พาน้องฟิต พิชิต MWIT64

ข้อสอบ MWIT

1. กำหนดให้ A เป็นจำนวนเต็มบวกที่ทำให้ $\sqrt{A+44}$ และ $\sqrt{A-17}$ เป็นจำนวนเต็ม แล้วผลคูณของเลขโดดในแต่ละหลักของ A มีค่าเท่ากับเท่าใด (MWIT' 63)



ข้อสอบ MWIT

2. กำหนดให้ $x = 1 + \left(\frac{20\sqrt{5} - 1}{2}\right)$

แล้วค่าของ $(4x^3 - 2003x - 2000)^{2561}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (MWIT' 62)



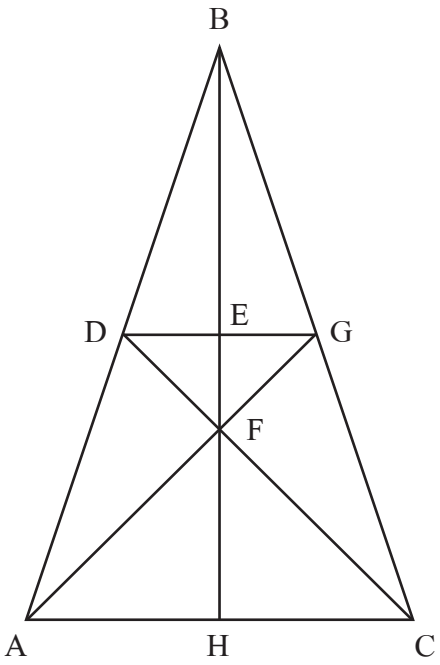
ข้อสอบ MWIT

3. กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มี $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$ และพื้นที่ $\triangle ABC$ มีค่า $216 + 72\sqrt{3}$ ตารางหน่วย จงหาว่าด้านที่สั้นที่สุดของ $\triangle ABC$ มีค่าเท่าใด (MWIT' 62)



ข้อสอบ MWIT

4. กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีด้าน $BA = BC$ จุด D และ G เป็นจุดแบ่งครึ่งด้าน BA และ BC ตามลำดับ ลากเส้น $\overline{DG}$, $\overline{AG}$ และ $\overline{CD}$ โดย $\overline{AG}$ และ $\overline{CD}$ ตัดกันที่จุด F ลากเส้น $\overline{BF}$ ต่อไปตัด $\overline{AC}$ ที่จุด H ถ้า $FE = \frac{5}{18}$ หน่วย และสามเหลี่ยม FED มีพื้นที่ 3 ตารางหน่วย จงหาพื้นที่สามเหลี่ยม ABC (MWIT' 63)

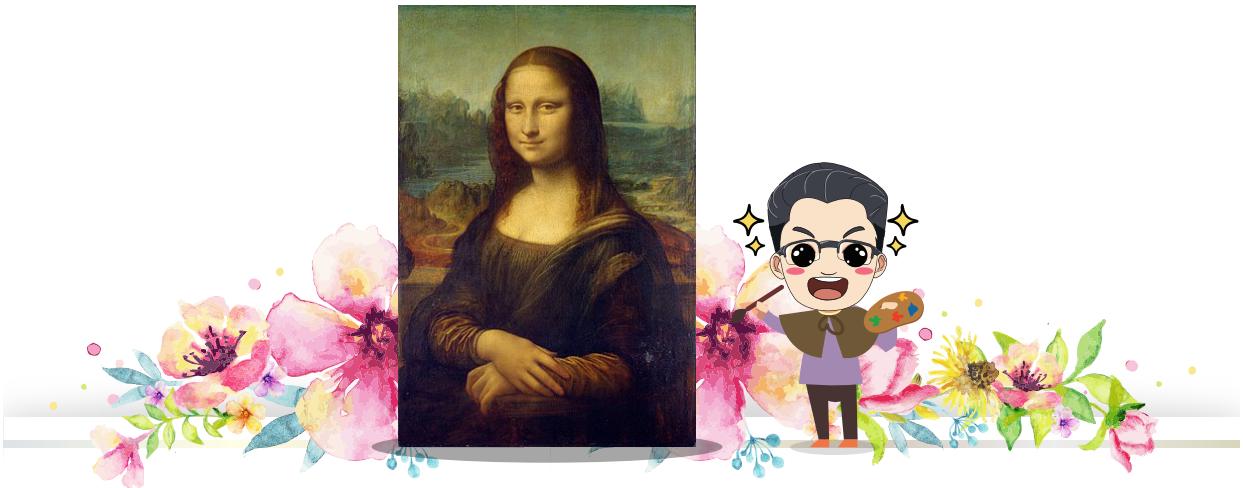




ภาพวาดโมนาลิซาคือภาพหญิงสาวที่สวยสุดในโลก!!!

หญิงงามนั้นมีอยู่มากมายนักบนโลกใบนี้ แต่จะมีหญิงงามคนใดเล่าที่มีความงามเป็นอมตะยาวนานกว่า 500 ปี และเป็นที่ใฝ่ปองของคนทั่วโลกที่จะได้ยลโฉมเธอสักครั้ง นามของเธอผู้นั้นคือ **โมนาลิซา (Mona Lisa)**

ภาพวาดโมนาลิซา หนึ่งในผลงานศิลปะชิ้นเอกของศิลปินอัจฉริยะ เลโอนาร์โด ดาวินชี (Leonardo da Vinci; ค.ศ. 1452 - 1519) โดยชื่อภาพ โมนาลิซา เป็นชื่อที่ จอร์จีโอ วาซารี ศิลปินและนักชีวประวัติชาวอิตาลีเป็นคนตั้งให้หลังจากเลโอนาร์โด ดาวินชี เสียชีวิตไปแล้ว 31 ปี ภาพวาดโมนาลิซา คือภาพวาดสีน้ำมันสูง 77 เซนติเมตร กว้าง 53 เซนติเมตร เป็นภาพวาดทรงคุณค่าและได้รับการยอมรับว่าเป็นภาพหญิงสาวที่สวยสุดในโลก โดยเมื่อพิจารณาจากสัดส่วนบนใบหน้าของเธอทั้งความกว้างและความยาวนั้นจะอยู่ในสัดส่วนที่พอดี ทำให้ใบหน้าของเธอสมดุล งดงาม สร้างความพึงพอใจแก่สายตา และนั่นเป็นเหตุผลว่าทำไมผู้คนถึงต่างหลงใหลในภาพใบนี้นั่นเอง



สัดส่วนที่พอดีและสวยงามดังกล่าวเรียกว่า **สัดส่วนทอง** หรือ **อัตราส่วนทอง(Golden Ratio)**

อัตราส่วนทอง เป็นค่าคงที่ของธรรมชาติค่าหนึ่งที่มีคุณสมบัติที่น่าทึ่งหลายประการ มีต้นกำเนิดมาจากชายชาวกรีกผู้ให้กำเนิดวิชาเรขาคณิตที่มีชื่อว่า ยูคริด (Euclid of Alexandria; ประมาณ 325–270 ปีก่อนคริสตกาล) ในตอนนั้น Euclid ไม่ได้เรียกสัดส่วนนี้ว่า Golden Ratio แต่ใช้ชื่อว่า Extreme and mean ratio ในทางคณิตศาสตร์ $\frac{a}{b}$ จะเป็นอัตราส่วนทองเมื่อ a และ b เป็นจำนวน และ $a > b$ แล้ว $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$

โดยอัตราส่วนทองจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ϕ (phi(ตัวเล็ก); อ่านว่า ฟาย หรือ ฟี) และสามารถเขียนในรูปพีชคณิตได้เป็น $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1.6180339887$ ซึ่งเมื่อพิจารณาให้ $\frac{a}{b} = \phi$ แทนในสมการ $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ จะได้ว่า $1 + \frac{1}{\phi} = \phi$ ทำให้ $\phi^2 = \phi + 1$ และสามารถจัดรูปได้เป็น $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ นอกจากนี้จะนิยามให้สัญลักษณ์ Φ (phi(ตัวใหญ่); อ่านว่า ฟาย หรือ ฟี เช่นเดียวกัน) โดย $\Phi = \frac{1}{\phi}$ ซึ่งสามารถเขียนในรูปพีชคณิตได้เป็น $\Phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.6180339887$ และสามารถจัดรูปให้อยู่ในรูปสมการได้เป็น $\Phi^2 + \Phi - 1 = 0$ ซึ่งเมื่อเราพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง ϕ และ Φ พบว่า $\Phi = \phi - 1$

อัตราส่วนทองเป็นอัตราส่วนที่สามารถพบได้ในธรรมชาติทั้งสิ่งมีชีวิตและไม่มีชีวิต เช่น สถาปัตยกรรมอย่างมหาวิหารพาร์เธนอน (Parthenon) พีระมิดอียิปต์ งานศิลปะดังเช่นภาพวาดโมนาลิซา ดนตรี ดอกไม้ สัตว์ รูปทรงกาแลคซี หรือแม้กระทั่งบนใบหน้าของมนุษย์ ในปัจจุบันอัตราส่วนทองถูกนำมาประยุกต์ใช้ในงานออกแบบ งานศิลปะและงานสถาปัตยกรรมต่างๆมากมายโดยที่เรามักไม่ได้สังเกตถึงมัน แต่องค์ประกอบของงานออกแบบเหล่านั้นจะดูลงตัวและเราสามารถรับรู้ได้ถึงความสวยงามโดยธรรมชาติของตัวมันเอง



PROBLEMS

5. กำหนด a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้า $(-\Phi)^a = (-\Phi)^{11} + (-\Phi)^{10}$ และ $(-\phi)^{17} = (-\phi)^b + (-\phi)^{18}$ แล้ว ab มีค่าเท่ากับเท่าใด

(ตอบ 228)

6. กำหนด a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้า $(1 + \Phi)^9 = a + b\phi$ และ $\Phi^c = \frac{47 - 21\sqrt{5}}{2}$ แล้ว $a + 2b + 3c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(ตอบ 113)

7. กำหนด a, b, c, d, e, f, p, q, r, x, y และ z เป็นจำนวนเต็มโดยที่

$m = \frac{1 - \sqrt{5 + 3\Phi}}{2}$ และ $n = \frac{1 - \sqrt{2 + 3\phi}}{2}$ ถ้า $m^2 = 0.abcdef...$ และ $n^2 = 0.pqrxyz...$

แล้ว $(a + c + e + q + x + z) \cdot (b + d + f + p + r + y)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(ตอบ 784)