt{BC^2 - AB^2} \\
&= \sqrt{(|\bar{u}|\cdot|\bar{v}|)^2 - (|\bar{u}\times\bar{v}|)^2} \\
&= \sqrt{|\bar{u}|^2\cdot|\bar{v}|^2 - (|\bar{u}|\cdot|\bar{v}|\cdot\sin\theta)^2} \\
&= \sqrt{|\bar{u}|^2\cdot|\bar{v}|^2 - |\bar{u}|^2\cdot|\bar{v}|^2\cdot\sin^2\theta} \\
&= \sqrt{|\bar{u}|^2\cdot|\bar{v}|^2\cdot(1-\sin^2\theta)} \\
&= \sqrt{|\bar{u}|^2\cdot|\bar{v}|^2\cdot\cos^2\theta} \\
&= \sqrt{(|\bar{u}||\bar{v}|\cos\theta)^2} \\
&= \big||\bar{u}||\bar{v}|\cos\theta\big| = |\bar{u}\cdot\bar{v}|
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\bar{u}\cdot\bar{v} &= \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 75^\circ \\ \cos 15^\circ \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ \sin 75^\circ \\ \sin 15^\circ \end{bmatrix} \\
&= 1\cdot 1 + \cos 75^\circ \sin 75^\circ + \cos 15^\circ \sin 15^\circ \\
&= 1 + \cos 75^\circ \cos 15^\circ + \sin 75^\circ \sin 15^\circ \\
&= 1 + \cos(75^\circ - 15^\circ) = 1 + \cos 60^\circ = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}
\end{aligned}
$$

$$\therefore \quad AC = |\bar{u}\cdot\bar{v}| = \left|\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$$

17. **<u>ตอบ</u>** 1

<u>วิธีทำ</u>

$$12(4^x)+18(9^x)-35(6^x) = 0$$

$$\frac{12(4^x)}{4^x}+\frac{18(9^x)}{4^x}-\frac{35(6^x)}{4^x} = \frac{0}{4^x}$$

$$12+18\left(\frac{9}{4}\right)^x-35\left(\frac{6}{4}\right)^x = 0$$

$$18\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-35\left(\frac{3}{2}\right)^x+12 = 0 \text{ , ให้ } \left(\frac{3}{2}\right)^x = A$$

จะได้ $$18A^2-35A+12 = 0$$

$$(9A-4)(2A-3) = 0$$

$$A = \frac{4}{9},\frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9},\frac{3}{2} \qquad \therefore\ x = -2, 1$$

$\therefore$ ผลบวกคำตอบ $= -2+1 = -1$

18. **<u>ตอบ</u>** 1

<u>วิธีทำ</u>

$$x^{\log_5 x^2} = \frac{25}{x^3}$$

$$\log_5 x^{2\log_5 x} = \log_5\left(\frac{25}{x^3}\right)$$

$$(2\log_5 x)(\log_5 x) = \log_5 25-\log_5 x^3$$

$$2(\log_5 x)^2 = 2-3\log_5 x$$

$$2(\log_5 x)^2+3\log_5 x-2 = 0$$

$$(2\log_5 x-1)(\log_5 x+2) = 0$$

$$\log_5 x = \frac{1}{2},-2$$

$$x = 5^{\frac{1}{2}}, 5^{-2} = \sqrt{5}, \frac{1}{25}$$

ตรวจคำตอบแล้วใช้ได้ทั้งคู่

$\therefore$ ผลคูณคำตอบ $= \dfrac{\sqrt{5}}{25}$

19. <u>ตอบ</u> 3

<u>วิธีทำ</u>

จากโจทย์จะได้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{cccccc} & & & -3 & 1 & 2 \\ \det A = & \left| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right. & \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right. & & = 8 & \\ & & & 1 & 1 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 0 & -1 & 4 \\ \det A_z = & \left| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{array} \right. & \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right. & & = 4 & \\ & & & 2 & -1 & 0 \end{array}$$

$\therefore \quad z = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

20. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u>

จากโจทย์ $A = \{104, 109, 114, \ldots.., 999\}$

พบว่าสมาชิกในเซต A เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต มี $d = 5$, $a_1 = 104$, $a_n = 999$

หาจำนวนสมาชิกทั้งหมดในเซต A จาก $a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 999 = 104 + (n-1)(5)$

$n = 180$

ดังนั้น ผลบวกของสมาชิกทุกตัวของ $A = 104 + 109 + 114 + \overset{180\text{ พจน์}}{\ldots\ldots\ldots\ldots} + 999$

$$= \frac{180}{2}(104 + 999)$$

$$= 99{,}270$$

21. <u>**ตอบ**</u> 3

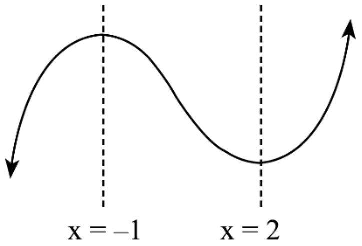
<u>**วิธีทำ**</u>

เนื่องจาก $f(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนาม

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ ทำให้ ค่าวิกฤต $x = -1, 2$

สัมประสิทธิ์เป็นบวก Max Min

เราจะเขียนกราฟคร่าวๆ ได้ดังนี้



$\therefore$ ก. ถูก

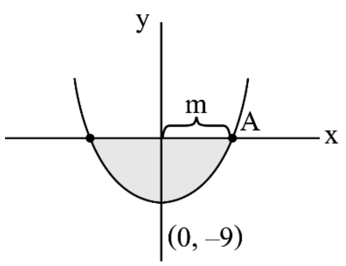
ข. ถูก

ค. ผิด เพราะ $x \in (-1, 2)$ เป็นฟังก์ชันลด

ง. ผิด เพราะ $x \in (-\infty, -1)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

22. <u>**ตอบ**</u> 5

<u>**วิธีทำ**</u>



จากสูตร พ.ท.พาราโบลา $= \frac{2}{3} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$$9 = \frac{2}{3}(2m)(9)$$

$$m = \frac{3}{4}$$

$\therefore$ จุด A คือ $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$

จากสมการมาตรฐานของพาราโบลาหงาย

$y - k = a(x-h)^2$ มี $(h, k) = (0, -9)$ และผ่าน $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$

$y + 9 = a(x-0)^2$

แทน $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ จะได้ $0 + 9 = a\left(\frac{3}{4}\right)^2$ $\quad\therefore\ a = 16$

$\therefore$ สมการคือ $y + 9 = 16x^2$

$$y = 16x^2 - 9$$

23. **<u>ตอบ</u>** 3

<u>วิธีทำ</u>

$$n(s) = \binom{10}{5} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252 \text{ วิธี}$$

E แทน เหตุการณ์ที่จะได้เลข 8 เป็นจำนวนที่มากเป็นอันดับ 2

แสดงว่า เมื่อเรียงจำนวนที่หยิบได้จากมากไปน้อย

$$\underset{\uparrow}{\_} \quad \boxed{8} \quad \underbrace{\_ \ \_ \ \_}$$

ต้องมากกว่า 8 (เลือกจาก 9 – 10) ทำได้ $\binom{2}{1}$ วิธี

ต้องน้อยกว่า 8 (เลือกจาก 1 – 7) ทำได้ $\binom{7}{3}$ วิธี

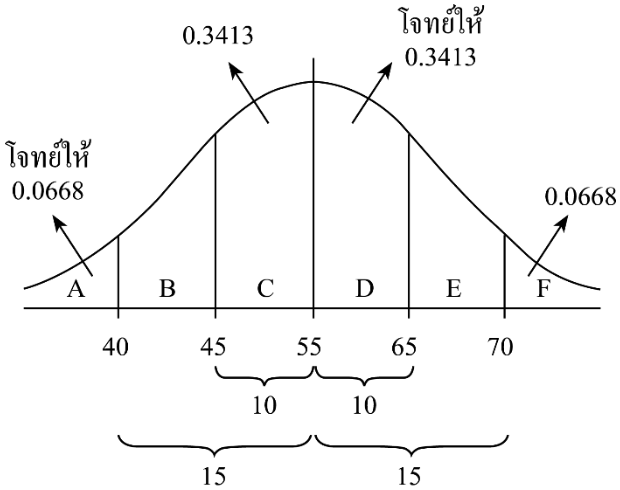
ดังนั้น $n(E) = \binom{2}{1}\binom{7}{3} = 2 \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 70$ วิธี

$$\therefore \ P(E) = \frac{70}{252} = \frac{5}{18}$$

24. **<u>ตอบ</u>** 3

<u>วิธีทำ</u>

จากโจทย์ ได้พื้นที่ส่วนต่างๆ ตามรูปด้านล่างนี้



เนื่องจากโค้งปกติเป็นรูปสมมาตร เมื่อเราแบ่งพื้นที่เป็นส่วนต่างๆ ดังรูป จะได้ว่า

พื้นที่ C = พื้นที่ D = 0.3413

และ พื้นที่ F = พื้นที่ A = 0.0668

และเราจะได้ว่า พื้นที่ D + พื้นที่ E = 0.5 − พื้นที่ F

$= 0.5-0.0668 = 0.4332$

พื้นที่ตั้งแต่ 45 คะแนน ถึง 70 คะแนน $= \text{พ.ท. C} + \underbrace{\text{พ.ท. D} + \text{พ.ท. E}}$

$= 0.3413+0.4332$

$= 0.7745$

ดังนั้นจำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 45 และ 70 คะแนน = 77.45%

25. **ตอบ** 4

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = \frac{1}{2}x + 4$

จะได้ว่า $\mathrm{Med}_y = \frac{1}{2}\mathrm{Med}_x + 4$ $\therefore$ ข. ถูก

และ $\mu_y = \frac{1}{2}\mu_x + 4$

$= \frac{1}{2}(8) + 4 = 8$ $\therefore$ ก. ถูก

และ $\sigma_y = \left|\frac{1}{2}\right| \cdot \sigma_x$

$= \frac{1}{2} \cdot \sigma_x$ $\therefore$ ค. ถูก

จาก $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

$z_{x_i} = \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x}$ และ $z_{y_i} = \frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y}$

$$\therefore\ z_{y_i} = \frac{\left(\frac{1}{2}x_i + 4\right) - \left(\frac{1}{2}\mu_x + 4\right)}{\frac{1}{2}\sigma_x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}x_i - \frac{1}{2}\mu_x}{\frac{1}{2}\sigma_x}$$

$$= \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x} = z_{x_i}$$ $\therefore$ ง. ผิด

สรุป ถูก 3 ข้อความ ได้แก่ ก. , ข. และ ค.

26. <u>**ตอบ**</u> 5

<u>**วิธีทำ**</u>

โจทย์กำหนด $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 5 = 0$

มี $1+2i$ เป็นคำตอบของสมการ จากทฤษฎีบทคู่คอนจุเกตจะได้ว่า $1-2i$ เป็นคำตอบของสมการด้วย และเนื่องจากสัมประสิทธิ์หน้า x^4 เท่ากับ 1 ทำให้ทราบว่าคำตอบที่เหลืออีก 2 คำตอบต้องเป็นจำนวนเต็มแน่นอน

ให้คำตอบที่เหลือมีค่าเป็น m และ n

จากสูตรของวีตจะได้ว่า
$$\begin{aligned}(1+2i)(1-2i)(m)(n) &= -5\\ (5)(m)(n) &= -5\\ (m)(n) &= -1\end{aligned}$$

จะได้ว่า $m = 1$, $n = -1$ จากทฤษฎีบทตัวประกอบจะได้ว่า

$$P(x) = \left[x - (1+2i)\right]\left[x - (1-2i)\right](x-1)(x+1)$$

$$\begin{aligned}\therefore\ P(2) &= \left[2 - (1+2i)\right]\left[2 - (1-2i)\right](2-1)(2+1)\\ &= (1-2i)(1+2i)(1)(3) = (5)(1)(3) = 15\end{aligned}$$

27. **<u>ตอบ</u>** 2

<u>วิธีทำ</u>

$$\mu = \frac{3+3+4+4+5+5+6+7+7+8+a+b}{12}$$

$$= \frac{52+a+b}{12}$$

จากโจทย์ ข้อมูลแต่ละตัวเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นจะได้ว่า

1) $x_{max} - x_{min}$ เป็นจำนวนเต็ม และจาก Med $=$ พิสัย $= x_{max} - x_{min}$

ดังนั้น Med ต้องเป็นจำนวนเต็ม

2) $a, b \in I^{+}$ ดังนั้น $a_{min} = 1, b_{min} = 1$

$$\mu > \frac{52+1+1}{12} \rightarrow \mu > 4.5$$

Med ต้องเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น μ ก็ต้องเป็นจำนวนเต็ม

$\therefore \ \mu_{min} = 5 \rightarrow \text{Med}_{min} = 5$

กรณี Med $= \mu =$ พิสัย $= 5$

$$\mu = 5 \rightarrow \frac{52+a+b}{12} = 5 \rightarrow a+b = 8$$

กรณี $a = 1$, $b = 7$ พิสัย $= 8-1 = 7$ ✗

กรณี $a = 2$, $b = 6$ พิสัย $= 8-2 = 6$ ✗

กรณี $a = 3$, $b = 5$ พิสัย $= 8-3 = 5$ ✓

และได้ว่า

$$\underline{3}, \underline{3}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{4}, \underline{5}, \overset{\text{Med} = 5}{\downarrow} \underline{5}, \underline{5}, \underline{6}, \underline{7}, \underline{7}, \underline{8}$$

$\therefore \ a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15$

หมายเหตุ มีอีก 1 กรณี คือ $a = 5, b = 3$ ซึ่งได้ $a \cdot b = 5 \cdot 3 = 15$ เหมือนกัน

28. <u>**ตอบ**</u> 2

<u>**วิธีทำ**</u>

จาก $a_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$, $n = 1, 2, 3, ..., m$

ข้อมูลคือ $\dfrac{1}{1\cdot 2}, \dfrac{1}{2\cdot 3}, \dfrac{1}{3\cdot 4}, ..., \dfrac{1}{m(m+1)}$

พิจารณา แยกเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1

m เป็นจำนวนคี่ (มีข้อมูลคี่ตัว) ให้ Med คือข้อมูลตัวตรงกลาง โดย $\text{Med} = \dfrac{1}{k(k+1)}$

เราพบว่า $\dfrac{1}{120} = \dfrac{1}{k(k+1)}$ ไม่สามารถหา k ที่เป็นจำนวนเต็มบวกได้

ดังนั้น m ไม่เป็นจำนวนคี่

กรณีที่ 2

m เป็นจำนวนคู่ (มีข้อมูลคู่ตัว) ให้ Med อยู่ระหว่างข้อมูลตรงกลาง 2 ตัว

คือ $\dfrac{1}{k(k+1)}, \dfrac{1}{(k+1)(k+2)}$

โดย
$$\text{Med} = \frac{\dfrac{1}{k(k+1)} + \dfrac{1}{(k+1)(k+2)}}{2}$$
$$\frac{1}{120} = \frac{\dfrac{1}{k(k+1)} + \dfrac{1}{(k+1)(k+2)}}{2}$$
$$\frac{1}{60} = \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$
$$\frac{1}{60} = \frac{(k+2)+k}{k(k+1)(k+2)}$$
$$\frac{1}{60} = \frac{2\cancel{(k+1)}}{k\cancel{(k+1)}(k+2)}$$
$$k^2 + 2k = 120$$
$$k^2 + 2k - 120 = 0$$
$$(k+12)(k-10) = 0$$
$$k = \cancel{-12}, 10$$

แสดงว่า Med อยู่ระหว่าง $\frac{1}{10 \cdot 11}$ กับ $\frac{1}{11 \cdot 12}$

ดังนั้นข้อมูลทั้งหมดคือ

$$\underbrace{\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \ldots, \frac{1}{10 \cdot 11}}_{10 \text{ ตัว}} \overset{\text{Med}}{\downarrow} \underbrace{\frac{1}{11 \cdot 12}, \ldots, \frac{1}{m(m+1)}}_{10 \text{ ตัว}}$$

เราพบว่า ข้อมูลตั้งแต่ $\frac{1}{1 \cdot 2}$ ถึง $\frac{1}{10 \cdot 11}$ มี 10 ตัว

ดังนั้น $\frac{1}{11 \cdot 12}$ ถึง $\frac{1}{m(m+1)}$ ก็จะมี 10 ตัว เช่นกัน

ดังนั้น $m = 20$ (ข้อมูลมี 20 ตัว)

และ $$\mu = \frac{\Sigma x}{N} = \frac{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{20 \cdot 21}}{20}$$

$$= \frac{\left[\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{2}}\right] + \left[\cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}\right] + \cancel{\ldots} + \left[\cancel{\frac{1}{20}} - \frac{1}{21}\right]}{20}$$

$$= \frac{\frac{1}{1} - \frac{1}{21}}{20}$$

$$= \frac{1}{21}$$

29. <u>**ตอบ**</u> 1

<u>**วิธีทำ**</u>

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4 \rightarrow \frac{a_1(1-r^5)}{1-r} = 4 \quad \text{——}(1)$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + \overset{\text{มี 10 พจน์}}{\cdots\cdots} + a_{15} = 3 \rightarrow \frac{a_6(1-r^{10})}{1-r} = 3 \quad \text{——}(2)$$

$$\frac{(2)}{(1)}, \quad \frac{a_6(1-r^{10})}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a_1r^5(1-r^5)(1+r^5)}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4}$$

$$4r^5(1+r^5) = 3 \rightarrow 4r^{10} + 4r^5 - 3 = 0$$

$$(2r^5 - 1)(2r^5 + 3) = 0 \rightarrow r^5 = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \rightarrow |r^5| = |r|^5 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

ใช้ไม่ได้ $\because |r| < 1$

$|r|^5 < 1$

นำ $r^5 = \frac{1}{2}$ แทนลงใน (1) จะได้ $\dfrac{a_1\left(1 - \frac{1}{2}\right)}{1-r} = 4$

$$\frac{a_1}{1-r} = 8 \rightarrow S_\infty = 8 \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 8$$

30. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u>

จาก $A^{-1} = A \rightarrow AA^{-1} = AA \rightarrow I = A^2 \rightarrow \boxed{A^2 = I}$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a^2 & ab+bc \\ 0 & c^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ $a^2 = 1$ และ $c^2 = 1$ และ $ab+bc = 0$

ดังนั้น $\boxed{a = 1, -1}$ และ $\boxed{c = 1, -1}$ และ $\boxed{b(a+c) = 0}$

พิจารณา $b(a+c) = 0$

กรณี 1 : ถ้า $\boxed{a+c \neq 0}$ แล้ว $\boxed{b = 0}$

2 วิธี $(1+1\,,\,(-1)+(-1))$ 1 วิธี $\therefore$ กรณีนี้มี 2×1 วิธี

กรณี 2 : ถ้า $\boxed{a+c = 0}$ แล้ว $\boxed{\text{b เป็นเลขอะไรก็ได้}}$

2 วิธี $(1+(-1)\,,\,(-1)+1)$ 5 วิธี $(-2, -1, 0, 1, 2)$ $\therefore$ กรณีนี้มี 2×5 วิธี

เมื่อรวมทั้ง 2 กรณี จะมี $2+10 = 12$ วิธี ในการเลือก $a, b, c \in S$

$\therefore$ จำนวนเมทริกซ์ A จะมี 12 เมทริกซ์