

Dek-D's

TCAS On Stage

เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

ตะลุยโจทย์ : ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ข้อ 8 ตอบ 1

$$\begin{aligned} \text{จาก } f^{-1}(3x+1) &= 3x-4 \\ 3x+1 &= f(3x-4) \end{aligned}$$

$$\therefore f(3x-4) = 3x+1$$

$$\begin{aligned} \text{และ จาก } g(x+3) &= 2-x \\ x+3 &= g^{-1}(2-x) \end{aligned}$$

$$\therefore g^{-1}(2-x) = x+3$$

$$\text{จาก } (g \circ f)^{-1}(3) = a, \quad (g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

$$f^{-1} \circ g^{-1}(3) = a$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(g^{-1}(3)) &= a, \quad \text{จาก } g^{-1}(2-x) = x+3 \\ &\quad \begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ -1 & & -1 \end{array} \\ \therefore g^{-1}(3) &= -1+3 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(2) &= a, \quad \text{จาก } f^{-1}(3x+1) = 3x-4 \\ &\quad \begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ \frac{1}{3} & & \frac{1}{3} \end{array} \\ \therefore f^{-1}(2) &= 1-4 = -3 \end{aligned}$$

$$\therefore a = f^{-1}(2) = -3$$

$$f(g^{-1}(a)) = f(g^{-1}(-3)) \text{ , จ้าก } g^{-1}(2-x) = x+3$$

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \uparrow \\ & 5 & 5 \end{array}$$

$$\therefore g^{-1}(-3) = 8$$

$$= f(8) \text{ , จ้าก } f(3x-4) = 3x+1$$

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \uparrow \\ & 4 & 4 \end{array}$$

$$= 13 \qquad \therefore f(8) = 12+1 = 13$$

$$g(g(a)) = g(g(-3)) \text{ , จ้าก } g(x+3) = 2-x$$

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \uparrow \\ & -6 & -6 \end{array}$$

$$\therefore g(-3) = 2+6 = 8$$

$$= g(8) \text{ , จ้าก } g(x+3) = 2-x$$

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \uparrow \\ & 5 & 5 \end{array}$$

$$= -3 \qquad \therefore g(8) = 2-5 = -3$$

$$\therefore f(g^{-1}(a)) + g(g(a)) = 13+(-3) = 10$$

ตะลุยโจทย์ : ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม

ข้อ 11 ตอบ 3

พิจารณา $2^{2x+1} - 7\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} + 3 \geq 0$

$$2^{2x} \cdot 2^1 - 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \geq 0$$

$$2 \cdot 2^{2x} - 7 \cdot \frac{1}{2^{2x}} \cdot \frac{1}{8} + 3 \geq 0$$

นำ $8 \cdot 2^{2x}$ คูณ 2 ข้าง

$$16 \cdot (2^{2x})^2 - 7 + 24 \cdot 2^{2x} \geq 0$$

แทน $2^{2x} = A$

$$16A^2 - 7 + 24A \geq 0$$

$$16A^2 + 24A - 7 \geq 0$$

$$(4A+7)(4A-1) \geq 0$$

เมื่อ $A = 2^{2x} \rightarrow 4A+7 = 4 \cdot 2^{2x} + 7$ ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ

จึงนำ $(4A+7)$ ทหารออก 2 ข้าง

$$4A - 1 \geq 0$$

$$4A \geq 1$$

$$A \geq \frac{1}{4}$$

$$2^{2x} \geq \frac{1}{4}$$

$$2^{2x} \geq 2^{-2}$$

$$2x \geq -2$$

$$x \geq -1$$

$$\forall x \left[2^{2x+1} - 7 \left(\frac{1}{2} \right)^{2x+3} + 3 \geq 0 \right] \text{ จะมีความหมายเดียวกับ } \forall x [x \in [-1, \infty)]$$

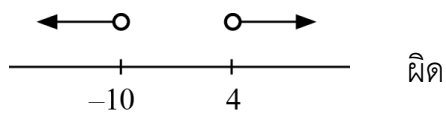
นั่นหมายความว่า เอกภพสัมพัทธ์ที่จะทำให้ประพจน์นี้เป็นจริง ต้องเป็นสับเซตของ $[-1, \infty)$

เพราะทุกค่าของสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์จะอยู่ใน $[-1, \infty)$

พิจารณา คำตอบที่ 1 $|x+3| > 7$

$$x+3 > 7 \quad \text{หรือ} \quad x+3 < -7$$

$$x > 4 \quad \cup \quad x < -10$$

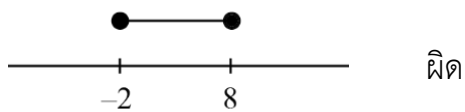


พิจารณา คำตอบที่ 2 $|x-3| \leq 5$

$$-5 \leq x-3 \leq 5$$

บวก 3

$$-2 \leq x \leq 8$$



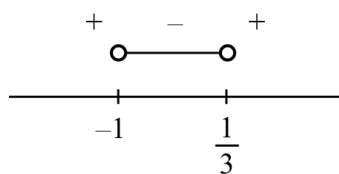
พิจารณา คำตอบที่ 3 $|x-1| > |2x|$ *

$$[(x-1)-2x] \cdot [(x-1)+2x] > 0$$

$$[-x-1] \cdot [3x-1] > 0$$

คูณ -1

$$[x+1][3x-1] < 0$$



พบว่า $\left(-1, \frac{1}{3}\right) \subset [-1, \infty)$ ดังนั้นถูก

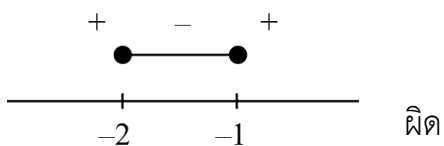
* รูปแบบ $|a| > |b|$ จะได้ $(a-b)(a+b) > 0$

พิจารณา คำตอบที่ 4 $|x+1| + |x+2| = 1$

จากรูปแบบ $|a|+|b| = |a-b|$ เมื่อ $a \cdot b \leq 0$

เราได้ว่า $|x+1| + |x+2| = |(x+1) - (x+2)|$

$$\therefore (x+1)(x+2) \leq 0$$



พิจารณาคำตอบที่ 5 $|x+1| + |x+2| = |2x+3|$

จากรูปแบบ $|a|+|b| = |a+b|$ เมื่อ $a \cdot b \geq 0$

จะได้ว่า $|x+1| + |x+2| = |(x+1) + (x+2)|$

$$\therefore (x+1)(x+2) \geq 0$$

