

PAT1 มี.ค. 64

39. กำหนดให้ $P(8, -7)$ เป็นจุดบนเส้นตรง l_1 ซึ่งมีสมการเป็น $x + y = 1$

l_2 เป็นเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น $-x + y = 1$

และ R เป็นจุดตัดของเส้นตรง l_1 กับ l_2

ถ้า Q เป็นจุดบนเส้นตรง l_2 โดยที่ $\overline{RQ}$ ยาว $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ หน่วย

แล้วรูปสามเหลี่ยมที่ปิดล้อมด้วย l_1 , l_2 และ $\overline{PQ}$ มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

ข้อ 39 ตอบ 20 ตารางหน่วย

$l_1 : x + y = 1$ ผ่านจุด $P(8, -7)$ พบว่า $m_1 = -1$

$l_2 : -x + y = 1$ โดยมี Q เป็นจุดบนเส้นตรง l_2 พบว่า $m_2 = 1$

เนื่องจาก $m_1 \cdot m_2 = -1$ แสดงว่า l_1 ตั้งฉากกับ l_2

ให้ $x + y = 1$ — (1)

$-x + y = 1$ — (2)

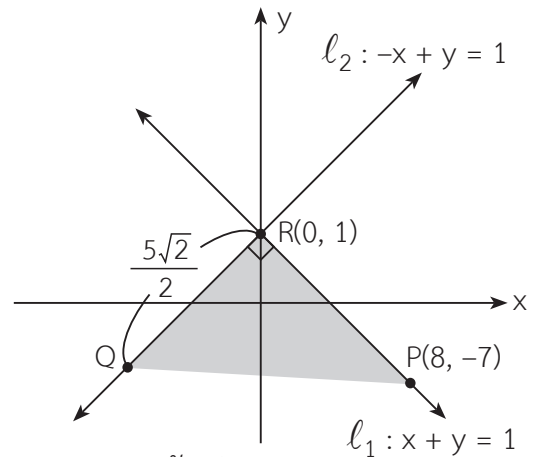
(1) + (2) จะได้ $2y = 2 \rightarrow y = 1$ และ $x = 0$

ดังนั้น จุดตัดระหว่าง l_1 กับ l_2 คือ $R(0, 1)$

จากรูปสามเหลี่ยมที่ปิดล้อมด้วย l_1 , l_2 และ PQ คือ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR ดังรูป

โดยมี $RQ = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ หน่วย และ $PR = \sqrt{(8-0)^2 + (-7-1)^2} = 8\sqrt{2}$ หน่วย

$$\begin{aligned} \therefore \text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม } PQR &= \frac{1}{2} (RQ)(PR) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} \right) (8\sqrt{2}) \\ &= 20 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$



คณิต 1 สามัญ 64

14. กำหนดไฮเพอร์โบลา $16x^2 - 9y^2 + 128x + 18y + 103 = 0$

ให้ F เป็นโฟกัสที่อยู่ในจุดภาคที่ 2 และให้ C เป็นจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลานี้
สมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด C และโฟกัสอยู่ที่จุด F คือข้อใด

1. $(x + 4)^2 = -12(y - 1)$
2. $(x + 4)^2 = -20(y - 1)$
3. $(y - 1)^2 = -12(x + 4)$
4. $(y - 1)^2 = -16(x + 4)$
5. $(y - 1)^2 = -20(x + 4)$

ข้อ 14 ตอบ 5

$$H : 16x^2 - 9y^2 + 128x + 18y + 103 = 0$$

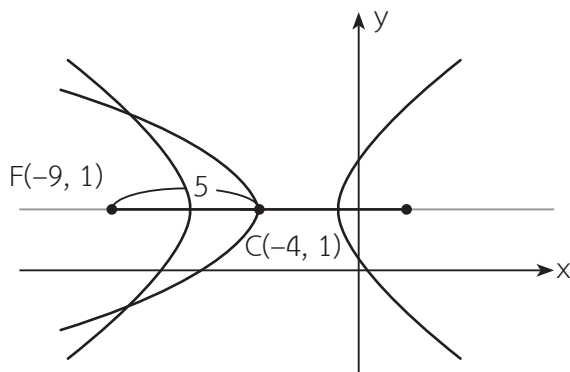
$$H : 16(x^2 + 8x + 4^2) - 9(y^2 - 2y + 1^2) = -103 + 16(4^2) - 9(1^2)$$

$$H : 16(x + 4)^2 - 9(y - 1)^2 = 144$$

$$\text{นำ 144 หารตลอด จะได้ } \frac{(x + 4)^2}{9} - \frac{(y - 1)^2}{16} = 1$$

เป็นไฮเพอร์โบลาคู่ x มีจุดศูนย์กลาง คือ $C(-4, 1)$ โดย $a^2 = 9$ และ $b^2 = 16$

$$\text{จะได้ } c = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \sqrt{9 + 16} = 5$$



เนื่องจากพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ $C(-4, 1)$

และมีโฟกัสอยู่ที่จุด $F(-9, 1)$

ดังนั้น พาราโบลาเป็นพาราโบลาเปิดซ้ายมี $c_p = 5$

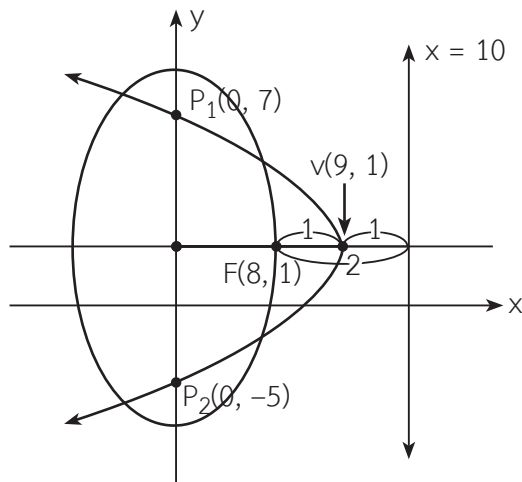
$$\text{จะได้ว่า } P : (y - 1)^2 = -4(5)(x + 4)$$

$$\therefore \text{สมการพาราโบลา คือ } (y - 1)^2 = -20(x + 4)$$

PAT1 มี.ค. 64

9. กำหนดพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(8, 1)$ และ $x = 10$ เป็นเส้นไดเรกทริกซ์ ให้ P_1 และ P_2 เป็นจุดตัดของพาราโบลา กับแกน Y ถ้า E เป็นวงรีที่ผ่านจุด $(8, 1)$ และมีโฟกัสอยู่ที่จุด P_1 และ P_2 แล้วความยาวแกนเอกของวงรี E เท่ากับเท่าใด
1. 10
 2. 12
 3. 16
 4. 20
 5. 22

ข้อ 9 ตอบ 4



พาราโบลาที่มีจุด $F(8, 1)$ เป็นจุดโฟกัส

และมี $Di : x = 10$ ดังนั้น เป็นพาราโบลาเปิดซ้ายแน่ว โดยมี $c = 1$

ทำให้จุดยอดของพาราโบลา คือ $v(9, 1)$

สมการพาราโบลา คือ $(y - 1)^2 = -4(1)(x - 9)$

จุดตัดแกน y ของพาราโบลาหาได้จากแทน $x = 0$

จะได้ $(y - 1)^2 = -4(0 - 9)$

$(y - 1)^2 = 36 \rightarrow y - 1 = 6, -6 \rightarrow y = 7, -5$

ดังนั้น $P_1(0, 7)$ และ $P_2(0, -5)$

E เป็นวงรีที่มีจุด P_1 และ P_2 เป็นจุดโฟกัส แสดงว่า E เป็นวงรีไข่ตั้งแน่ว และกราฟวงรี E ผ่านจุด $F(8, 1)$

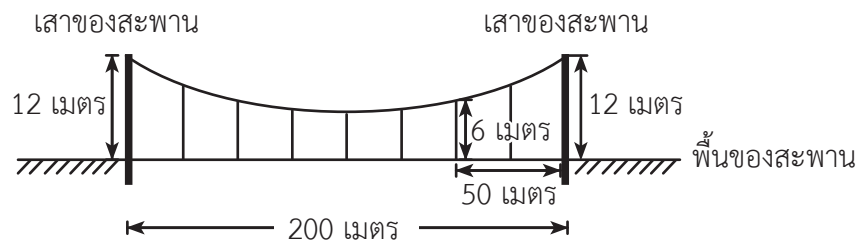
จากนิยามวงรี จะได้ว่า $FP_1 + FP_2 =$ ความยาวแกนเอก

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ความยาวแกนเอก} &= \sqrt{(8 - 0)^2 + (1 - 7)^2} + \sqrt{(8 - 0)^2 + (1 - (-5))^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 6^2} + \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 + 10 = 20 \end{aligned}$$

$\therefore$ ความยาวแกนเอกของวงรี $E = 20$

PAT1 มี.ค. 64

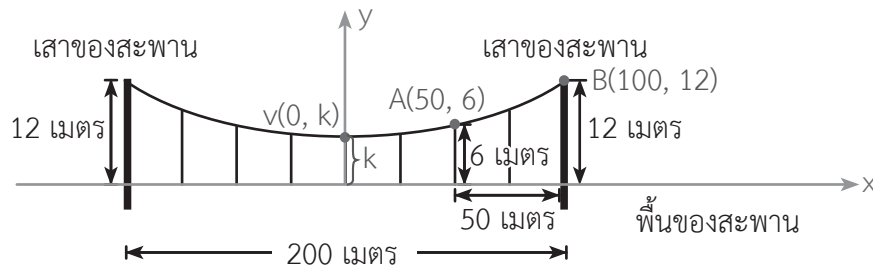
10. เทศบาลแห่งหนึ่งออกแบบสะพานข้ามแม่น้ำให้มีราวเหล็กโค้งเป็นรูปพาราโบลา
เชื่อมต่อระหว่างเสาของสะพานสองต้น ดังรูป



ระยะห่างที่น้อยที่สุดของราวเหล็กกับพื้นของสะพานเท่ากับกี่เมตร

1. 1.5
2. 2
3. 2.4
4. 3
5. 4

ข้อ 10 ตอบ 5



เลือกแกน x และ แกน y ที่จุดกึ่งกลางของพื้นสะพานดังรูป

ให้ระยะห่างที่น้อยที่สุดของราวเหล็กกับพื้นของสะพานเท่ากับ k เมตร

จะได้ว่า ราวเหล็กโค้งรูปพาราโบลาที่มีจุดยอด คือ $v(0, k)$

โดย จะผ่านจุด $A(50, 6)$ และ จุด $B(100, 12)$

สมการของพาราโบลา คือ $(x - 0)^2 = 4c(y - k)$

จะได้ $\frac{y - k}{x^2} = \frac{1}{4c}$

ที่จุด $A(50, 6)$ พบว่า $\frac{6 - k}{50^2} = \frac{1}{4c}$ — (1)

ที่จุด $B(100, 12)$ พบว่า $\frac{12 - k}{100^2} = \frac{1}{4c}$ — (2)

ซึ่ง (1) = (2) ดังนั้น $\frac{6 - k}{50^2} = \frac{12 - k}{100^2} \rightarrow 4(6 - k) = 12 - k$

$$24 - 4k = 12 - k \rightarrow 3k = 12 \rightarrow k = 4$$

$\therefore$ ระยะห่างที่น้อยที่สุดของราวเหล็กกับพื้นของสะพานเท่ากับ 4 เมตร