

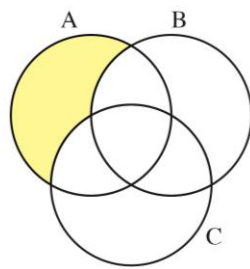
แนวข้อสอบ TCAS 62

1. ตอบ 5

วิธีทำ

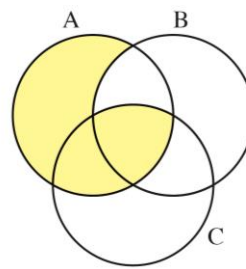
ข้อความ (ก.)

$$(A - B) - C$$



$\neq$

$$A - (B - C)$$



$\therefore$ ข้อความ ก. ผิด

ข้อความ (ข.)

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$$

$$A - B = \{1\} \text{ ดังนั้น } P(A - B) = \{\emptyset, \{1\}\}$$

$$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} \text{ และ}$$

$$P(B) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\} \text{ ดังนั้น } P(A) - P(B) = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$$

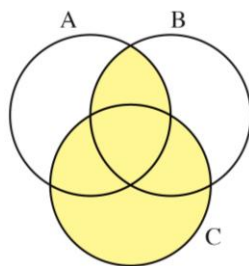
$$\therefore [P(A) - P(B)] \cup \{\emptyset\} \not\subset P(A - B) \quad \therefore \text{ข้อความ ข. ผิด}$$

ข้อความ (ค.)

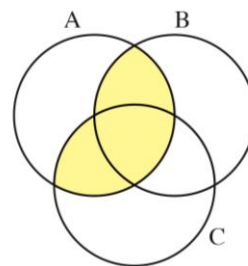
$$\text{กำหนดว่า } (A \cap B) \cup C$$

$=$

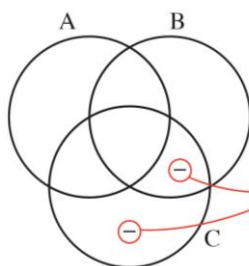
$$A \cap (B \cup C)$$



$=$

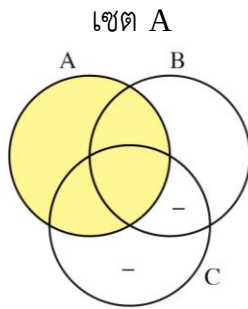


จะเป็นจริงเมื่อ

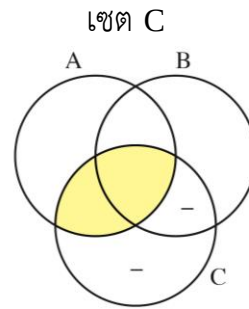


ไม่มีสมาชิก

เนื่องจาก



และ



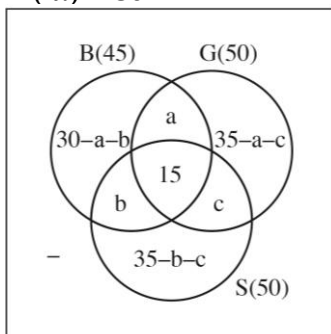
พบว่า $A \not\subset C$ $\therefore$ ข้อความ ค. ผิด

2. ตอบ 3

วิธีทำ

ให้ B : อ่านหนังสือ , G : เล่นเกม , S : ดูละคร

$$n(U) = 80$$



ให้ a, b และ c คือจำนวนสมาชิกบริเวณดังแผนภาพ

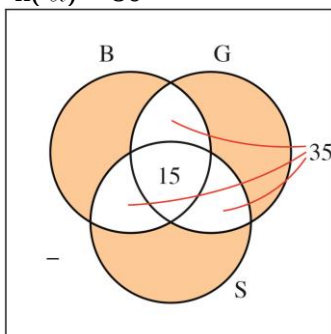
$$\text{เพราะว่า } n(B \cup G \cup S) = n(U) - n[(B \cup G \cup S)']$$

$$n(G) + (30 - a - b) + b + (35 - b - c) = 80 - 0$$

$$50 + 30 - a - b + b + 35 - b - c = 80$$

$$\therefore a + b + c = 35$$

$$n(U) = 80$$



$\therefore$ ชอบทำกิจกรรมยามว่างเพียงอย่างเดียวเท่านั้น

$$= 80 - 15 - 35 = 30 \text{ คน}$$

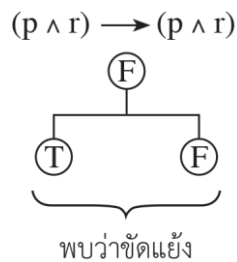
3. ตอบ 2

วิธีทำ

พิจารณา (ก.)

$$(p \wedge r) \rightarrow \sim(\sim p \vee \sim r)$$
$$\equiv (p \wedge r) \rightarrow (p \wedge r)$$

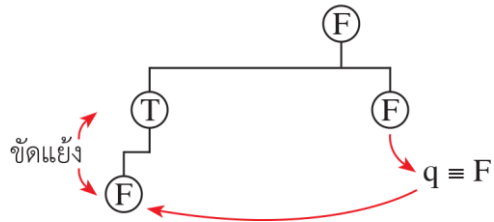
สมมติ ให้เป็นเท็จ



แสดงว่าข้อนี้เป็นสัจนิรันดร์ (ก.) ถูก

พิจารณา (ข.) สมมติให้เป็นเท็จ

$$(q \wedge (p \rightarrow \sim q)) \rightarrow q$$

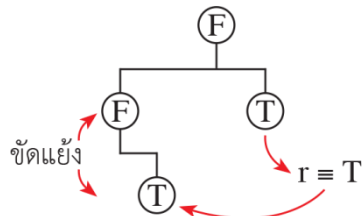


พบว่าขัดแย้ง แสดงว่าข้อนี้เป็นสัจนิรันดร์ (ข.) ผิด

พิจารณา (ค.) เมื่อ $(\sim p \rightarrow r) \leftrightarrow r \equiv F$

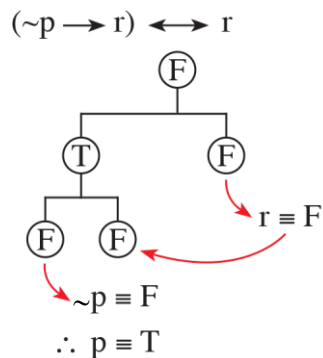
พิจารณา กรณี 1

$$(\sim p \rightarrow r) \leftrightarrow r$$



พบว่าขัดแย้ง แสดงว่ากรณี 1 เป็นไปไม่ได้

พิจารณา กรณี 2



ดังนั้น $p \rightarrow r \equiv F$ (ค.) ถูก

(T) (F)

4. ตอบ 2

วิธีทำ

$$x \in (0, \pi) \rightarrow 0 < x < \pi$$

$$(\tan x)^{\cos^2 x} = \left(\frac{1}{\tan x} \right)^{\sin x} \rightarrow (\tan x)^{\cos^2 x} = \frac{1}{(\tan x)^{\sin x}} \rightarrow (\tan x)^{\cos^2 x + \sin x} = 1$$

แยกได้เป็น 3 กรณี คือ

กรณีที่ 1 $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$ จะได้ว่า $\cos^2 x + \sin x = 0 \rightarrow 1 - \sin^2 x + \sin x = 0$

$$\sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\sin x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) \text{ ใช้ไม่ได้เพราะ } -1 \leq \sin x \leq 1$$

จะพบว่าไม่มี x ที่สอดคล้องกับสมการเพราะ $0 < x < \pi$ ทำให้ $\sin x > 0$ เสมอ

กรณีที่ 2 $(1)^n = 1$ จะได้ว่า $\tan x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

กรณีที่ 3 $(-1)^{\text{จำนวนคู่}} = 1$ จะได้ว่า $\tan x = -1 \rightarrow x = \frac{3\pi}{4}$

$$\text{นำ } x = \frac{3\pi}{4} \text{ แทนค่าลงใน } \cos^2 x + \sin x = \cos^2 \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ซึ่งไม่ใช่จำนวนคู่ จึงไม่มี x ที่สอดคล้องกับสมการ

จากทั้ง 3 กรณี จะได้ว่า $x = \frac{\pi}{4} \rightarrow A = \left\{ \frac{\pi}{4} \right\} \therefore n(P(A)) = 2^{n(A)} = 2^1 = 2$

5. ตอบ 5

วิธีทำ

$$x = \arctan 3 \text{ จะได้ } \tan x = 3$$

$$\tan(x+y) = 33 \rightarrow \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = 33 \rightarrow \frac{3 + \tan y}{1 - 3 \tan y} = 33$$

$$3 + \tan y = 33 - 99 \tan y \rightarrow 100 \tan y = 30 \rightarrow \tan y = \frac{3}{10}$$

$$\therefore \cos 2y = \frac{1 - \tan^2 y}{1 + \tan^2 y} = \frac{1 - \frac{9}{100}}{1 + \frac{9}{100}} = \frac{91}{109}$$

6. ตอบ 1

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\vec{u} \times \vec{v} &= (\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) \\&= \vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a} - \vec{b} \times \vec{b} \\&= \vec{0} + \vec{a} \times \vec{b} + (\vec{a} \times \vec{b}) - \vec{0} \\&= 2(\vec{a} \times \vec{b}) \\|\vec{u} \times \vec{v}| &= |2(\vec{a} \times \vec{b})| \\&= 2|\vec{a} \times \vec{b}| \\&= 2|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta \\&= 2|\vec{a}||\vec{b}| \cdot \sqrt{1 - \cos^2\theta} \quad * \\&= 2|\vec{a}||\vec{b}| \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right)^2} \\&= 2(2)(2) \cdot \sqrt{1 - \left[\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{2 \cdot 2}\right]^2} \\&= 8 \cdot \sqrt{\frac{16 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}{16}} \\&= 8 \cdot \frac{\sqrt{16 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}}{4} \\&= 2\sqrt{16 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}\end{aligned}$$

$$* \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

7. ตอบ 2

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ก. } \frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)} &= \frac{\sin A \cos B - \cos A \sin B}{\sin(180^\circ - C)} = \frac{\sin A}{\sin C} \cos B - \frac{\sin B}{\sin C} \cos A \\ &= \frac{a}{c} \left[\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \right] - \frac{b}{c} \left[\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right] = \frac{c^2 + a^2 - b^2 - b^2 - c^2 + a^2}{2c^2} \\ &= \frac{2a^2 - 2b^2}{2c^2} = \frac{a^2 - b^2}{c^2} \quad \therefore \text{ข้อ ก. ถูก} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข. } \operatorname{cosec} A (\sin B \cos C + \cos B \sin C) &= \operatorname{cosec} A \sin(B+C) = \operatorname{cosec} A \sin(180^\circ - A) \\ &= \operatorname{cosec} A \sin A = 1 \quad \therefore \text{ข้อ ข. ผิด} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ค. } b^2 \cos 2A - a^2 \cos 2B &= b^2(1 - 2\sin^2 A) - a^2(1 - 2\sin^2 B) = b^2 - a^2 - 2(b^2 \sin^2 A - a^2 \sin^2 B) \\ &= b^2 - a^2 - 2[(b \sin A)^2 - (a \sin B)^2] \\ &= b^2 - a^2 - 2(0), \text{ จากกฎของ sine จะได้ } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \rightarrow b \sin A = a \sin B \\ &= b^2 - a^2 \quad \therefore \text{ข้อ ค. ถูก} \end{aligned}$$

8. ตอบ 1

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{จาก } \mu_{\text{รวม}} &= \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + N_3\mu_3 + N_4\mu_4}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4} \\ &= \frac{40 \cdot 36 + 44 \cdot 32 + 48 \cdot 35 + 48 \cdot 29}{40 + 44 + 48 + 48} \\ &= 32.89 \end{aligned}$$

9. ตอบ 3

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{จากโจทย์ } x &= \frac{1}{1-a} \rightarrow x-xa = 1 \rightarrow a = \frac{x-1}{x} \\ y &= \frac{1}{1-b} \rightarrow y-yb = 1 \rightarrow b = \frac{y-1}{y} \\ \therefore 1+ab+a^2b^2+\dots &= \frac{1}{1-ab} = \frac{1}{1-\left(\frac{x-1}{x}\right)\left(\frac{y-1}{y}\right)} \\ &= \frac{1}{\frac{xy-(xy-x-y+1)}{xy}} \\ &= \frac{xy}{x+y-1} \end{aligned}$$

10. ตอบ 4

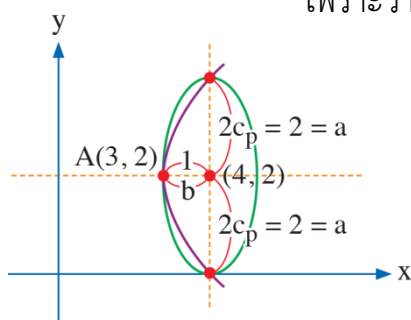
วิธีทำ

สมการพาราโบลา P: $y^2 - 4x - 4y + 16 = 0 \rightarrow y^2 - 4y + 2^2 = 4x - 16 + 2^2$

$$(y-2)^2 = 4(x-3) \text{ (เปิดขวา)}$$

จุดยอด คือ $A(3,2)$ และ $4c_p = 4 \rightarrow c_p = 1 \therefore F(4,2)$

เพราะว่าเส้นลาตัสแรกตัดเป็นแกนเอกของวงรี



แสดงว่า จุดศูนย์กลางวงรี คือ จุดโฟกัสของพาราโบลา P

และจะได้ว่า $a = 2c_p = 2$ และ $b = 1$

$$E: \frac{(x-4)^2}{1} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

$$E: 4(x^2 - 8x + 16) + (y^2 - 4y + 4) = 4$$

$$\therefore E: 4x^2 + y^2 - 32x - 4y + 64 = 0$$

11. ตอบ 5

วิธีทำ

ให้ S_n เป็นจำนวนลูกปัดที่นำมาร้อยเป็นสร้อยคอทั้งหมด n เส้น

S_{32} เป็นจำนวนลูกปัดที่นำมาร้อยเป็นสร้อยคอทั้งหมด 32 เส้น

$$S_n = 5 + 7 + 10 + 14 + \dots + n \text{ พจน์}$$

$$S_n = (4+1) + (4+3) + (4+6) + (4+10) + \dots + n \text{ พจน์}$$

$$= 4n + [1 + 3 + 6 + 10 + \dots + n \text{ พจน์}]$$

$$= 4n + \left[\frac{1 \cdot 2}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{n(n+1)}{2} \right]$$

$$= 4n + \sum_{i=1}^n \frac{i(i+1)}{2}$$

$$= 4n + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n i^2 + \sum_{i=1}^n i \right]$$

$$S_n = 4n + \frac{1}{2} \left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{32} &= 4(32) + \frac{1}{2} \left[\frac{(32)(33)(65)}{6} + \frac{32(33)}{2} \right] = 128 + \frac{1}{2} [11,440 + 528] \\ &= 6,112 \end{aligned}$$

12. ตอบ 2

วิธีทำ

จากโจทย์ $f(0) \leq f(1) \leq f(2)$

กรณี 1 : $f(0) < f(1) < f(2) \rightarrow$ เลือกสมาชิกจาก B มา 3 ตัว

ทำได้ $\binom{8}{3}$ วิธี

กรณี 2 : $f(0) = f(1) < f(2) \rightarrow$ เลือกสมาชิกจาก B มา 2 ตัว

ทำได้ $\binom{8}{2}$ วิธี

กรณี 3 : $f(0) < f(1) = f(2) \rightarrow$ เลือกสมาชิกจาก B มา 2 ตัว

ทำได้ $\binom{8}{2}$ วิธี

กรณี 4 : $f(0) = f(1) = f(2) \rightarrow$ เลือกสมาชิกจาก B มา 1 ตัว

ทำได้ $\binom{8}{1}$ วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{รวม 4 กรณีได้ } & \binom{8}{3} + \binom{8}{2} + \binom{8}{2} + \binom{8}{1} \\ & = \binom{9}{3} + \binom{9}{2} = \binom{10}{3} \text{ วิธี} \end{aligned}$$

$$\left(\text{มาจากสูตร } \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1} \right)$$

13. ตอบ 3

วิธีทำ

พิจารณา (ก.) จาก $y_i = -3x_i$ โดย y_i คือข้อมูลชุดที่ 2

$$\text{Med}_y = -3\text{Med}_x$$

ถ้าข้อมูลชุดที่ 1 (x_i) ทุกตัวเป็นจำนวนจริงบวก

จะได้ว่า Med_x เป็นจำนวนจริงบวกด้วย

และ $-3\text{Med}_x < 0$ ดังนั้น $\text{Med}_y < 0$

$\therefore \text{Med}_x > \text{Med}_y$ (ก.) ถูก

พิจารณา (ข.) โดยปกติ $M.D. \geq 0$ โดยสามารถเป็นศูนย์ได้ในกรณี ข้อมูลเท่ากันทุกตัว

ดังนั้นในกรณี $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n \rightarrow M.D._x = 0$

และได้ว่า $-3x_1 = -3x_2 = -3x_3 = \dots = -3x_n \rightarrow M.D._y = 0$

ในกรณีนี้ $M.D._y = M.D._x$ (ข.) ผิด

พิจารณา (ค.) ในทำนองเดียวกับการพิจารณา (ข.) คือโดยปกติ $\sigma \geq 0$ โดยสามารถ

เป็นศูนย์ได้ในกรณี ข้อมูลเท่ากันทุกตัว

ดังนั้นในกรณี $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n \rightarrow \sigma_x = 0$

และได้ว่า $-3x_1 = -3x_2 = -3x_3 = \dots = -3x_n \rightarrow \sigma_y = 0$

ในกรณีนี้ $\sigma_x = \sigma_y = 0$

และจะได้ว่า $\frac{\sigma_x}{\mu_x} = \frac{\sigma_y}{\mu_y} = 0$

สัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูลทั้ง 2 ชุดเท่ากัน ($= 0$) (ค.) ผิด

14. ตอบ 2

วิธีทำ จาก $a^2 + b^2 + c^2 = 0 \rightarrow b^2 + c^2 = -a^2, c^2 + a^2 = -b^2, a^2 + b^2 = -c^2$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad & \begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ac \\ ab & c^2 + a^2 & bc \\ ac & bc & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} \\ & = abc \begin{vmatrix} -a & b & c \\ a & -b & c \\ a & b & -c \end{vmatrix} \quad (\text{จากการดึง } a, b, c \text{ เป็นตัวร่วมจากแถวที่ } 1, 2, 3) \\ & = a^2 b^2 c^2 \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad (\text{จากการดึง } a, b, c \text{ เป็นตัวร่วมจากหลักที่ } 1, 2, 3) \\ & = a^2 b^2 c^2 (4) \quad \text{จะได้ว่า } k = 4 \quad \therefore k^2 + 1 = 17 \end{aligned}$$

15. ตอบ 4

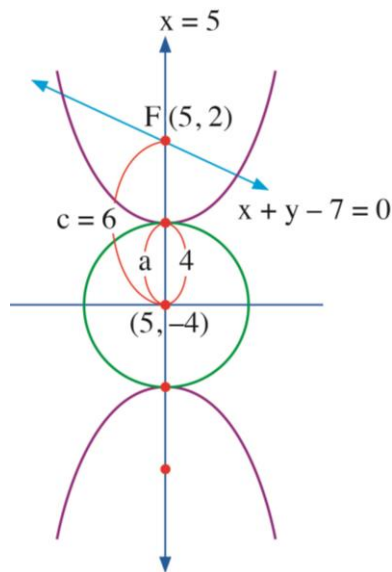
วิธีทำ

วงกลม C : $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 25 = 0$

จุดศูนย์กลางวงกลม คือ $\left(\frac{-(-10)}{2}, \frac{-8}{2} \right) = (5, -4)$

รัศมี $r = \sqrt{5^2 + (-4)^2 - 25} = 4$

ไฮเพอร์โบลา H : ศูนย์กลางอยู่ที่จุด C แกนส่งยุคขนานแกน x



แสดงว่าแกนตามขวางขนานแกน $y \rightarrow$ ไฮเพอร์โบลาอยู่ตามแกน y

มีจุดยอดอยู่บนจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม

ดังนั้น $a = r = 4$

แกนตามขวางของไฮเพอร์โบลาอยู่บนเส้นตรง $x = 5$

ดังนั้น ที่จุดโฟกัสมีค่า $x = 5$

แทน $x = 5$ ใน $x + y - 7 = 0 \rightarrow y = 2 \therefore F(5, 2)$

จะได้ $c = 6, b^2 = c^2 - a^2 \rightarrow b^2 = 6^2 - 4^2 = 20$

$H : \frac{(y+4)^2}{16} - \frac{(x-5)^2}{20} = 1$

คูณตลอดด้วย 80 : $5(y^2 + 8y + 16) - 4(x^2 - 10x + 25) = 80$

$5y^2 - 4x^2 + 40x + 40y - 100 = 0$

$\therefore H : 4x^2 - 5y^2 - 40x - 40y + 100 = 0$

16. ตอบ 4

วิธีทำ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = \frac{0}{0}$

ใช้โลปีตาล ต่อ จะได้

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow a} \frac{(2a^3x - x^4)^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{3}}x^{\frac{1}{3}}}{a - a^{\frac{1}{4}}x^{\frac{3}{4}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{2}(2a^3x - x^4)^{-\frac{1}{2}}(2a^3 - 4x^3) - \frac{1}{3}a^{\frac{5}{3}}x^{-\frac{2}{3}}}{0 - \frac{3}{4}a^{\frac{1}{4}}x^{-\frac{1}{4}}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(2a^4 - a^4)^{-\frac{1}{2}}(2a^3 - 4a^3) - \frac{1}{3}a^{\frac{5}{3}}a^{-\frac{2}{3}}}{-\frac{3}{4}a^{\frac{1}{4}}a^{-\frac{1}{4}}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(a^4)^{-\frac{1}{2}}(-2a^3) - \frac{1}{3}a}{-\frac{3}{4}} = \frac{-a - \frac{1}{3}a}{-\frac{3}{4}} = \frac{16}{9}a \end{aligned}$$

17. ตอบ 3

วิธีทำ

พิจารณา (ก.)

$$a * (b * c) = a * (2b - c) = 2a - (2b - c) = 2a - 2b + c$$

$$(a * b) * c = (2a - b) * c = 2(2a - b) - c = 4a - 2b - c$$

$\therefore a * (b * c) = (a * b) * c$ เท็จ (ก.) ผิด

พิจารณา (ข.)

$$a * (b * b) = a * (2b - b) = a * b \quad (\text{ข.}) \text{ ถูก}$$

พิจารณา (ค.)

$$(1 * 2) * (3 * 4) = (2(1) - 2) * (2(3) - 4) = 0 * 2 = 2(0) - 2 = -2$$

$$(5 * 12) = 2(5) - 12 = -2$$

$\therefore (1 * 2) * (3 * 4) = (5 * 12) \quad (\text{ค.}) \text{ ถูก}$

18. ตอบ 4

วิธีทำ $\mathcal{U} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

เมื่อแทนค่า x โดย $x \in \mathcal{U}$ ใน $P(x)$ จะพบว่า

$P(-4) \equiv T, P(-3) \equiv T, P(-2) \equiv T, P(-1) \equiv T, P(0) \equiv T, P(1) \equiv T$ และ $P(2) \equiv T$

ดังนั้น $\forall x[P(x)] \equiv T$ และ $\exists x[P(x)] \equiv T$

และเมื่อแทนค่า x โดย $x \in \mathcal{U}$ ใน $Q(x)$ จะพบว่า

$Q(-4) \equiv T, Q(-3) \equiv T, Q(-2) \equiv T, Q(-1) \equiv T, Q(0) \equiv T, Q(2) \equiv T$ แต่ $Q(1) \equiv F$

ดังนั้น $\forall x[Q(x)] \equiv F$ และ $\exists x[Q(x)] \equiv T$

หากน้องไม่ชอบการแทนค่าสามารถทำได้อีกวิธีโดยการแก้อสมการ

โดยพิจารณา $P(x) \rightarrow |x-2|+|x+4| \leq \underbrace{|(x-2)-(x+4)|}_{=|-6|=6} \quad \text{--- (1)}$

จาก $|a|+|b| \leq |a-b|$ หมายถึง

$|a|+|b| = |a-b|$ เพราะ $|a|+|b| < |a-b|$ เป็นไปไม่ได้

และ $|a|+|b| = |a-b|$ จะได้ว่า $a \cdot b \leq 0$ ดังนั้น

จาก (1) ได้ $|x-2|+|x+4| = |(x-2)-(x+4)|$

$$\therefore (x-2) \cdot (x+4) \leq 0$$



เราจะพบว่า ทุก $x \in \mathcal{U}$ เป็นสมาชิกของ $[-4, 2]$

ดังนั้น ทุก $x \in \mathcal{U}$ จะทำให้ $P(x)$ เป็นจริง

จึงได้ว่า $\forall x[P(x)] \equiv T$ และ $\exists x[P(x)] \equiv T$

พิจารณา $Q(x) \rightarrow |x^2-2x|+|3x-6| \leq |x^2-5x+6|$

$$|x^2-2x|+|3x-6| \leq |(x^2-2x)-(3x-6)| \quad \text{--- (2)}$$

ในทำนองเดียวกับ $P(x)$

จาก (2) ได้ $|x^2 - 2x| + |3x - 6| = |(x^2 - 2x) - (3x - 6)|$

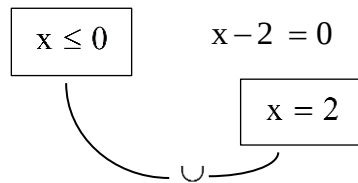
$$\therefore (x^2 - 2x)(3x - 6) \leq 0$$

$$(x)(x-2)(3)(x-2) \leq 0$$

นำ 3 ทหาร

$$(x)(x-2)^2 \leq 0$$

$$(x)(\cancel{x-2})^2 \leq 0 \rightarrow (x-2)^2 = 0$$



$$\therefore \text{ช่วงคำตอบ} = (-\infty, 0] \cup \{2\}$$

เราจะพบว่า มีเพียง $x = 1$ เท่านั้นที่ไม่ได้เป็นสมาชิกของ $(-\infty, 0] \cup \{2\}$

จึงได้ว่า $\forall x[Q(x)] \equiv F$ และ $\exists x[Q(x)] \equiv T$

พิจารณา (ก.) $\exists x[\sim P(x)] \rightarrow \exists x[\sim Q(x)]$

$$\equiv \sim \exists x[\sim Q(x)] \rightarrow \sim \exists x[\sim P(x)]$$

$$\equiv \underbrace{\forall x[Q(x)]}_F \rightarrow \underbrace{\forall x[P(x)]}_T \equiv T$$

ดังนั้น (ก.) ถูก

พิจารณา (ข.) เราพบว่าทุก x ใน U ทำให้ $P(x) \equiv T$

ดังนั้น

$$\forall x [Q(x) \rightarrow P(x)] \equiv T$$

$$x = -4 \quad Q(-4) \rightarrow \textcircled{T} \equiv T$$

$$x = -3 \quad Q(-3) \rightarrow \textcircled{T} \equiv T$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$x = 2 \quad Q(2) \rightarrow \textcircled{T} \equiv T$$

ดังนั้น (ข.) ถูก

พิจารณา (ค.) พบว่า $\underbrace{\forall x[P(x)]}_T \rightarrow \underbrace{\forall x[Q(x)]}_F \equiv F$

ดังนั้น (ค.) ถูก

19. ตอบ 2

วิธีทำ จากโจทย์ได้ว่า

x	-1	0	1	2
y	-4	a	b	2
x^2	1	0	1	4
xy	4	0	b	4

$$\therefore \Sigma x = 2, \Sigma y = a + b - 2, \Sigma x^2 = 6, \Sigma xy = b + 8 \text{ และ } N = 4$$

จาก $y = 2x - 1$ — (1)

$$\Sigma y = \Sigma 2x - \Sigma 1$$

$$\Sigma y = 2\Sigma x - (4)(1)$$

$$\therefore a + b - 2 = 2(2) - 4$$

$$a + b = 2 \text{ — (2)}$$

นำ x คูณ (1)

$$xy = 2x^2 - x$$

$$\Sigma xy = \Sigma 2x^2 - \Sigma x$$

$$\Sigma xy = 2\Sigma x^2 - \Sigma x$$

$$\therefore b + 8 = 2(6) - 2$$

$$b = 2$$

แทน $b = 2$ ใน (2)

$$\text{ได้ } a = 0$$

ดังนั้น $2a + b = 2(0) + 2 = 2$

20. ตอบ 1

วิธีทำ
$$x = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{ax}{x+1}\right) = \frac{a\left(\frac{ax}{x+1}\right)}{\left(\frac{ax}{x+1}\right)+1}$$

$$\therefore x = \frac{\frac{a^2x}{x+1}}{\frac{ax+(x+1)}{x+1}}$$

$$x = \frac{a^2x}{(a+1)x+1}$$

$$(a+1)x^2 + x = a^2x$$

$$(a+1)x^2 + (1-a^2)x = 0$$

สมการกำลังสองนี้จะให้คำตอบ (x) มากกว่า 2 คำตอบ เมื่อ ส.ป.ส. หน้า x^2 และ ส.ป.ส. หน้า x เป็นศูนย์ (เมื่อ ส.ป.ส. หน้า x^2 และ ส.ป.ส. หน้า x เป็นศูนย์ จะได้ $0 \cdot x^2 + 0 \cdot x = 0$ ซึ่งทุกค่า x โดย $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ จะทำให้สมการเป็นจริงทั้งหมด)

ดังนั้น $a+1 = 0$ และ $1-a^2 = 0$

$$\begin{aligned} a &= -1 & a^2 &= 1 \\ a &= 1, -1 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -1$$

21. ตอบ 5

วิธีทำ พิจารณาเงื่อนไขหลัง $\log$ พบว่า

$$x^3 + 8 > 0 \text{ และ } x^2 + 4x + 4 > 0 \text{ และ } x + 58 > 0$$

$$x^3 > -8$$

$$(x+2)^2 > 0$$

$$x > -58$$

$$x > -2$$

$$x \neq -2$$

ดังนั้นจะได้ $x > -2$ — (1)

จากโจทย์ $\log_{0.2}(x^3+8) - \log_{0.2}(x^2+4x+4)^{\frac{1}{2}} \leq \log_{0.2}(x+58)$

$$\log_{0.2}(x^3+8) - \log_{0.2}|x+2| \leq \log_{0.2}(x+58)$$

$$\log_{0.2}\left(\frac{x^3+8}{x+2}\right) \leq \log_{0.2}(x+58), |x+2| = x+2 \text{ เพราะ } x > -2$$

$$\frac{x^3+8}{x+2} \geq x+58$$

$$\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2} \geq x+58$$

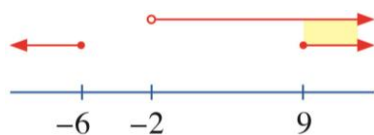
$$x^2-2x+4 \geq x+58$$

$$x^2-3x-54 \geq 0$$

$$(x-9)(x+6) \geq 0$$



นำคำตอบไป Intersect กับเงื่อนไข (1)



$$\therefore x \in [9, \infty)$$

22. ตอบ 1

วิธีทำ จาก $y = \frac{x^2 - 9}{(x-1)(x-3)}$

จะได้ว่า $(x-1)(x-3) \neq 0$

$$x \neq 1, 3$$

$$\therefore D_r = R - \{1, 3\}$$

ดังนั้น $A = R - \{1, 3\}$

พิจารณา R_r $y = \frac{x^2 - 9}{(x-1)(x-3)}$

$$y = \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{(x-1)\cancel{(x-3)}}$$

$$y = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 3$$

เงื่อนไขจาก $x-3 \neq 0$
ซึ่งโดนตัดทิ้งไป

จาก $y = \frac{x+3}{x-1}$

$$y(x-1) = x+3$$

$$xy - y = x+3$$

$$xy - x = y+3$$

$$x(y-1) = y+3$$

$$x = \frac{y+3}{y-1}$$

ดังนั้น $y \neq 1$

และจากเงื่อนไข $x \neq 3$

ดังนั้น y เมื่อ $x = 3$ จะไม่มี

$$\text{จาก } y = \frac{x+3}{x-1} \text{ เมื่อ } x = 3 \text{ ได้ } y = \frac{3+3}{3-1} = 3$$

ดังนั้น $y \neq 3$

$$\therefore R_r = R - \{1, 3\}$$

$$\text{ดังนั้น } B = R - \{1, 3\}$$

$$\text{และได้ว่า } A - B = \{ \}$$

$$\therefore \text{ จำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ } A - B = 0$$

23. ตอบ 1

วิธีทำ $(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x + 1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 1} = \frac{4}{2 - \sqrt{3}} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$$(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x + 1} + [(2 + \sqrt{3})^{-1}]^{x^2 - 2x - 1} = 4(2 + \sqrt{3})$$

$$\frac{(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x + 1}}{(2 + \sqrt{3})} + \frac{(2 + \sqrt{3})^{-x^2 + 2x + 1}}{(2 + \sqrt{3})} = \frac{4(2 + \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})}$$

$$(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x} + (2 + \sqrt{3})^{-(x^2 - 2x)} = 4$$

ให้ $M = (2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x}$ จะได้ $M + \frac{1}{M} = 4$

$$M^2 - 4M + 1 = 0 \rightarrow M = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x} = 2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x = 1, -1$$

กรณี 1 $x^2 - 2x = 1 \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2}$

$$\therefore x = 1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$$

กรณี 2 $x^2 - 2x = -1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x - 1)^2 = 0$

$$\therefore x = 1$$

ดังนั้น $A = \{1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 1\}$

$$n(A) = 3 \quad \therefore n(P(A)) = 2^{n(A)} = 2^3 = 8$$

24. ตอบ 2

วิธีทำ

จาก $f^{-1}(2x+1) = 6x+1$

$$2x+1 = f(6x+1) \leftarrow$$

$$f^{-1}(\square) = \Delta$$

$$\therefore \square = f(\Delta)$$

$$f(6x+1) = 2x+1 \text{ --- (1)}$$

ให้

$$A = 6x+1$$

$$x = \frac{A-1}{6}$$

$$\text{แทน } x = \frac{A-1}{6} \text{ ใน (1), } f(A) = 2\left(\frac{A-1}{6}\right)+1$$

$$\text{แทน } x \text{ ใน } A \quad \therefore f(x) = 2\left(\frac{x-1}{6}\right)+1$$

$$= \frac{x+2}{3}$$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

$$= g\left(\frac{x+2}{3}\right)$$

$$= \frac{\left(\frac{x+2}{3}\right)^2 - 1}{\left(\frac{x+2}{3}\right)^2 + 1}$$

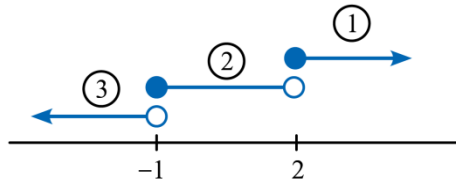
$$= \frac{\frac{(x^2+4x+4)-9}{9}}{\frac{(x^2+4x+4)+9}{9}}$$

$$= \frac{x^2+4x-5}{x^2+4x+13}$$

25. ตอบ 5

วิธีทำ

พิจารณา A แบ่งกรณีโดย



กรณีที่ 1

$$x \geq 2$$

$$x - (4 - 2x) > (x + 1) - 1$$

$$3x - 4 > x$$

$$2x > 4$$

$$x > 2$$

$$\therefore x \in (2, \infty)$$

กรณีที่ 2

$$-1 \leq x < 2$$

$$x + (4 - 2x) > (x + 1) - 1$$

$$4 - x > x$$

$$4 > 2x$$

$$2 > x$$

$$\therefore x \in [-1, 2)$$

กรณีที่ 3

$$x < -1$$

$$x + (4 - 2x) > -(x + 1) - 1$$

$$4 - x > -x - 2$$

$$6 > 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$\therefore x \in (-\infty, -1)$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นช่วงคำตอบของสมการนี้} &= (-\infty, -1) \cup [-1, 2) \cup (2, \infty) \\ &= (-\infty, 2) \cup (2, \infty) \end{aligned}$$

$$\therefore A = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\text{และจะได้ว่า } A' = \{2\}$$

พิจารณา B $|x-2| < 3$
 $-3 < x-2 < 3$

บวก 2 $-1 < x < 5$

$\therefore B = (-1, 5)$

ดังนั้น $B - A' = (-1, 5) - \{2\} = (-1, 2) \cup (2, 5)$

และพบว่า $(-1, 2) \cup (2, 5)$ ไม่ได้เป็นสับเซตของข้อใดเลย ตั้งแต่คำตอบที่ 1 ถึงคำตอบที่ 4

26. ตอบ 3

วิธีทำ

พิจารณา (ก.) $\frac{1}{|a|} > \frac{1}{b}$

เมื่อ $b > 0$ นำ $|a|b$ คูณ 2 ข้าง ($|a| \cdot b > 0$)

$$|a|b \cdot \frac{1}{|a|} > |a|b \cdot \frac{1}{b}$$
$$b > |a|$$

แต่เมื่อ $b < 0$ นำ $|a|b$ คูณ 2 ข้าง ($|a| \cdot b < 0$)

$$|a|b \cdot \frac{1}{|a|} < |a|b \cdot \frac{1}{b}$$
$$b < |a|$$

จึงพบว่า (ก.) ผิด เพราะในกรณี $b < 0$ จะได้

$$b < |a| \text{ (หรือ } |a| > b \text{)}$$

เช่น $a = 2, b = -3$

$$\frac{1}{|2|} > \frac{1}{-3} \text{ แต่ } |2| > -3$$

พิจารณา (ข.) $\frac{1}{a} > \frac{1}{|b|}$

เมื่อ $a > 0$ นำ $a|b|$ คูณ 2 ข้าง ($a|b| > 0$)

$$a|b| \cdot \frac{1}{a} > a|b| \cdot \frac{1}{|b|}$$
$$|b| > a$$

และเมื่อ $a < 0$ นำ $a|b|$ คูณ 2 ข้าง ($a|b| < 0$)

$$a|b| \cdot \frac{1}{a} < a|b| \cdot \frac{1}{|b|}$$
$$|b| < a$$

แต่เราพบว่า ถ้า $a < 0$ แล้วเป็นไปได้ที่

$$\begin{array}{c} |b| < a \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{บวก} \quad \text{ลบ} \end{array}$$

ดังนั้น กรณี $a < 0$ จึงไม่เกิดแน่นอน

$\therefore$ สรุปว่า ถ้า $\frac{1}{a} > \frac{1}{|b|}$ แล้ว $a < |b|$ เมื่อ $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ จะได้ว่า (ข.) ถูก

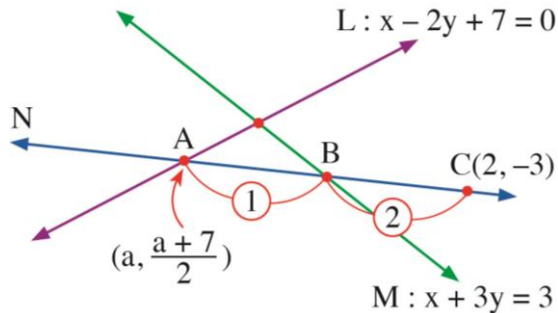
พิจารณา (ค.) จากสูตร $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} \right)^2 &= \left(\frac{1}{x-y} \right)^2 + \left(\frac{1}{y-z} \right)^2 + \left(\frac{1}{z-x} \right)^2 + \frac{2}{(x-y)(y-z)} \\ &\quad + \frac{2}{(y-z)(z-x)} + \frac{2}{(z-x)(x-y)} \\ &= \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2} + \frac{2(z-x) + 2(x-y) + 2(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2} + 0 \\ &= \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2} \end{aligned}$$

$\therefore$ (ค.) ถูก

27. ตอบ 2

วิธีทำ



ให้ค่า x ที่จุด A เท่ากับ a

ค่า y ที่จุด A (แทน $x = a$)

$$\text{จะได้ } a - 2y + 7 = 0 \rightarrow y = \frac{a+7}{2}$$

$$\therefore A\left(a, \frac{a+7}{2}\right)$$

ให้ค่า x ที่จุด B เท่ากับ b ดังนั้น ค่า y ที่จุด B (แทน $x = b$)

$$\text{จะได้ } b + 3y = 3 \rightarrow y = \frac{3-b}{3} \quad \therefore B\left(b, \frac{3-b}{3}\right)$$

$$\text{ที่จุด } B: b = \frac{(1)(2) + (2)(a)}{3} \rightarrow 3b = 2 + 2a \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{3-b}{3} = \frac{(1)(-3) + (2)\frac{(a+7)}{2}}{3} \rightarrow 3-b = -3 + a + 7 \rightarrow -1-b = a \quad \text{--- (2) แทน (2)}$$

$$\text{ใน (1): } 3b = 2 + 2(-1-b) \rightarrow 3b = 2 - 2 - 2b \rightarrow b = 0$$

$$\therefore B(0,1)$$

แสดงว่า เส้นตรง N คือ เส้นตรงที่ผ่านจุด $(2, -3)$ และ จุด $(0,1)$

$$m_N = \frac{-3-1}{2-0} = -2$$

$$N: 2x + y - 1 = 0$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $0 \quad 1$

$$\therefore \text{ระยะห่างจากจุด } (0,1) \text{ ไปยังเส้นตรง } N = \frac{|2(0) + (0) - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

28. ตอบ 4

วิธีทำ

$$\begin{aligned}(\sqrt{3}+i)^{100} &= \left(2\operatorname{cis}\frac{\pi}{6}\right)^{100} = 2^{100}\operatorname{cis}50\frac{\pi}{3} = 2^{100}\operatorname{cis}\left(16\pi+\frac{2\pi}{3}\right) \\&= 2^{100}\operatorname{cis}\frac{2\pi}{3} = 2^{100}\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = 2^{100}\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \\&= 2^{99}(-1+\sqrt{3}i) \text{ จะได้ } a = -1, b = \sqrt{3} \\ \therefore a^2+b^2 &= 1+3 = 4\end{aligned}$$

29. ตอบ 2

วิธีทำ จากโจทย์ ให้ ปลูกรั้วโพด x ไร่
ปลูกรั้วมะม่วง y ไร่
และให้กำไรคือ $P(x,y)$

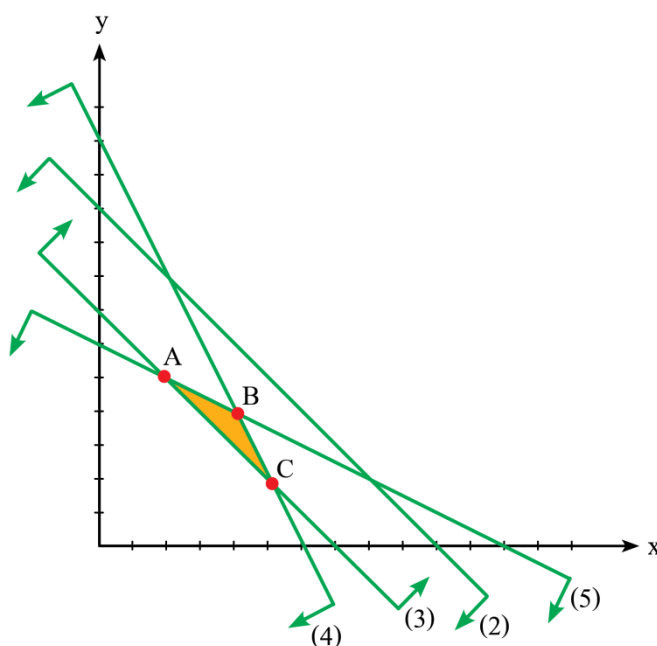
จะได้สมการจุดประสงค์ ดังนี้

$$P(x,y) = 5000x+3000y$$

จากโจทย์ จะได้ ข้อจำกัด คือ

- (1.) $x \geq 0, y \geq 0$
- (2.) $x+y \leq 10$
- (3.) $x+y \geq 7$
- (4.) $2000x+1000y \leq 12000$
($2x+y \leq 12$)
- (5.) $x+2y \leq 12$

วาดกราฟ



แก้ A จาก

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ x + 2y = 12 \end{array} \right\} \text{ได้ } A(2, 5)$$

แก้ B จาก

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ x + 2y = 12 \end{array} \right\} \text{ได้ } B(4, 4)$$

แก้ C จาก

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ 2x + y = 12 \end{array} \right\} \text{ได้ } C(5, 2)$$

จะได้ว่า $P(2, 5) = 5,000(2) + 3,000(5) = 25,000$

$$P(4, 4) = 5,000(4) + 3,000(4) = 32,000 \quad \underline{\text{MAX}}$$

$$P(5, 2) = 5,000(5) + 3,000(2) = 31,000$$

ดังนั้น กำไรสูงสุด คือ 32,000 (เมื่อปลูกข้าวโพด 4 ไร่ และปลูกมันสำปะหลัง 4 ไร่)

30. ตอบ 2

วิธีทำ จากเมทริกซ์ A เรานำหลักที่ 2 ไปลบออกจากหลักที่ 3

$$\det A = \begin{vmatrix} x & 2x & x \\ f(x) & g(x) & h(x)-g(x) \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

A เป็นเมทริกซ์เอกฐาน แสดงว่า $\det A = 0$

พบว่าเมื่อหลักที่ 1 เหมือนกับหลักที่ 3 แล้ว $\det A = 0$ แน่ๆ

จะได้ว่า $f(x) = h(x) - g(x) \rightarrow h(x) = f(x) + g(x)$

$$h(x) = \frac{3x^2 + 2x}{x+2} + (2x-3) = \frac{3x^2 + 2x + (2x-3)(x+2)}{(x+2)}$$

$$h(x) = \frac{3x^2 + 2x + 2x^2 + x - 6}{x+2} = \frac{5x^2 + 3x - 6}{x+2}$$

$$h'(x) = \frac{(x+2)(10x+3) - (5x^2 + 3x - 6)}{(x+2)^2}$$

$$h'(1) = \frac{(3)(13) - 2}{9} = \frac{37}{9}$$

31. ตอบ 35

วิธีทำ $\log_{0.5x} x^2 - 14\log_{16x} x^3 + 40\log_{4x} x^{\frac{1}{2}} = 0$

$$2\log_{0.5x} x - 42\log_{16x} x + 20\log_{4x} x = 0$$

$$\frac{2\log_2 x}{\log_2 0.5x} - \frac{42\log_2 x}{\log_2 16x} + \frac{20\log_2 x}{\log_2 4x} = 0$$

$$\frac{\log_2 x}{\log_2 0.5 + \log_2 x} - \frac{21\log_2 x}{\log_2 16 + \log_2 x} + \frac{10\log_2 x}{\log_2 4 + \log_2 x} = 0$$

ให้ $\log_2 x = B$ จะได้ $\frac{B}{B-1} - \frac{21B}{B+4} + \frac{10B}{B+2} = 0$

$$B \left(\frac{(B+4)(B+2) - 21(B-1)(B+2) + 10(B-1)(B+4)}{(B-1)(B+4)(B+2)} \right) = 0$$

$$B \left(\frac{B^2 + 6B + 8 - 21B^2 - 21B + 42 + 10B^2 + 30B - 40}{(B-1)(B+4)(B+2)} \right) = 0$$

$$B \left(\frac{-10B^2 + 15B + 10}{(B-1)(B+4)(B+2)} \right) = 0$$

$$\frac{-5B(2B^2 - 3B - 2)}{(B-1)(B+4)(B+2)} = 0$$

$$\frac{-5B(2B+1)(B-2)}{(B-1)(B+4)(B+2)} = 0$$

$$B = 0, -\frac{1}{2}, 2$$

$$\log_2 x = 0, -\frac{1}{2}, 2 \rightarrow x = 2^0, 2^{-\frac{1}{2}}, 2^2$$

$$\therefore x = 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, 4$$

$$A = \left\{ 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, 4 \right\}$$

$$M = \{2, 1, 32\}$$

$\therefore$ ผลบวกสมาชิกในเซต คือ 35

32. ตอบ 0.62

วิธีทำ ถ้า a เป็นผลบวกราก และ b เป็นผลคูณราก จะได้ว่าสมการดังกล่าวคือ

$$x^2 - ax + b = 0 \rightarrow x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4b}}{2}$$

และ $x \in \mathbb{R}$ เมื่อ $a^2 - 4b \geq 0 \rightarrow \boxed{b \leq \frac{a^2}{4}}$

a	b
1	–
2	1
3	1, 2
4	1, 2, 3, 4
5	1, 2, 3, 4, 5, 6
6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
7	1 – 10
8	1 – 10
9	1 – 10
10	1 – 10

จะได้ $n(S) = 10 \times 10 = 100$

$$n(E) = 62$$

$$\therefore P(E) = \frac{62}{100}$$

33. ตอบ 1

วิธีทำ จาก $y = \frac{2}{1+x^2}$ พบว่า ถ้า $x > 0$ แล้ว $y > 0$ ด้วยแน่ๆ

ดังนั้น จุดมุมจุดนี้อยู่ใน quadrant ที่ 1

สมมติจุดมุมจุดนี้มีพิกัดเป็น $\left(x, \frac{2}{1+x^2}\right)$

ให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$A(x) = (x) \left(\frac{2}{1+x^2} \right) = \frac{2x}{1+x^2}$$

$$A'(x) = \frac{(1+x^2)(2) - (2x)(2x)}{(1+x^2)^2} = 0$$

$$2 + 2x^2 - 4x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = 1, -1$$

แต่โจทย์บอกว่า $x > 0 \quad \therefore x = 1$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมที่มากที่สุด $= A(1) = \frac{2(1)}{1+1^2} = 1$ ตารางหน่วย

34. ตอบ 89.5

วิธีทำ เมื่อ $Med = 40.5 =$ ขอบบนของชั้น $31 - 40$

จาก “ถ้า คะแนน = ขอบบนของชั้นใด

แล้วตำแหน่งของคะแนน = ความถี่สะสมของชั้นนั้น”

$\therefore$ ตำแหน่งของ $Med =$ ความถี่สะสมของชั้น $31 - 40$

$$\frac{200}{2} = 90 + A$$

$$\therefore A = 10$$

จาก $N = 200$

จะได้ว่า $90 + 10 + 50 + B + 10 = 200$

$$\therefore B = 40$$

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (μ) (พบว่าตารางมี I เท่ากันทุกชั้น โดย $I = 10$)

คะแนน	ความถี่(f)	d	fd
21 – 30	90	0	0
31 – 40	10	1	10
41 – 50	50	2	100
51 – 60	40	3	120
61 – 70	10	4	40
$\Sigma fd =$			270

เมื่อให้ $I = 0$ ชั้น $21 - 30 \therefore a = \frac{21+30}{2} = 25.5$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \mu &= a + I \left(\frac{\Sigma fd}{N} \right) \\ &= 25.5 + 10 \left(\frac{270}{200} \right) \\ &= 39 \end{aligned}$$

หา Q_3 ตำแหน่งของ $Q_3 = \frac{3}{4}(200) = 150$

คะแนน	ความถี่(f)	ความถี่สะสม (f)
21 – 30	90	90
31 – 40	10	100
41 – 50	50	150
51 – 60	40	
61 – 70	10	

จาก “ถ้า ตำแหน่งของคะแนน = ความถี่สะสมของชั้นใด
แล้ว คะแนน = ขอบบนของชั้นนั้น”

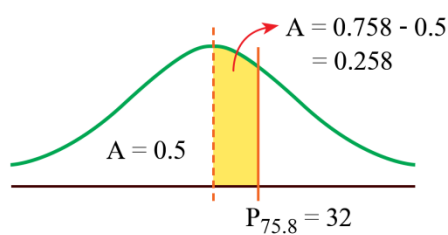
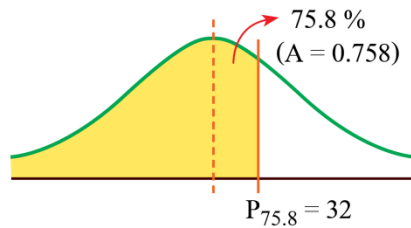
พบว่า ตำแหน่งของ $Q_3 = 150 =$ ความถี่สะสมชั้น 41 – 50

$$\therefore Q_3 = \text{ขอบบนของชั้น } 41 - 50 = 50.5$$

ดังนั้น $\mu + Q_3 = 39 + 50.5 = 89.5$

35. ตอบ 25.80

วิธีทำ ปี พ.ศ. 2559 $\sigma^2 = 100 \quad \therefore \sigma = 10$



จากตาราง $A = 0.2580 \rightarrow z = 0.70$

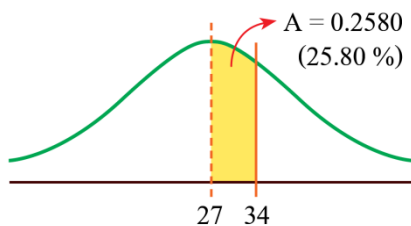
$$\text{ดังนั้นจาก } z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$0.70 = \frac{32 - \mu}{10} \quad \therefore \mu = 25$$

ปี พ.ศ. 2561 ผ่านไป 2 ปี ข้อมูล(อายุ) ทุกตัวถูกบวก 2

ดังนั้น $\sigma = 10$ (การบวกไม่ส่งผลต่อการกระจาย)

$\mu = 25 + 2 = 27$ (การบวกส่งผลต่อค่ากลาง)



$$\begin{aligned} x = 34 \rightarrow \text{จาก } z &= \frac{x - \mu}{\sigma} \\ &= \frac{34 - 27}{10} \\ &= 0.7 \end{aligned}$$

จากตาราง $z = 0.7 \rightarrow A = 0.2580$ (25.80%)

ดังนั้น จะมีพนักงานคิดเป็นร้อยละ 25.80 ที่มีอายุในช่วง 27 ปี ถึง 34 ปี

36. ตอบ 3

วิธีทำ

จากโจทย์ แทน $x = 2$

$$f(2) + f(-1) = 3 \quad \text{--- (1)}$$

แทน $x = -1$

$$f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right) = -3 \quad \text{--- (2)}$$

แทน $x = \frac{1}{2}$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = 0 \quad \text{--- (3)}$$

$(1) + (3) - (2)$,

$$2f(2) + f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right) - \left[f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right) \right] = 3 + 0 - (-3)$$

$$2f(2) = 6$$

$$f(2) = 3$$

37. ตอบ 9

วิธีทำ สมมติ X_1 คือ $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

จะได้ $a = 1, 2a + b = 0, 2a + 2b + c = 0$

ดังนั้น $a = 1, b = -2, c = 2$

สมมติ X_2 คือ $\begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

จะได้ $d = 2, 2d + e = 3, 2d + 2e + f = 1$

ดังนั้น $d = 2, e = -1, f = -1$

สมมติ X_3 คือ $\begin{bmatrix} g \\ h \\ i \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ h \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

จะได้ $g = 2, 2g + h = 3, 2g + 2h + i = 0$

ดังนั้น $g = 2, h = -1, i = -2$

และ $X = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

$\det X = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$

Diagram showing the calculation of the determinant using the rule of Sarrus:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

Diagonals (downward): $1 \cdot (-1) \cdot (-2) = 2$, $2 \cdot (-1) \cdot 2 = -4$, $2 \cdot 2 \cdot (-2) = -8$. Sum = $2 - 4 - 8 = -10$.

Diagonals (upward): $2 \cdot (-1) \cdot 2 = -4$, $1 \cdot 2 \cdot (-2) = -4$, $-2 \cdot 2 \cdot (-1) = 4$. Sum = $-4 - 4 + 4 = -4$.

Total determinant = $-10 - (-4) = -6$. (Note: The handwritten calculation in the image shows -3, which is incorrect based on the matrix values.)

$\therefore \det(\text{adj} X) = (\det X)^{3-1} = (-3)^2 = 9$

38. ตอบ 28

วิธีทำ ฟังก์ชันของพหุนามในรูปของจุดที่ฟังก์ชันสามารถหาอนุพันธ์ได้ก่อนนะครับ

พิจารณาที่ $x = 1$

ถ้า f หาอนุพันธ์ได้ที่ $x = 1$ แสดงว่า

1. f ต่อเนื่องที่ $x = 1$ และ 2. $f'(1^-) = f'(1^+)$

f : ต่อเนื่องที่ $x = 1$: $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (bx^2 + 5)$

$$a(1^3) - 1 = b(1^2) + 5 \rightarrow a - b = 6 \text{ --- (1)}$$

$$\text{ขณะ } x \rightarrow 1^- \rightarrow f(x) = ax^3 - x \rightarrow f'(x) = 3ax^2 - 1 \rightarrow f'(1^-) = 3a - 1$$

$$\text{ขณะ } x \rightarrow 1^+ \rightarrow f(x) = bx^2 + 5 \rightarrow f'(x) = 2bx \rightarrow f'(1^+) = 2b$$

$$\text{จาก } f'(1^-) = f'(1^+) \rightarrow 3a - 1 = 2b \rightarrow 3a - 2b = 1 \text{ --- (2)}$$

$$\text{จาก (1), } a = b + 6 \text{ แทนใน (2) จะได้ } 3(b + 6) - 2b = 1 \rightarrow b = -17$$

$$\text{แทน } b = -17 \text{ ใน (1) จะได้ } a = -11$$

$$\therefore |a + b| = |-11 - 17| = 28$$

39. ตอบ 216

วิธีทำ

$$\text{ให้ } x = 3 + 2i \rightarrow (x - 3)^2 = (2i)^2 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = -4 \rightarrow x^2 - 6x + 13 = 0$$

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 4x^2 + 4x + 39$$

$$= \underbrace{x^2(x^2 - 6x + 13)}_{= 0} - 2x^3 - 9x^2 + 4x + 39$$

$$= -2x \underbrace{(x^2 - 6x + 13)}_{= 0} - 21x^2 + 30x + 39$$

$$= -21 \underbrace{(x^2 - 6x + 13)}_{= 0} - 96x + 312$$

$$f(x) = -96x + 312$$

$$f(3 + 2i) = -96(3 + 2i) + 312 = 24 - 192i$$

$$\text{จะได้ } a = 24, b = -192 \quad \therefore a - b = 24 - (-192) = 216$$

40. ตอบ 200

วิธีทำ

$$2000x^6 + \underbrace{(x + 10x^3 + 100x^5)}_{\text{เป็น G.S มี } r = 10x^2} - 2 = 0 \rightarrow 2000x^6 + \frac{x[(10x^2)^3 - 1]}{10x^2 - 1} - 2 = 0$$

$$2000x^6 + \frac{x[1000x^6 - 1]}{10x^2 - 1} - 2 = 0 \rightarrow 2(1000x^6 - 1) + \frac{x[1000x^6 - 1]}{10x^2 - 1} = 0$$

$$(1000x^6 - 1) \left[2 + \frac{x}{10x^2 - 1} \right] = 0$$

กรณีที่ 1 $1000x^6 - 1 = 0 \rightarrow x^6 = \frac{1}{1000} \rightarrow x^2 = \frac{1}{10} \rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{1}{\sqrt{10}}$ ซึ่งใช้ไม่ได้

กรณีที่ 2 $2 + \frac{x}{10x^2 - 1} = 0 \rightarrow 2(10x^2 - 1) + x = 0 \rightarrow 20x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{161}}{40} = \frac{-1 + \sqrt{161}}{40}, \frac{-1 - \sqrt{161}}{40}$$

พิจารณา $\frac{m + \sqrt{n}}{r} = \frac{-1 + \sqrt{161}}{40}$ จะได้ว่า $m = -1, n = 161$ และ $r = 40$

$$\therefore m + n + r = -1 + 161 + 40 = 200$$

41. ตอบ 49

วิธีทำ ให้ $u = 1 + \sqrt{x} \rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow dx = 2\sqrt{x}du = 2(u-1)du$

$$\begin{aligned}\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx &= \int \frac{2(u-1)du}{(u-1)(u^2)} = \int 2u^{-2} du = \frac{2u^{-1}}{-1} + c \\ &= \frac{-2}{u} + c = \frac{-2}{1+\sqrt{x}} + c\end{aligned}$$

ดังนั้น $\int_k^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx = \frac{-2}{1+\sqrt{x}} \Big|_k^1 = \frac{-2}{2} - \left(\frac{-2}{1+\sqrt{k}} \right) = \frac{2}{1+\sqrt{k}} - 1$

จากโจทย์ $\frac{2}{1+\sqrt{k}} - 1 = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{2}{1+\sqrt{k}} = \frac{7}{4}$

$$7 + 7\sqrt{k} = 8 \rightarrow \sqrt{k} = \frac{1}{7} \rightarrow k = \frac{1}{49}$$

$$\therefore 2401k = 2401 \left(\frac{1}{49} \right) = 49$$

42. ตอบ 373

วิธีทำ

$$\frac{\sqrt{3}-1}{\sin x} + \frac{\sqrt{3}+1}{\cos x} = 4\sqrt{2} \rightarrow \frac{(\sqrt{3}-1)\cos x + (\sqrt{3}+1)\sin x}{\sin x \cos x} = 4\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{3}-1)\cos x + (\sqrt{3}+1)\sin x = 4\sqrt{2} \sin x \cos x$$

$$\frac{(\sqrt{3}-1)}{2\sqrt{2}} \cos x + \frac{(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2}} \sin x = 2 \sin x \cos x, \text{ นำ } 2\sqrt{2} \text{ หารทั้ง 2 ข้าง}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} \cos x + \cos \frac{\pi}{12} \sin x = \sin 2x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{12} + x\right) = \sin 2x, \text{ เมื่อ } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ และ } 0 < 2x < \pi$$

กรณีที่ 1 $\frac{\pi}{12} + x = 2x \rightarrow x = \frac{\pi}{12}$

กรณีที่ 2 $\frac{\pi}{12} + x + 2x = \pi \rightarrow x = \frac{11\pi}{36}$

จะได้ $A = \left\{ \frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{36} \right\}$

และผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน $A = \frac{\pi}{12} + \frac{11\pi}{36} = \frac{14\pi}{36} = \frac{7\pi}{18} = \frac{a\pi}{b}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 7^2 + 18^2 = 373$$

43. ตอบ 8

วิธีทำ จาก $a+b+c = 0$ —(1)

ยกกำลัง 2 สองข้าง

$$(a+b+c)^2 = 0^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 0$$

$$\text{จาก } a^2 + b^2 + c^2 = 1 \text{ —(2)}$$

จึงได้ว่า $1 + 2(ab + bc + ca) = 0$

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

ยกกำลัง 2 สองข้าง

$$(ab + bc + ca)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$(ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2 + 2(ab)(bc) + 2(bc)(ca) + 2(ca)(ab) = \frac{1}{4}$$

$$(ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2 + 2abc(b+c+a) = \frac{1}{4}$$

$$\text{จาก (1)} \quad \therefore a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4} \text{ —(3)}$$

$$\text{จาก (2)} \quad (a^2 + b^2 + c^2)^2 = 1^2$$

$$a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 = 1$$

$$a^4 + b^4 + c^4 + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) = 1$$

$$\text{จาก (3)} \quad a^4 + b^4 + c^4 + 2\left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

$$\therefore a^4 + b^4 + c^4 = \frac{1}{2} \text{ และจะได้ว่า } 16(a^4 + b^4 + c^4) = 8$$

44. ตอบ 18

วิธีทำ สมมติให้ $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$

$$\begin{aligned}\vec{a} \times \vec{i} &= (a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}) \times \vec{i} \\ &= a_1\vec{i} \times \vec{i} + a_2\vec{j} \times \vec{i} + a_3\vec{k} \times \vec{i} \\ &= \vec{0} + a_2(-\vec{k}) + a_3\vec{j} \\ &= -a_2\vec{k} + a_3\vec{j}\end{aligned}$$

$$|\vec{a} \times \vec{i}|^2 = |-a_2\vec{k} + a_3\vec{j}|^2 = a_2^2 + a_3^2$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า

$$|\vec{a} \times \vec{j}|^2 = a_1^2 + a_3^2$$

$$\text{และ } |\vec{a} \times \vec{k}|^2 = a_1^2 + a_2^2$$

$$\begin{aligned}\therefore |\vec{a} \times \vec{i}|^2 + |\vec{a} \times \vec{j}|^2 + |\vec{a} \times \vec{k}|^2 &= a_2^2 + a_3^2 + a_1^2 + a_3^2 + a_1^2 + a_2^2 \\ &= 2(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) \\ &= 2|\vec{a}|^2 \\ &= 2 \cdot (3)^2 \\ &= 18\end{aligned}$$

45. ตอบ 1.2

วิธีทำ จาก $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

$\therefore \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} = \frac{3}{1}$ จะได้ว่า

$$\frac{(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}) + (\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2})}{(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}) - (\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2})} = \frac{3+1}{3-1}$$

$$\frac{2\sqrt{1+x^2}}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{4}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}} = 2$$

ยกกำลังสอง 2 ข้าง $\left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}} \right)^2 = (2)^2$

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} = 4$$

$$1+x^2 = 4-4x^2$$

$$5x^2 = 3$$

$$x^2 = \frac{3}{5} \rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{5}}, -\sqrt{\frac{3}{5}}$$

ตรวจคำตอบแล้วพบว่าใช้ได้ทั้งคู่

$$\therefore S = \left\{ \sqrt{\frac{3}{5}}, -\sqrt{\frac{3}{5}} \right\}$$

และได้ว่า ผลบวกของกำลังสองของสมาชิกทั้งหมดใน $S = \left(\sqrt{\frac{3}{5}} \right)^2 + \left(-\sqrt{\frac{3}{5}} \right)^2$

$$= \frac{3}{5} + \frac{3}{5}$$

$$= \frac{6}{5} = 1.2$$