เฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์ PAT1 (ก.พ.63)

1. <u>ตอบ</u> 3

<u>วิธีทำ</u>

$$(\sim P) \wedge (P \rightarrow Q) \equiv T$$

$\sim P \equiv T$

$\therefore\ P \equiv F$

$Q \equiv T, F$ ก็ได้

(ก) $(\sim P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow \sim Q) \equiv T$

$\therefore$ (ก) ผิด ไม่ตอบคำตอบ 3 ก็ตอบคำตอบ 5

(ข) $P \leftrightarrow (Q \wedge \sim Q) \equiv T$

$\therefore$ (ข) ถูก ดังนั้น ตอบคำตอบ 3

สำหรับ (ค) $P \wedge Q \rightarrow Q \equiv T$

$\therefore$ (ค) ถูก

2. **ตอบ** 2

วิธีทำ

$\mathcal{U} = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

(ก) $\frac{1}{|x+1|} > 2 \rightarrow \frac{1}{2} > |x+1|, x \neq -1$

$$|x+1| < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} < x+1 < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2} \text{ โดย } x \neq -1$$

$$\exists x\left[x / \frac{1}{|x+1|} > 2\right] \equiv \exists x\left[x / -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1\right] \equiv \text{F}$$

ไม่มี x โดย $x \in \mathcal{U}$ ที่ $-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1$

$\therefore$ (ก) ถูก

(ข) $|x| < \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

$$\forall x\left[x / |x| < \frac{1}{2}\right] \equiv \forall x\left[x / -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right] \equiv \text{F}$$

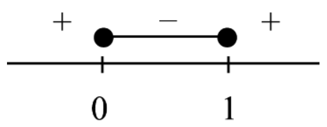
เพราะมี x บางค่า ซึ่ง $x \in \mathcal{U}$ แต่ $x \notin \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

เช่น $x = \frac{1}{2}$ $\therefore$ (ข) ผิด

เมื่อ (ก) ถูก และ (ข) ผิด ข้อนี้ตอบคำตอบ 2

สำหรับ (ค) $x^2 - x \le 0$

$(x)(x-1) \le 0$



$\forall x\left[x / x^2 - x \le 0\right] \equiv \forall x[x / 0 \le x \le 1] \equiv F$

เพราะมี x บางค่า ซึ่ง $x \in \mathcal{U}$ แต่ $x \notin [0, 1]$

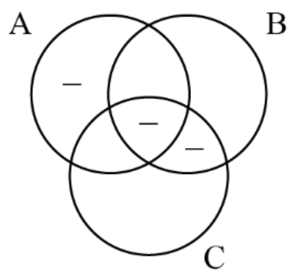
เช่น x ซึ่ง $x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ $\therefore$ (ค) ถูก

3. **<u>ตอบ</u>** 5

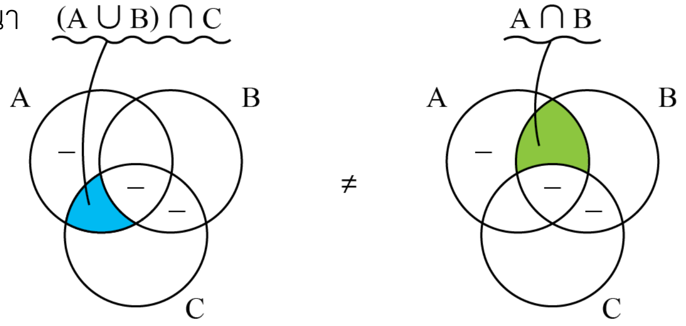
<u>วิธีทำ</u>

ข้อความ ก.

จาก $B \cap C = \varnothing$ และ $A \subset (B \cup C)$ สามารถวาดแผนภาพได้ ดังรูป



พิจารณา

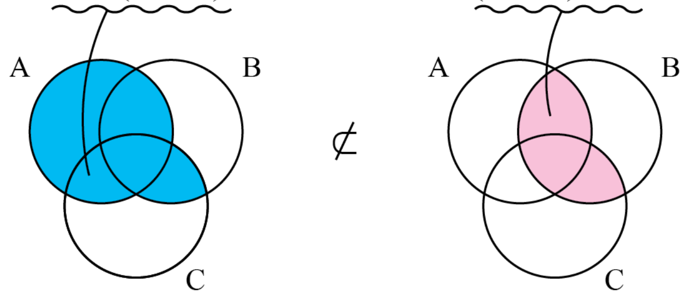


พบว่า $(A \cup B) \cap C \neq A \cap B$

$\therefore$ ข้อความ ก. ผิด

ข้อความ ข.

พิจารณา $A \cup (B \cap C)$ $(A \cup C) \cap B$



พบว่า $A \cup (B \cap C) \not\subset (A \cup C) \cap B$

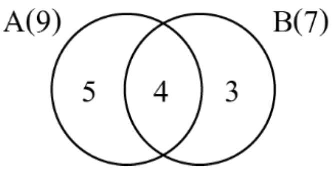
$\therefore$ ข้อความ ข. ผิด

ข้อความ ค.

โจทย์กำหนดให้ $n(A) = 9$ และ $n(B) = 7$ และ $n(P(A-B)) = 32$

จะได้ว่า $2^{n(A-B)} = 32 \rightarrow 2^{n(A-B)} = 2^5$ ดังนั้น $n(A-B) = 5$

วาดแผนภาพได้ดังรูป และสามารถเติมแผนภาพได้ ดังรูป



จากแผนภาพ $n(B-A) = 3$

ดังนั้น $n(P(B-A)) = 2^{n(B-A)} = 2^3 = 8$

$\therefore$ ข้อความ ค. ผิด

4. <u>**ตอบ**</u> 2

<u>**วิธีทำ**</u>

จากโจทย์ r แจกแจงออกมาได้

โดย $r = \{(-3, 1), (-2, 0), (-1, -1), (0, -2), (1, -1), (2, 0), (3, 1)\}$

r เป็นฟังก์ชัน แต่ไม่ใช่ 1–1

$\therefore$ r^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน (ก) ผิด

$r^{-1} = \{(1, -3), (0, -2), (-1, -1), (-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3)\}$

$\therefore$ $r \cap r^{-1} = \{(0, -2), (-1, -1), (-2, 0)\}$

จะได้ $n(r \cap r^{-1}) = 3$ (ข) ถูก

เมื่อ (ก) ผิด และ (ข) ถูก พบว่า คำตอบที่ไม่ใช่แน่ๆ คือ คำตอบ 1, คำตอบ 3, คำตอบ 4 และคำตอบ 5 ดังนั้นเหลือเพียงคำตอบ 2 จึงตอบคำตอบ 2 แน่นอน

เมื่อพิจารณา D_r , R_r

$D_r = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} = A$

$R_r = \{-2, -1, 0, 1\}$

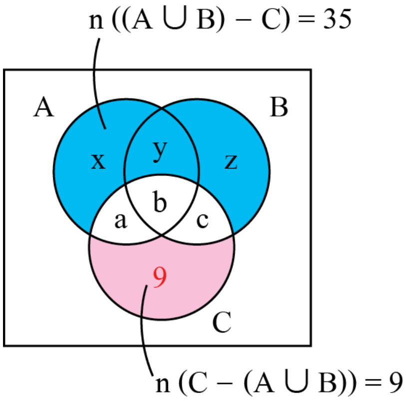
$\therefore$ $D_r \cap R_r = R_r \neq D_r$ (ค) ผิด

5. **<u>ตอบ</u>** 2

<u>วิธีทำ</u>

ให้ a, b, c, x, y และ z คือจำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้



จะได้ว่า $x+y+z = 35$

และจากแผนภาพ

$$n(A \cup B \cup C) = \underbrace{x+y+z}+a+b+c+9$$

$$100 = 35 + a+b+c+9$$

$$a+b+c = 56$$

จากสูตร

$$n(A \cup B \cup C) = \underbrace{n(A)+n(B)+n(C)} - \boxed{n(A \cap B)} - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$100 = 199 - n(A \cap B) - (b+c) - (a+b) + b$$

$$n(A \cap B) = 199 - 100 - b - c - a - b + b$$

$$= 99 - (a+b+c)$$

$$= 99 - 56$$

$$\therefore\ n(A \cap B) = 43$$

6. **<u>ตอบ</u>** 4

<u>วิธีทำ</u>

$$\frac{a(-\sin A)}{-\sin A} - \frac{(-\cot A)}{\cot A} = 3\sec 60^\circ$$

$$a+1 = 3(2) \qquad \therefore\ a = 5$$

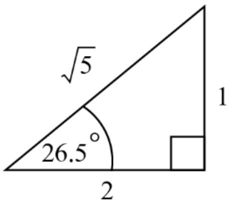
7. **ตอบ** 3

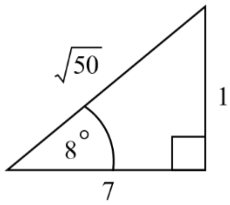
วิธีทำ

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4}+2\arctan\frac{1}{2}\right) = \tan(135^\circ + 2(26.5^\circ))$$

$$= \tan(180^\circ + 8^\circ)$$

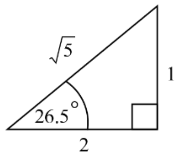
$$= \tan 8^\circ = \frac{1}{7}$$





8. **ตอบ** 5

วิธีทำ



I) $-\frac{\pi}{2} < x < 0 \rightarrow -90^\circ < x < 0^\circ$

$\cos x + \sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ จะได้ว่า $\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ ดังนั้น $x = -26.5^\circ$

$$\therefore \quad \tan x - \cot x = \tan(-26.5^\circ) - \cot(-26.5^\circ) = -\tan 26.5^\circ - (-\cot 26.5^\circ)$$

$$= -\frac{1}{2} - (-2) = \frac{3}{2}$$

II) $\cos x + \sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ จะได้ว่า $-\frac{\pi}{4} < x < 0 \rightarrow -\frac{\pi}{2} < 2x < 0$

$$(\cos x + \sin x)^2 = \frac{1}{5} \rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{5} \rightarrow \sin 2x = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{2\tan x}{1+\tan^2 x} = -\frac{4}{5} \rightarrow -10\tan x = 4\tan^2 x + 4$$

$$2\tan^2 x + 5\tan x + 2 = 0 \rightarrow (2\tan x + 1)(\tan x + 2) = 0$$

$\tan x = -\frac{1}{2}$, -2 ใช้ไม่ได้ เพราะ $-\frac{\pi}{4} < x < 0$

$\cot x = -2$

$$\therefore \quad \tan x - \cot x = -\frac{1}{2} - (-2) = \frac{3}{2}$$

9. **ตอบ** 1

วิธีทำ

(ก) $(0.6)^{-\frac{2}{3}} > (0.6)^{0}$ เนื่องจาก $0 < 0.6 < 1$ จึงเป็นฟังก์ชันลด

$-\frac{2}{3} < 0$ เป็นจริง $\therefore$ (ก) ถูก

(ข) เนื่องจาก $0 < 0.2 < 1$ จึงเป็นฟังก์ชันลด

ถ้า $(0.2)^{x} > (0.2)^{y}$ แล้ว $x < y$ $\therefore$ (ข) ถูก

(ค) $\log_5 0.1 > \log_{0.2} 0.1$

$\log_5 10^{-1} > \log_{5^{-1}} 10^{-1}$

$-\log_5 10 > \log_5 10$ และ $\log_5 10 = \dfrac{\log 10}{\log 5} > 0$ แน่ๆ

$\therefore$ (ค) ผิด

10. <u>**ตอบ**</u> 4

<u>**วิธีทำ**</u>

จากโจทย์ $P = 4x + y$

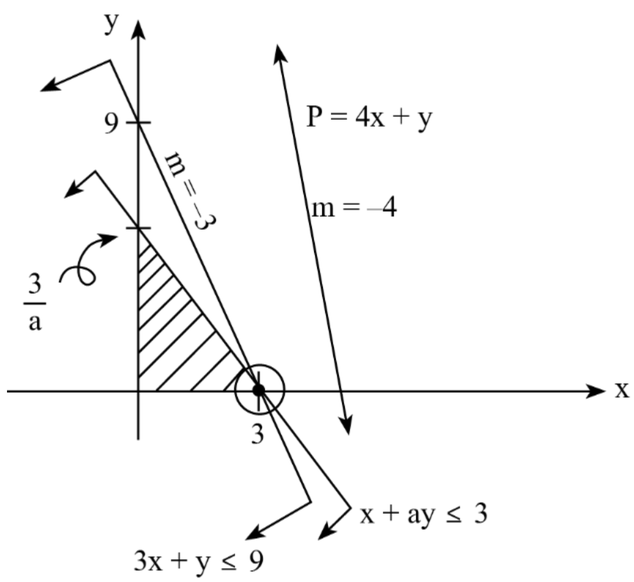
อสมการข้อจำกัด คือ

$x + ay \leq 3$

$3x + y \leq 9$

และ $x \geq 0$, $y \geq 0$ ได้กราฟดังนี้

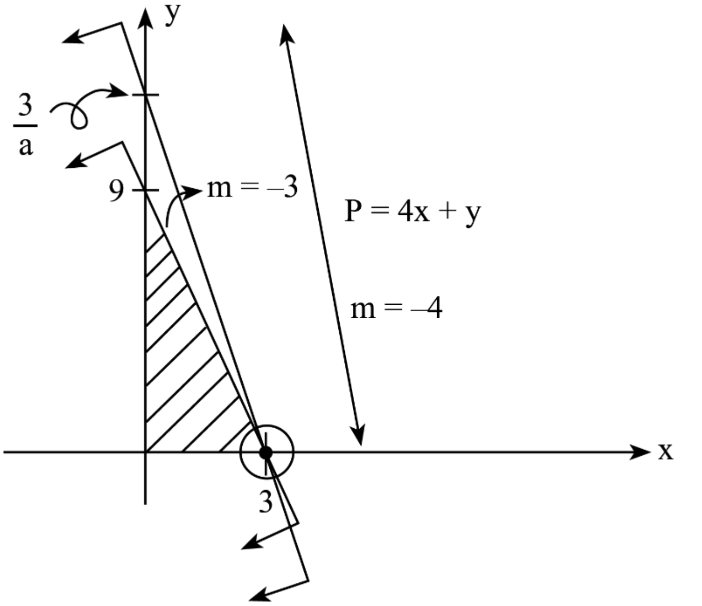
กรณี 1 $\frac{3}{a} < 9$



พบว่า จุดที่ให้ค่า P_{MAX} คือ (3, 0)

$\therefore P_{MAX} = 4(3) + 0 = 12$

กรณี 2 $\frac{3}{a} > 9$



พบว่า จุดที่ให้ค่า P_{MAX} คือ (3, 0)

$\therefore \; P_{MAX} = 4(3)+0 = 12$

สำหรับ กรณี $\frac{3}{a} = 9 \rightarrow a = \frac{1}{3}$ จะทำให้ 2 ข้อจำกัดซ้ำกัน

$$x+ay \leq 3 \rightarrow x+\frac{y}{3} \leq 3 \xrightarrow{\times 3} 3x+y \leq 9$$

ซึ่งกรณีนี้ถ้านำมาพิจารณา ก็จะได้ $P_{MAX} = 12$ เช่นกัน

11. **ตอบ** 4

วิธีทำ

นำอนุกรมของโจทย์มาเขียนใหม่ดังนี้

$\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{8}\right)+\ldots$ มี $a_i = 1-\frac{1}{2^i}$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n}\left(1-\frac{1}{2^i}\right) = \sum_{i=1}^{n} 1 - \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2^i}$$

$$= n - \left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right]$$

$$= n - \frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}} = n-1+\frac{1}{2^n}$$

$$S_{2n} = 2n-1+\frac{1}{2^{2n}}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{S_{2n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{n-1+\frac{1}{2^n}}{2n-1+\frac{1}{2^{2n}}} = \lim_{n\to\infty}\frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$$

12. <u>ตอบ</u> 1

<u>วิธีทำ</u>

จาก (ค) $f(x)-g(x) = x^2-2x$ ——(1)

แทน x ด้วย $-x$

$$f(-x)-g(-x) = (-x)^2-2(-x)$$

จาก (ก) , (ข) $-f(x)-g(x) = x^2+2x$

คูณ -1 $\therefore$ $f(x)+g(x) = -x^2-2x$ ——(2)

$(1)+(2)$ $2f(x) = -4x$

$$f(x) = -2x$$

แทน $f(x) = -2x$ ใน (2) ได้

$$\cancel{-2x}+g(x) = -x^2\cancel{-2x}$$

$$g(x) = -x^2$$

จาก $f(10+a)-f(10-a) = g(10)$

$$-2(10+a)-[-2(10-a)] = -10^2$$

$$-20-2a+20-2a = -100$$

$$100 = 4a$$

$$a = 25$$

$$\therefore \quad f(g(a)) = f(g(25)) = f(-(25)^2)$$

$$= f(-625) = -2(-625) = 1,250$$

13. <u>ตอบ</u> 3

<u>วิธีทำ</u>

ข้อมูลเรียงน้อย $\rightarrow$ มาก

$a\ ,\ 5\ ,\ 7\ ,\ b\ ,\ 11\ ,\ c$

D_7 มีตำแหน่ง $= \dfrac{7}{10}(6+1) = 4.9$

$\therefore\ D_7$ = ตำแหน่งที่ 4.9

D_7 = ตำแหน่งที่ 4 + (ตำแหน่งที่ 5 – ตำแหน่งที่ 4)(0.9)

$10.8 = b+(11-b)(0.9)$

$10.8 = b+9.9-0.9b$

$0.9 = 0.1b \rightarrow b = 9$

พิสัย $= 8 \quad \therefore\ c-a = 8 \rightarrow c = a+8$

$\bar{x} = 8 \rightarrow \dfrac{a+5+7+9+11+(a+8)}{6} = 8$

$2a+40 = 48$

$\therefore\ a = 4$

จะได้ $c = a+8$

$= 4+8 = 12$

ดังนั้น $a^2+b^2+c^2 = 4^2+9^2+12^2$

$= 241$

14. <u>ตอบ</u> 2

<u>วิธีทำ</u>

$$9^x + 6^x - (2^{2x})(2^1) = 0$$

$$9^x + 6^x - 2(4^x) = 0$$

$$\frac{9^x}{4^x} + \frac{6^x}{4^x} - \frac{2(4^x)}{4^x} = \frac{0}{4^x}$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x + \left(\frac{6}{4}\right)^x - 2 = 0$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0$$

$$\left[\left(\frac{3}{2}\right)^x + 2\right]\left[\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1\right] = 0$$

ใช้ไม่ได้ เพราะ $\left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$ แน่ๆ

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = -2 , 1$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \qquad \therefore \ x = 0$$

ดังนั้น $A = \{0\}$, $B = \{2^0\} = \{1\}$

$\therefore$ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน B คือ 1

15. <u>**ตอบ**</u> 3

<u>**วิธีทำ**</u>

จากโจทย์ $N = 30$

จำนวนสมาชิกในครัวเรือน	ความถี่สะสมสัมพัทธ์ $\left(\frac{F}{N}\right)$	* ความถี่สะสม (F)	ความถี่ (f)
1	0.2	6	6
2	0.3	9	3
3	0.7	21	12
4	0.9	27	6
5	1.0	30	3

* ความถี่สะสม (F) = ความถี่สะสมสัมพัทธ์ $\left(\frac{F}{N}\right) \times N$

= ความถี่สะสมสัมพัทธ์ $\left(\frac{F}{N}\right) \times 30$

พิจารณาคำตอบที่ 1 หา Med

ตำแหน่ง Med $= \frac{N+1}{2} = \frac{30+1}{2} = 15.5$

เราพบว่า ตำแหน่งที่ 15.5 อยู่ในชั้น 3 (นับจากบนลงล่าง)

$\therefore$ Med = ตำแหน่งที่ 15.5 = 3 คน

คำตอบที่ 1 ถูก

พิจารณาคำตอบที่ 2 หา Mode

Mode = ข้อมูลที่ความถี่ (f) สูงสุด

= 3 คน

คำตอบที่ 2 ถูก

พิจารณาคำตอบที่ 3 พบว่า ครัวเรือนที่มีจำนวนสมาชิกน้อยกว่า 4 คน

(1 คน, 2 คน และ 3 คน) มีทั้งหมด $6+3+12 = 21$ ครัวเรือน

คำตอบที่ 3 ผิด

พิจารณาคำตอบที่ 4 พบว่า ครัวเรือนที่มีจำนวนสมาชิกอย่างน้อย 4 คน

(4 คน และ 5 คน) มีทั้งหมด $6+3 = 9$ ครัวเรือน

คำตอบที่ 4 ถูก

พิจารณาคำตอบที่ 5 พบว่า ครัวเรือนที่มีจำนวนสมาชิกอย่างมาก 2 คน

(1 คน และ 2 คน) มีทั้งหมด $6+3 = 9$ ครัวเรือน

คำตอบที่ 5 ถูก

16. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u>

หา $\mathbf{f^{-1}(x)}$

จากสูตร $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{dx-b}{-cx+a}$

$\therefore \quad f(x) = \dfrac{-x+1}{x+2} \rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{2x-1}{-x-1}$

จาก $f(a+f^{-1}(2)) = 1$

$$a+f^{-1}(2) = f^{-1}(1)$$

$$a+\frac{2\cdot 2-1}{-2-1} = \frac{2(1)-1}{-1-1}$$

$$a+(-1) = -\frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

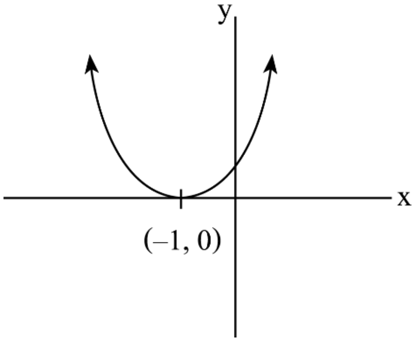
$$\therefore \quad 2a+1 = 2\left(\frac{1}{2}\right)+1 = 2$$

17. **ตอบ** 4

วิธีทำ

จากเรนจ์ของ f คือ $[0, \infty)$ แสดงว่า เป็นกราฟพาราโบลาหงายที่มีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0

และจาก $f(-1) = 0$ แสดงว่า จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f คือ $(-1, 0)$



ดังนั้น $\boxed{f'(-1) = 0}$

และ $\boxed{f(-1) = 0}$

$f(x) = ax^2 + bx + 1 \rightarrow f(-1) = a - b + 1 = 0$ —— (1)

$f'(x) = 2ax + b \rightarrow f'(-1) = -2a + b = 0$ —— (2)

$(1) + (2)$, $-a + 1 = 0 \quad \therefore \; a = 1$

แทน $a = 1$ ใน (2) จะได้ $b = 2$

จะได้ $f(x) = x^2 + 2x + 1$

$$\therefore \int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \left.\frac{x^3}{3} + x^2 + x\right|_{-1}^{2} = \left(\frac{8}{3} + 4 + 2\right) - \left(-\frac{1}{3} + 1 - 1\right) = 9$$

18. **ตอบ** 1

วิธีทำ

พาราโบลามี $y = 3$ เป็นแกนสมมาตร แสดงว่า พาราโบลาเปิดตามแนวแกน x แน่ๆ

และจุดยอดของพาราโบลาอยู่บนแกนสมมาตรเสมอ

ดังนั้น ค่า y ที่จุดยอด $= 3$

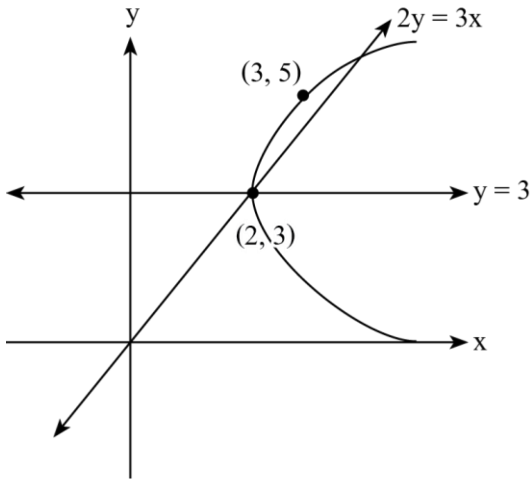
และจุดยอดพาราโบลาอยู่บน $2y = 3x$

แทน $y = 3$ ในสมการ : $2(3) = 3x \rightarrow x = 2$

แสดงว่าจุดยอดพาราโบลา คือ (2, 3)

เนื่องจากพาราโบลาผ่านจุด (3, 5)

แสดงว่าพาลาโบลาเปิดขวาแน่ๆ



สมการพาราโบลา P : $(y-3)^2 = 4c(x-2)$

ผ่านจุด (3, 5) : $(5-3)^2 = 4c(3-2)$

$4c = 4$

ดังนั้น P : $(y-3)^2 = 4(x-2)$

$\therefore$ สมการพาราโบลา P : $y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$

19. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u>

ให้ $A = 2^a$, $B = \log_2 b$

จากโจทย์ $\frac{2^a - \log_2 b}{2\log_2 b - 4} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{A-B}{2B-4} = \frac{1}{2}$

$2A - 2B = 2B - 4 \rightarrow 2A - 4B = -4$ —— (1)

จาก $\frac{3+\log_2 B}{2^a + 4} = \frac{\log_2 b}{2^a} \rightarrow \frac{3+B}{A+4} = \frac{B}{A} \rightarrow 3A + AB = AB + 4B$

$3A - 4B = 0$ —— (2)

$(2)-(1)$, $A = 4$ แทน A ใน (2) จะได้ $B = 3$

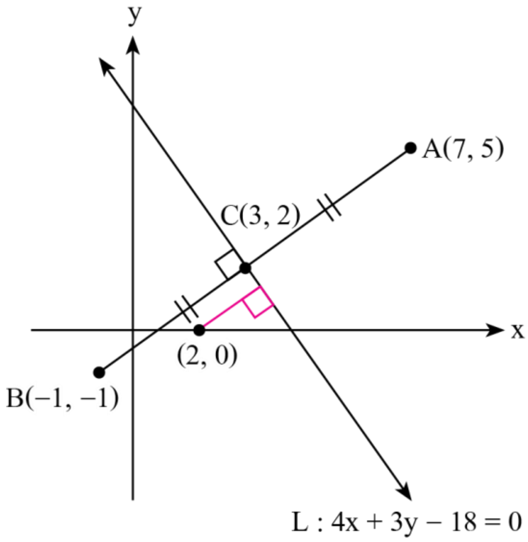
จาก $A = 4 \rightarrow 2^a = 4$ $\therefore$ $a = 2$

$B = 3 \rightarrow \log_2 b = 3$ $\therefore$ $b = 2^3 = 8$

$\therefore$ $a^2 + b^2 = 2^2 + 8^2 = 68$

20. **ตอบ** 1

วิธีทำ



ให้ A(7, 5) และ B(−1, −1)

เส้นตรง L ที่ทุกจุดบนเส้นตรง

ห่างจาก A และ B เท่ากัน

คือ เส้นตรงที่ตั้งฉาก

และผ่านจุดกึ่งกลางส่วนของเส้นตรง $\overline{AB}$

ให้ C เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$

ที่จุด C : $\left.\begin{aligned} x &= \frac{7+(-1)}{2} = 3 \\ y &= \frac{5+(-1)}{2} = 2 \end{aligned}\right\} C(3, 2)$

และ L ตั้งฉาก $\overline{AB}$ ดังนั้น $m_L \cdot m_{AB} = -1$

$$m_L\left(\frac{5-(-1)}{7-(-1)}\right) = -1 \rightarrow m_L\left(\frac{6}{8}\right) = -1 \rightarrow m_L = -\frac{4}{3}$$

L : $4\underbrace{x}_{3} + 3\underbrace{y}_{2} - 18 = 0$ (ผ่านจุด (3, 2))

จะได้ว่า ระยะจากจุด (2, 0) ไปยัง L $= \dfrac{|4(2)+3(0)-18|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \dfrac{|-10|}{\sqrt{25}}$

$= \dfrac{10}{5} = 2$ หน่วย

$\therefore$ ระยะระหว่างเส้นตรง L กับจุด (2, 0) = 2 หน่วย

21. <u>**ตอบ**</u> 4

<u>**วิธีทำ**</u>

$$\bar{u}\times\bar{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 \\ -(-6) \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

จาก เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับ $\bar{u}\times\bar{v}$ คือ เวกเตอร์ที่ dot กับ $\bar{u}\times\bar{v}$ แล้วได้ 0

ดังนั้น เวกเตอร์ที่ไม่ตั้งฉากกับ $\bar{u}\times\bar{v}$ คือ เวกเตอร์ที่ dot กับ $\bar{u}\times\bar{v}$ แล้วไม่ได้ 0

พิจารณาแต่ละคำตอบ พบว่า

1. $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (3)\cdot(-2) + (1)\cdot(6) + (0)\cdot(5) = 0$

2. $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (1)\cdot(-2) + (-3)\cdot(6) + (4)\cdot(5) = 0$

3. $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (4)\cdot(-2) + (3)\cdot(6) + (-2)\cdot(5) = 0$

4. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (1)\cdot(-2) + (1)\cdot(6) + (-1)\cdot(5) = -1 \neq 0$

5. $\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (0)\cdot(-2) + (-5)\cdot(6) + (6)\cdot(5) = 0$

22. <u>ตอบ</u> 2

<u>วิธีทำ</u>

จาก $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j}$ $\quad \therefore \; |\bar{a}|^2 = 1^2 + 2^2 + 0^2 = 5$

และจาก $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = \bar{0}$

จะได้ $|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}| = |\bar{0}|$

$$|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|^2 = |\bar{0}|^2$$

$$|\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 + |\bar{c}|^2 + 2\bar{a}\cdot\bar{b} + 2\bar{b}\cdot\bar{c} + 2\bar{c}\cdot\bar{a} = 0$$

$$5 + 2^2 + 3^2 + 2(\bar{a}\cdot\bar{b} + \bar{b}\cdot\bar{c} + \bar{c}\cdot\bar{a}) = 0$$

$$18 + 2(\bar{a}\cdot\bar{b} + \bar{b}\cdot\bar{c} + \bar{c}\cdot\bar{a}) = 0$$

$$\therefore \quad \bar{a}\cdot\bar{b} + \bar{b}\cdot\bar{c} + \bar{c}\cdot\bar{a} = -9$$

23. <u>ตอบ</u> 3

<u>วิธีทำ</u>

พิจารณา A $\quad x + \frac{1}{x} \geq 0$

$$\frac{x^2+1}{x} \geq 0$$

นำ x^2+1 หาร 2 ข้าง (เนื่องจาก $x^2+1 > 0 \;\therefore$ เครื่องหมายเดิม)

$$\frac{x^2+1}{x(x^2+1)} \geq \frac{0}{x^2+1}$$

$$\frac{1}{x} \geq 0 \;,\; x \neq 0$$

นำ x^2 คูณ 2 ข้าง

$$x^2 \cdot \frac{1}{x} \geq x^2 \cdot 0 \;,\; x \neq 0$$

$$x \geq 0 \;,\; x \neq 0$$

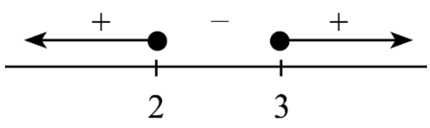
$\therefore \; x > 0 \rightarrow A = (0, \infty)$

พิจารณา B $\quad 2x^2 - 3x \ \geq \ 7x - 12$

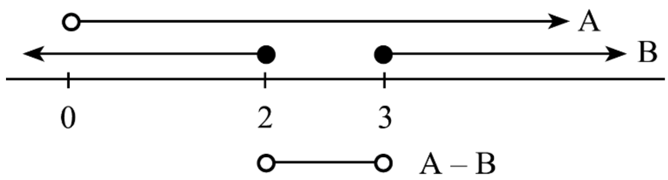
$$2x^2 - 10x + 12 \ \geq \ 0$$

$$\div 2 , \quad x^2 - 5x + 6 \ \geq \ 0$$

$$(x-2)(x-3) \ \geq \ 0$$



$B = (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$



จะได้ $A - B = (2, 3)$ ซึ่งเป็นสับเซตของ $(0, 5)$

$\therefore$ ตอบคำตอบที่ 3

24. <u>ตอบ</u> 4

<u>วิธีทำ</u>

พิจารณา A

$$|3 - 2x - x^2| = x^2 + 2x - 3$$

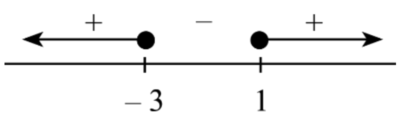
จาก $\quad |-A| = |A| \qquad \therefore \ |3 - 2x - x^2| = |-(x^2 + 2x - 3)| = |x^2 + 2x - 3|$

$$|x^2 + 2x - 3| = x^2 + 2x - 3$$

จาก $|\square| = \square$ จะได้ $\square \geq 0$

$$\therefore \quad x^2 + 2x - 3 \ \geq \ 0$$

$$(x+3)(x-1) \ \geq \ 0$$



$A = (-\infty, -3] \cup [1, \infty)$

พิจารณา B

$$|x^2 + x| \le 12$$

$$-12 \le x^2 + x \le 12$$

$$-12 \le x^2 + x$$

$$0 \le x^2 + x + 12$$

$$x^2 + x + 12 \ge 0$$

$$(x^2 + x + \frac{1}{4}) + \frac{47}{4} \ge 0$$

$$(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{47}{4} \ge 0$$

$$x \in R$$

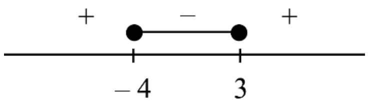
และ

$\cap$

$$x^2 + x \le 12$$

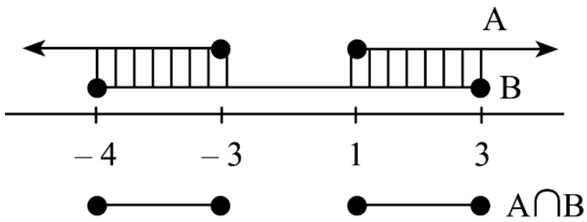
$$x^2 + x - 12 \le 0$$

$$(x+4)(x-3) \le 0$$



$$B = R \cap [-4, 3] = [-4, 3]$$

$$\therefore \quad A \cap B = [-4, -3] \cup [1, 3]$$



25. <u>ตอบ</u> 4

<u>วิธีทำ</u>

ให้ $z = a + bi$

$z - (1+i) = a + bi - 1 - i = (a-1) + (b-1)i$ เป็นจำนวนจินตภาพแท้

$a - 1 = 0 \rightarrow \boxed{a = 1} \rightarrow z = 1 + bi$

$z^2 - 2(1+i)^2 = (1+bi)^2 - 2(2i) = 1 + 2bi - b^2 - 4i$

$= (1-b^2) + (2b-4)i$ เป็นจำนวนจริง $2b - 4 = 0 \rightarrow \boxed{b = 2}$

$\therefore \quad z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 1 + 4 = 5$

26. <u>**ตอบ**</u> 5

<u>**วิธีทำ**</u>

บริษัทมีพนักงาน 20 คน เป็นฝ่ายผลิต 8 คน , ฝ่ายขาย 7 คน

ดังนั้น ต้องเป็นฝ่ายบริหาร $20-8-7 = 5$ คน

ซึ่งฝ่ายบริหารเป็นผู้ชาย 3 คน แสดงว่าเป็นผู้หญิง 2 คน

บริษัทมีพนักงานหญิงทั้งหมด 10 คน ทำงานฝ่ายบริหาร 2 คน

ดังนั้น พนักงานหญิงฝ่ายผลิตและฝ่ายขายอย่างละ 4 คน

สรุป

ฝ่าย / เพศ	บริหาร	ผลิต	ขาย
ชาย	3	4	3
หญิง	2	4	4

$$n(S) = \binom{20}{4} = \frac{20\times19\times18\times17}{4\times3\times2\times1} = 5\times19\times3\times17 = 4,845$$

$$n(E) = \binom{4}{3}\binom{4}{1} = 4\times4 = 16$$

$$\therefore \quad P(E) = \frac{16}{4,845}$$

27. <u>**ตอบ**</u> 3

<u>**วิธีทำ**</u>

ขั้นที่ 1 : เลือกเลขโดด 3 ตัว ทำได้ $\binom{5}{3} = 10$ วิธี

ขั้นที่ 2 : เลขโดด 3 ตัว สร้างจำนวน 4 หลัก แสดงว่า ต้องมีเลขโดด 1 ตัวถูกใช้ซ้ำ

เลือกเลขที่ถูกใช้ซ้ำ ทำได้ $\binom{3}{1} = 3$ วิธี

ขั้นที่ 3 : นำเลขทั้งหมดสลับที่เพื่อสร้างจำนวน 4 หลัก ทำได้ $\frac{4!}{2!} = 12$ วิธี

$\therefore$ จำนวน 4 หลักที่สร้างได้ มี $10\times3\times12 = 360$ จำนวน

28. <u>ตอบ</u> 3

<u>วิธีทำ</u>

$$\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x}-1)(3x-2)}{3x^2-x-2} = \lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x}-1)(3x-2)}{(x-1)(3x+2)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x}-1)(3x-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(3x+2)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{3x-2}{(\sqrt{x}+1)(3x+2)}$$

$$= \frac{3-2}{(2)(5)} = \frac{1}{10}$$

29. <u>ตอบ</u> 1

<u>วิธีทำ</u>

สมมติให้ $\frac{1}{a+50} = \frac{1}{b-51} = \frac{1}{c+52} = \frac{1}{d-53} = \frac{1}{1}$

$\therefore\ a+50 = b-51 = c+52 = d-53 = 1$

$a+50 = 1 \qquad \therefore\ a = -49$

$b-51 = 1 \qquad \therefore\ b = 52$

$c+52 = 1 \qquad \therefore\ c = -51$

$d-53 = 1 \qquad \therefore\ d = 54$

จาก $-51 < -49 < 52 < 54$

จะได้ $c < a < b < d$

30. <u>**ตอบ**</u> 2

จากโจทย์ได้ว่า

	ชาย (1)	**หญิง (2)**	**รวม**
N	22	18	40
μ	50	μ_2	50
σ	4	σ_2	5

จาก $\mu_1 = \mu_{\text{รวม}} = 50$

$$\therefore \quad \mu_2 = 50$$

สูตร $\sigma^2_{\text{รวม}}$ เมื่อ $\mu_1 = \mu_2$

$$\sigma^2_{\text{รวม}} = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1 + N_2}$$

$$5^2 = \frac{\cancel{22}\cdot 4^2 + \cancel{18}\cdot\sigma_2^2}{\cancel{40}}$$

$$25 = \frac{11\cdot 16 + 9\sigma_2^2}{20}$$

$$500 = 176 + 9\sigma_2^2$$

$$\sigma_2^2 = 36$$

$$\therefore \quad \sigma_2 = 6$$

$\therefore$ ส.ป.ส.ของการแปรผันของนักเรียนหญิง $= \dfrac{\sigma_2}{\mu_2} = \dfrac{6}{50} = 0.12$

31. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u>

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{2} \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \ldots = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{a_1}{1-r} = \frac{3}{2} \rightarrow (1)(2) = 3-3r$$

$r = \frac{1}{3}$ จะได้ $a_n = a_1 r^{n-1} = (1)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 5 \rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \ldots = 5 \rightarrow \frac{b_1}{1-r} = 5 \rightarrow 7 = 5-5r$$

$r = -\frac{2}{5}$ จะได้ $b_n = b_1 r^{n-1} = (7)\left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}$

$$\frac{a_n}{b_n} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{7\left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}} = \frac{1}{7}\left(-\frac{5}{6}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{1}{7}\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{5}{6}\right)^{n-1} = \frac{1}{7}\left[1-\frac{5}{6}+\frac{25}{36}-\underset{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{r = -\frac{5}{6}}\right]$$

$$= \frac{1}{7}\left(\frac{1}{1-(-\frac{5}{6})}\right) = \frac{6}{77}$$

32. <u>**ตอบ**</u> 5

<u>**วิธีทำ**</u>

จาก $C_{21}(A) = 2 \rightarrow -M_{21}(A) = 2 \rightarrow M_{21}(A) = -2$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -2 \rightarrow -b = -2 \qquad \boxed{\therefore\ b = 2}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & 2a & -3 & 0 & \\ \text{จาก } \det A = -2 \rightarrow & \left|\begin{array}{ccc} 3 & a & 2 \\ 0 & a & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{array}\right. & \begin{array}{cc} 3 & a \\ 0 & a \\ -1 & 1 \end{array} & & & & & = -2 \\ & & & & 0 & -a & 0 & \end{array}$$

$$a - 3 = -2 \qquad \boxed{\therefore\ a = 1}$$

$\therefore\ a + b = 3$

33. <u>**ตอบ**</u> 1

<u>**วิธีทำ**</u>

ขณะ $x < 1$, $f'(x) = x \rightarrow f(x) = \int x\,dx = \frac{x^2}{2} + c$

$f(0) = 0 \rightarrow f(0) = c = 0$

ขณะ $x > 1$, $f'(x) = x - 1 \rightarrow f(x) = \int (x-1)\,dx = \frac{x^2}{2} - x + c$

โจทย์บอก f ต่อเนื่องบนเซตจำนวนจริง

แสดงว่า f ต้องต่อเนื่องที่ $x = 1$

ดังนั้น $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$

$$\lim_{x \to 1^-} \left(\frac{x^2}{2} \right) = \lim_{x \to 1^+} \left(\frac{x^2}{2} - x + c \right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 1 + c \qquad \therefore\ c = 1$$

ดังนั้น ขณะ $x > 1$, $f(x) = \frac{x^2}{2} - x + 1$

$$\therefore\ f(2) = 2 - 2 + 1 = 1$$

34. <u>ตอบ</u> 1

<u>วิธีทำ</u>

f : ต่อเนื่องที่ x = 0

$$f(0) = \lim_{x \to 0^-}\left(\frac{x}{x-x^2}\right)$$

$$\frac{a(0)+(b-a)(0)-b}{0-1} = \lim_{x \to 0^-}\frac{\cancel{x}}{\cancel{x}(1-x)}$$

$$\therefore \quad b = 1$$

f : ต่อเนื่องที่ x = 1

แทนแล้วได้ $\frac{0}{0}$ ใช้ L'Hospital ต่อ

$$f(1) = \lim_{x \to 1^-}\frac{ax^2+(1-a)x-1}{x-1}$$

$$(1+1)^2 = \lim_{x \to 1^-}\frac{2ax+(1-a)}{1}$$

$$4 = 2a+1-a \qquad \therefore \ a = 3$$

ดังนั้น $f(a+b) = f(4)$

ขณะ $x = 4, f(x) = (x+1)^2$

$\therefore \ f(4) = (4+1)^2 = 25$

35. <u>**ตอบ**</u> 2

<u>**วิธีทำ**</u>

จากโจทย์

x คือ จำนวนสินค้าที่ผลิต หน่วยเป็นชิ้น

y คือ ยอดขายสินค้า หน่วยเป็นบาท

x และ y มีค่าความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบเส้นตรง

$\therefore$ ได้ว่า $y = mx + c$

และจากโจทย์ $N = 12$, $\mu_x = 6,000$ ชิ้น และ $\mu_y = 380,000$ บาท

และได้ว่า เมื่อ $\Delta x = 1,000$ จะได้ $\Delta y = 60,000$

$$\therefore \quad m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{60,000}{1,000} = 60$$

$$y = mx + c \rightarrow \mu_y = m\mu_x + c\ *$$

เมื่อ $m = 60$ จะได้ $\mu_y = 60\mu_x + c$

$$380,000 = 60(6,000) + c$$

$$c = 20,000$$

$$\therefore \quad y = 60x + 20,000$$

ถ้า $x = 10,000$ จะได้ $y = 60(10,000) + 20,000$

$= 620,000$ บาท

* จาก $y = mx + x$ $\rightarrow \Sigma y = \Sigma(mx + c)$

$$\rightarrow \Sigma y = \Sigma mx + \Sigma c$$

$$\rightarrow \Sigma y = m\Sigma x + Nc$$

$$\rightarrow \frac{\Sigma y}{N} = \frac{m\Sigma x}{N} + \frac{Nc}{N}$$

$$\mu_y = m\mu_x + c$$

36. <u>**ตอบ**</u> 0.5

<u>**วิธีทำ**</u>

จาก $(\sqrt{2})^{\log_2 x} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_2 x} = \left(2^{\log_2 x}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

จากโจทย์ $\log_2\left[2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - 4^{\log 8}\right] = \sqrt{x}$

$$2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - (2^2)^{\log 2^3} = 2^{\sqrt{x}}$$

$$(2x)^{\log x} = 2^{6\log 2}$$

$$\log(2x)^{\log x} = \log 2^{6\log 2}$$

$$(\log x)(\log(2x)) = 6\log 2(\log 2)$$

$$(\log x)(\log 2 + \log x) - 6(\log 2)^2 = 0$$

$$(\log x)^2 + (\log 2)(\log x) - 6(\log 2)^2 = 0$$

$$(\log x - 2\log 2)(\log x + 3\log 2) = 0$$

$$\log x = 2\log 2 \,,\, -3\log 2$$

$$\log x = \log 2^2 \,,\; \log 2^{-3}$$

$$\therefore \quad x = 2^2 \,,\; 2^{-3} = 4 \,,\, \frac{1}{8}$$

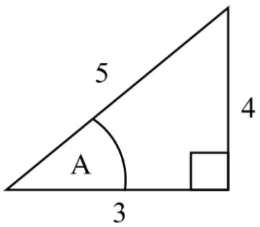
ตรวจคำตอบแล้วใช้ได้ทั้งคู่ ดังนั้น $A = \left\{4 \,,\, \frac{1}{8}\right\}$

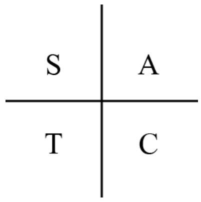
$\therefore$ ผลคูณของสมาชิกทั้งหมดใน A คือ $4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

37. <u>**ตอบ**</u> 52

<u>**วิธีทำ**</u>

$\sec A = -\frac{5}{3}$, $\sin A > 0$ แสดงว่า $\frac{\pi}{2} < A < \pi$





$$\therefore \quad \frac{5\sin A + \cot A}{1 + \cot \csc A} = \frac{5\left(\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)}{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{1}{16}} = 52$$

38. <u>**ตอบ**</u> 6

<u>**วิธีทำ**</u>

x, y, z เป็นลำดับเลขคณิต จะได้ว่า $x + z = 2y$

$2^{x+z} = 2^{2y} \rightarrow 2^x \cdot 2^z = (2^y)^2$

$(1+k)(1+k+2+4) = (1+k+2)^2$

$(k+1)(k+7) = (k+3)^2$

$k^2 + 8k + 7 = k^2 + 6k + 9 \rightarrow k = 1$

$2^x = 1 + k = 1 + 1 = 2$

$2^y = 2^x + 2 = 2 + 2 = 4 \rightarrow y = 2$

$\therefore \quad x + y + z = (x + z) + y = 2y + y = 3y = 3(2) = 6$

39. <u>**ตอบ**</u> 8

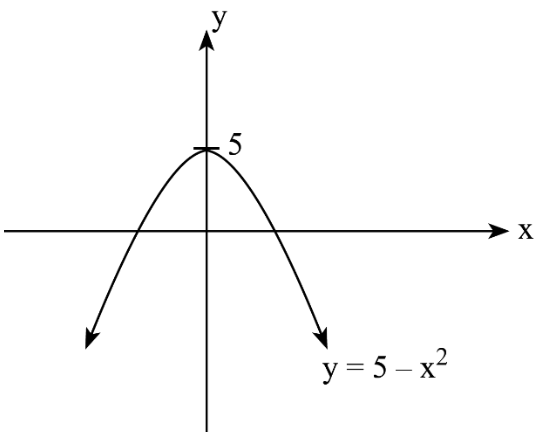
<u>**วิธีทำ**</u>

จากโจทย์ $f(x) = 5-x^2$, $R_f = (-\infty, 5]$ *

และ $g(x) = \begin{cases} f(x+1) = 5-(x+1)^2 , & x \le 5 \\ 1 , & x > 5 \end{cases}$

$$\begin{aligned} (fog)(6)-(gof)(3) &= f(g(6))-g(f(3)) \quad ** \\ &= f(1)-g(-4) \quad *** \\ &= 4-(-4) \\ &= 4+4 = 8 \end{aligned}$$

*** หา R_f**



จากกราฟ $R_f = (-\infty, 5]$

** $g(6) = 1$ และ $f(3) = 5-(3)^2 = 5-9 = -4$

*** $f(1) = 5-1^2 = 4$ และ $g(-4) = 5-(-4+1)^2 = -4$

40. **ตอบ** 6,050

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต

$a_1 + a_3 = 7 \rightarrow 2a_2 = 7 \rightarrow a_2 = \frac{7}{2}$

$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 74$, $a_2 + a_4 + a_6 + a_8$ เป็นอนุกรมเลขคณิตมีผลต่างร่วม $= 2d$

$\frac{4}{2}\left[2a_2 + (4-1)(2d)\right] = 74$

$2\left(\frac{7}{2}\right) + 6d = 37 \rightarrow d = 5$ จะได้ $a_1 = a_2 - d = \frac{7}{2} - 5 = -\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} \therefore\ a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{50} &= \frac{50}{2}\left[2a_1 + (50-1)d\right] \\ &= 25\left[2\left(-\frac{3}{2}\right) + 49(5)\right] \\ &= 25(242) \\ &= 6,050 \end{aligned}$$

41. **ตอบ** 33

วิธีทำ

$f(x) = -x^3 - 12x^2 - 45x + c$

$f'(x) = -3x^2 - 24x - 45 = 0$

$x^2 + 8x + 15 = 0$

$(x+3)(x+5) = 0 \qquad \therefore\ x = \underset{\text{Min}}{-5}\ ,\ \underset{\text{Max}}{-3}$

ค่าสูงสุดสัมพัทธ์เกิดที่ $x = -3$

ดังนั้น $f(-3) = 53$

$-(-3)^3 - 12(-3)^2 - 45(-3) + c = 53$

$27 - 108 + 135 + c = 53$

$\therefore\ c = -1$

$\therefore\ f(c) = f(-1) = 1 - 12 + 45 - 1 = 33$

42. **ตอบ** 36

วิธีทำ

สมการไฮเพอร์โบลา H : $5x^2 - 4y^2 - 10x - 16y = 31$

$$5x^2 - 10x - 4y^2 - 16y = 31$$

$$5(x^2 - 2x + 1^2) - 4(y^2 + 4y + 2^2) = 31 + 5(1^2) - 4(2^2)$$

$$5(x-1)^2 - 4(y+2)^2 = 20$$

$$\div 20 : \quad \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{5} = 1$$

ไฮเพอร์โบลาลู่ x มีจุดศูนย์กลาง คือ $(1, -2)$

มี $a_H^2 = 4$ และ $b_H^2 = 5$

จาก $c_H^2 = a_H^2 + b_H^2$ จะได้ $c_H^2 = 4+5$ ดังนั้น $c_H^2 = 9$ และ $c_H = 3$

วงกลมมีเส้น $\overline{F_1F_2}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

แสดงว่าจุดศูนย์กลางวงกลมและจุดศูนย์กลางไฮเพอร์โบลา

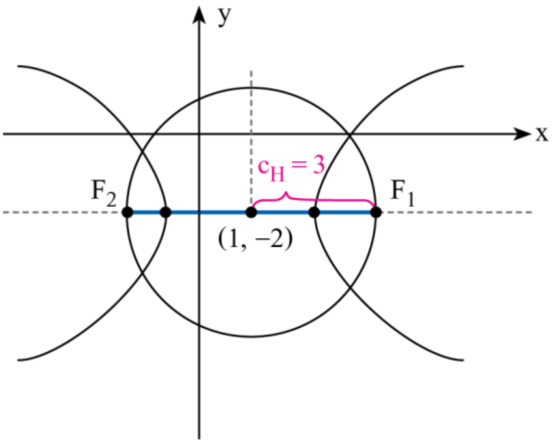
เป็นจุดเดียวกันและมีรัศมี $= 3$ ดังนั้น

$C : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 3^2$

$C : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

จะได้ว่า $a = -2$, $b = 4$, $c = -4$

$\therefore \quad a^2 + b^2 + c^2 = (-2)^2 + 4^2 + (-4)^2 = 36$



43. **<u>ตอบ</u>** 1,323

<u>วิธีทำ</u>

จาก $\det(\operatorname{adj} A) = (\det A)^{n-1} = (-7)^{3-1} = 49$

$$\det(\operatorname{adj} A) = \begin{array}{ccc|cc} & & -x^2 & 40 & -2 \\ -4 & -1 & x & -4 & -1 \\ -2 & x & -2 & -2 & x \\ 1 & -5 & 1 & 1 & -5 \\ & & -4x & 2 & 10x \end{array} = -x^2 + 6x + 40$$

ดังนั้น $-x^2 + 6x + 40 = 49$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x-3)^2 = 0 \qquad \therefore\ x = 3$

$\therefore\ \det(x \operatorname{adj} A) = \det(3 \operatorname{adj} A) = 3^3 \det(\operatorname{adj} A)$

$= (27)(49) = 1,323$

44. <u>ตอบ</u> 4

<u>วิธีทำ</u>

อ่านโจทย์ต้องเข้าใจก่อนว่า แยกได้ 3 กรณี

1) $f(1,m) = 1$ เช่น $f(1,1) = f(1,2) = f(1,3) = \ldots.. = 1$

2) $f(n,m) = 0$ เมื่อ $n > m$

เช่น $f(2,1) = 0$, $f(3,2) = 0$, $f(3,1) = 0$

3) $f(n,m+1) = f(n-1,m)+f(n,m)+f(n+1,m)$

เมื่อ $n,m \in N$ และ $n \geq 2$

เช่น $f(3,4) = f(2,3)+f(3,3)+f(4,3)$
$(n = 3, m = 3)$

สังเกตได้ว่า

1) ใช้หา $f(x,y)$ เมื่อ $x = 1$

2) ใช้หา $f(x,y)$ เมื่อ $x > y$

3) ใช้หา $f(x,y)$ เมื่อไม่เข้าเงื่อนไข 1), 2)

ซึ่งก็คือ $x \neq 1$ และ $y \geq x$

$f(2,4) = f(1,3) + f(2,3) + f(3,3)$ **

$= 1+2+1 = 4$

** $f(2,3) = f(1,2) + f(2,2) + f(3,2)$

$= 1+1+0$

$f(2,2) = f(1,1) + f(2,1) + f(3,1)$

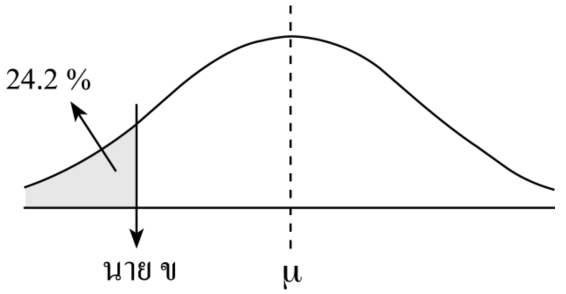
$= 1+0+0 = 1$

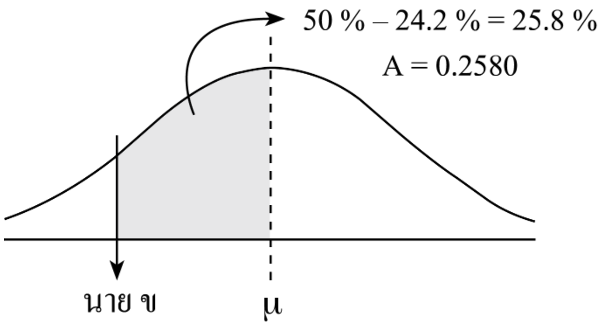
$f(3,3) = f(2,2) + f(3,2) + f(4,2)$

$= 1+0+0 = 1$

45. <u>**ตอบ**</u> 54

<u>**วิธีทำ**</u>





จากตาราง $A = 0.2580 \rightarrow z = 0.7$

แต่เนื่องจาก นาย ข มีคะแนนน้อยกว่า μ (ด้านซ้ายของ μ)

$$\therefore \quad z_{ข} = -0.7$$

จากสูตร $$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$z_{ข} = \frac{x_{ข}-\mu}{\sigma} \quad \text{——(1)}$$

$$z_{ก} = \frac{x_{ก}-\mu}{\sigma} \quad \text{——(2)}$$

$$(2)-(1)\ , \quad z_{ก}-z_{ข} = \frac{x_{ก}-x_{ข}}{\sigma}$$

เมื่อ $x_{ก} = 2x_{ข}$, $z_{ก} = 1.3$, $z_{ข} = -0.7$ และ $\sigma = 20$

$$1\cdot 3-(-0.7) = \frac{2x_{ข}-x_{ข}}{20}$$

$$2 = \frac{x_{ข}}{20} \qquad \therefore \ x_{ข} = 40$$

จาก (1) $$-0.7 = \frac{40-\mu}{20}$$

$$\therefore \quad \mu = 54$$