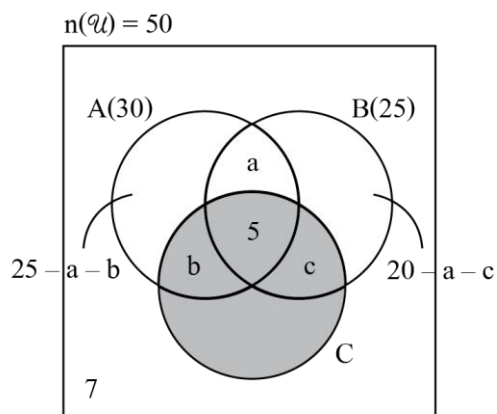


คิว O-NET ม.6 เอลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

ข้อ 5 ตอบ 2



ให้ A = เซตของคนเลี้ยงสุนัข

B = เซตของคนเลี้ยงแมว

C = เซตของคนเลี้ยงกระต่าย

ให้ a, b และ c คือจำนวนสมาชิก

ของบริเวณดังแผนภาพ

จากโจทย์ ผู้ที่เลี้ยงสัตว์เพียง 2 ชนิด มี 22 คน

แสดงว่า $a + b + c = 22$

จากแผนภาพ $n(U) = 50$

$$50 = 7 + n(C) + (25 - a - b) + a + (20 - a - c)$$

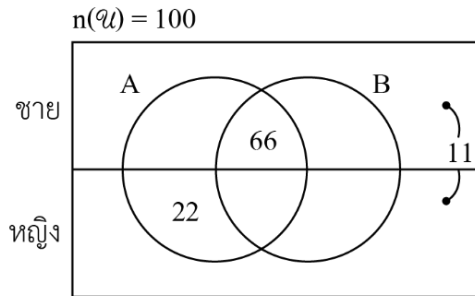
$$50 = 52 + n(C) - (a + b + c)$$

$$50 = 52 + n(C) - 22$$

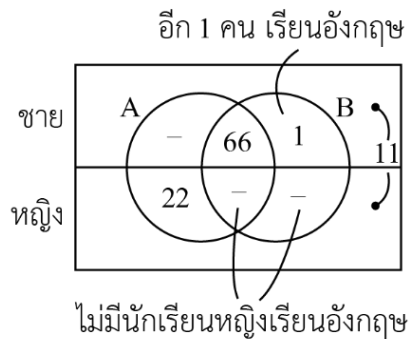
$$\therefore n(C) = 20$$

ข้อ 6 ตอบ 2

จากโจทย์



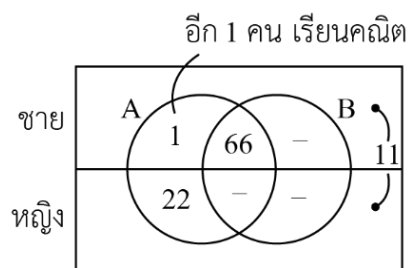
ตัวเลือกที่ 1



พบว่าไม่มีนักเรียนชายเรียนคณิตแค่ 66 คน

$\therefore$ ตัวเลือก 1 ผิด

ตัวเลือกที่ 3, 4 และ 5



พบว่าไม่มีนักเรียนหญิงที่เรียนอังกฤษเลย

และจากแผนภาพจะมีนักเรียนที่เรียนอังกฤษ

เพียงแค่ 66 คนเท่านั้น และมีนักเรียนที่เรียนคณิต มี 89 คน

$\therefore$ ตัวเลือก 3, 4 และ 5 ผิด

ให้ A = เซตของคนที่เรียนคณิตศาสตร์

B = เซตของคนที่เรียนภาษาอังกฤษ

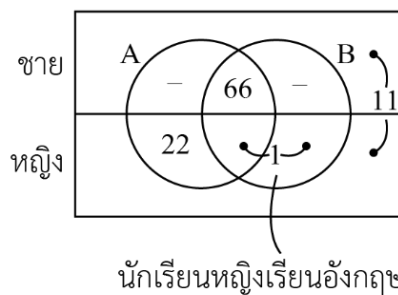
จากแผนภาพ จำนวนสมาชิกในแผนภาพตอนนี้

มีทั้งหมด $66 + 22 + 11 = 99$ คน

ขาดอีก 1 คนที่ต้องใส่ตามตัวเลือก

โดยพยายามหากรณีขัดแย้งกับตัวเลือกให้ได้

ตัวเลือกที่ 2



พบว่าจะมีนักเรียนชายเรียนคณิต 66 คน

$\therefore$ ตัวเลือก 2 ถูกต้อง

ข้อ 14 ตอบ ตัวเลือก 4

$$|3 - \sqrt{x}| \leq 1 \quad \text{เนื่องจาก } |a| = |-a| \text{ ดังนั้น } |3 - \sqrt{x}| = |\sqrt{x} - 3|$$

$$|\sqrt{x} - 3| \leq 1$$

$$-1 \leq \sqrt{x} - 3 \leq 1$$

$$+3 \text{ ตลอด} : 2 \leq \sqrt{x} \leq 4$$

$$\text{ยกกำลัง 2 ตลอด} : 4 \leq x \leq 16 \quad \therefore x \in [4, 16]$$

ข้อ 15 ตอบ 8

เนื่องจาก $x > 2$ แสดงว่า $x - 1 > 1$ ($x - 1$ เป็นบวกแน่ๆ)

$$\text{ดังนั้น } |x - 1| = x - 1$$

$$\text{และจาก } x > 2 \xrightarrow{\times 3} 3x > 6 \rightarrow 0 > 6 - 3x \text{ (} 6 - 3x \text{ เป็นลบแน่ๆ)}$$

$$\text{ดังนั้น } |6 - 3x| = -(6 - 3x) \rightarrow |6 - 3x| = 3x - 6$$

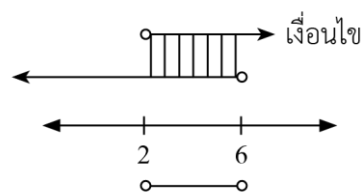
$$\text{จากอสมการ } |x - 1| + |6 - 3x| < 17$$

$$(x - 1) + (3x - 6) < 17$$

$$4x - 7 < 17$$

$$4x < 24$$

$$x < 6$$



$$\text{ดังนั้น } (a, b) = (2, 6) \quad \therefore a + b = 8$$

ข้อ 17 ตอบ ตัวเลือก 1

$$|x-2||x-3|-5|x-3|+8|x-2| = 40$$

ให้ $|x-2| = A$, $|x-3| = B$ จะได้

$$AB-5B+8A = 40$$

$$AB-5B+8A-40 = 0$$

$$B(A-5)+8(A-5) = 0$$

$$(A-5)(B+8) = 0$$

$$(|x-2|-5)(|x-3|+8) = 0$$

$\therefore |x-3| \geq 0$ ดังนั้น $|x-3|+8 \neq 0$ แน่ๆ

$$\text{แสดงว่า } |x-2|-5 = 0 \rightarrow |x-2| = 5$$

$$x-2 = 5 \text{ หรือ } -5$$

$$x = 7 \text{ หรือ } -3$$

$$\therefore \text{ผลบวกคำตอบ} = 7 + (-3) = 4$$

ข้อ 18 ตอบ ตัวเลือก 2

$$4^{|3x-1|} - 2^4 = 6(2^{|3x-1|})$$

$$(2^2)^{|3x-1|} - 6(2^{|3x-1|}) - 16 = 0$$

$$(2^{|3x-1|})^2 - 6(2^{|3x-1|}) - 16 = 0$$

ให้ $2^{|3x-1|} = A$ แสดงว่า $A > 0$ แน่ๆ เพราะ $2^n > 0$ เสมอ

$$A^2 - 6A - 16 = 0 \rightarrow (A-8)(A+2) = 0$$

$$A = \cancel{-2}, 8$$

$$\text{ดังนั้น } 2^{|3x-1|} = 8 \rightarrow 2^{|3x-1|} = 2^3$$

$$|3x-1| = 3$$

$$3x-1 = 3 \text{ หรือ } 3x-1 = -3$$

$$3x = 4 \text{ หรือ } 3x = -2$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ หรือ } x = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{ผลบวกคำตอบ} = \Sigma x = \frac{4}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

ข้อ 25 ตอบ ตัวเลือก 5

กราฟ $y = 1x^2 + bx + c$ มีจุดวกกลับ คือ $(1, -9)$

$$x \text{ ที่จุดวกกลับ} = -\frac{b}{2(1)} \rightarrow 1 = -\frac{b}{2} \quad \therefore b = -2$$

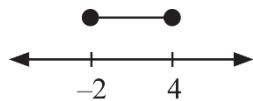
สมการ คือ $y = x^2 - 2x + c$

$$\therefore \text{ที่ } x = 1 \text{ จะได้ } y = -9 \text{ ดังนั้น } -9 = 1^2 - 2(1) + c \quad \therefore c = -8$$

อสมการ $x^2 + bx + c \leq 0$

$$x^2 - 2x - 8 \leq 0$$

$$(x - 4)(x + 2) \leq 0$$



$\therefore$ เซตคำตอบของอสมการ คือ $[-2, 4]$

ข้อ 31 ตอบ ตัวเลือก 3

$$f(x) = |x| + 5$$

$$g(x) = ax + b$$

เซตคำตอบของอสมการ $f(x) \leq g(x)$

คือ ช่วงปิด $[-10, 15]$

แสดงว่ากราฟ $f(x)$ อยู่ใต้กราฟ $g(x)$

ในช่วงดังกล่าว

$$\text{จากรูป } f(-10) = g(-10) \text{ และ } f(15) = g(15)$$

$$\text{จาก } f(-10) = g(-10) \rightarrow |-10| + 5 = a(-10) + b$$

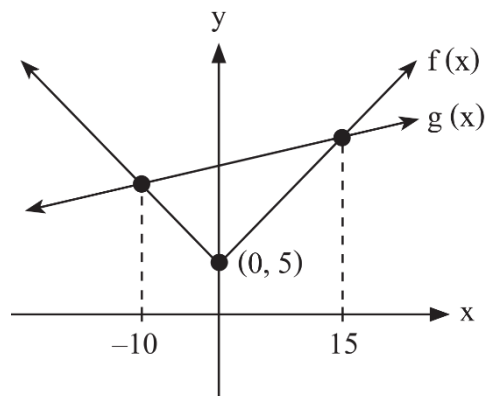
$$-10a + b = 15 \quad \text{---(1)}$$

$$\text{และ } f(15) = g(15) \rightarrow |15| + 5 = a(15) + b$$

$$15a + b = 20 \quad \text{---(2)}$$

$$(2) - (1) : 25a = 5 \rightarrow a = \frac{1}{5}, b = 17$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{5} + 17 = \frac{86}{5}$$



ข้อ 40 ตอบ 84

a, b, c เป็นลำดับเรขาคณิต

แสดงว่า $ac = b^2$ ———(1)

และ $a, b+3, c+4$ เป็นลำดับเลขคณิต

แสดงว่า $a + (c+4) = 2(b+3)$

$$a + c + 4 = 2b + 6$$

$$a + c = 2b + 2 \text{ ———(2)}$$

จากโจทย์ $a + b + c = 14$ แทน (2) ในสมการ

$$b + (2b + 2) = 14$$

$$3b = 12$$

$$b = 4$$

จะได้ว่า จาก (1) : $ac = 4^2 \rightarrow ac = 16$

และ จาก (2) : $a + c = 2(4) + 2 \rightarrow a + c = 10$

เนื่องจาก $a^2 + c^2 = (a + c)^2 - 2ac$

$$= 10^2 - 2(16)$$

$$= 100 - 32$$

$$a^2 + c^2 = 68$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + c^2 + b^2$$

$$= 68 + 4^2$$

$$= 84$$

ข้อ 42 ตอบ ตัวเลือก 1

$S_n = n^2 - 4n$ เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

$$S_1 = a_1 \rightarrow 1^2 - 4(1) = a_1 \quad \therefore a_1 = -3$$

$$S_2 = a_1 + a_2 \rightarrow 2^2 - 4(2) = (-3) + a_2 \quad \therefore a_2 = -1$$

a_n เป็นลำดับเลขคณิต ดังนั้น $d = a_2 - a_1 = 2$

$$\therefore d + a_1 a_2 = 2 + (-3)(-1) = 5$$

ข้อ 43 ตอบ 59

Trick อนุกรมเลขคณิต $S_n = \Delta n^2 + \square n$
พจน์ทั่วไป $a_n = 2\Delta n + (\square - \Delta)$

จากโจทย์ $S_n = 3n^2 + 2n$ ดังนั้น $a_n = 6n - 1$

แทน n ด้วย 2^n จะได้ $a_{2^n} = 6 \cdot 2^n - 1$

$\div 2^n$ ตลอด : $\frac{a_{2^n}}{2^n} = \frac{6 \cdot 2^n - 1}{2^n} \rightarrow \frac{a_{2^n}}{2^n} = 6 - \frac{1}{2^n}$

$$m = \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{2^2}a_{2^2} + \frac{1}{2^3}a_{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}a_{2^{10}}$$

$$= \underbrace{\left(6 - \frac{1}{2}\right) + \left(6 - \frac{1}{2^2}\right) + \left(6 - \frac{1}{2^3}\right) + \dots + \left(6 - \frac{1}{2^{10}}\right)}_{10 \text{ วงเล็บ}}$$

$$= 6 \times 10 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}} \right)$$

$$= 60 - \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \right)}{1 - \frac{1}{2}} = 60 - 1 + \left(\frac{1}{2} \right)^{10}$$

$$= 59 + \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \text{ ดังนั้น } m = 59. \text{ กว่าๆ}$$

$\therefore$ จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่น้อยกว่า m คือ 59

ข้อ 46 ตอบ ตัวเลือก 4

$$a_n = (2^{n-2}) \left(\frac{1}{3^n} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

$$A_6 = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^4 + \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^5 + \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^6 \text{ เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี } r = \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^2 \frac{\left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^5 \right]}{1 - \frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^2 \frac{\left[1 - \frac{32}{243} \right]}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{9} \left[\frac{211}{243} \right]$$

$$A_6 = \frac{211}{729} \quad \therefore 729A_6 = 211$$

ข้อ 47 ตอบ ตัวเลือก 3

$$a_1, a_2, \dots, a_{10} \text{ เป็นลำดับเลขคณิต มี } d = \frac{1}{3}$$

$$b_n = 8^{a_n} = (2^3)^{a_n} \text{ ดังนั้น } b_n = 2^{3a_n}$$

$$b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{10} = 2^{15} \rightarrow 2^{3a_1} \cdot 2^{3a_2} \cdot 2^{3a_3} \cdot \dots \cdot 2^{3a_{10}} = 2^{15}$$

$$2^{3a_1+3a_2+3a_3+\dots+3a_{10}} = 2^{15} \rightarrow 3a_1+3a_2+3a_3+\dots+3a_{10} = 15$$

$$\div 3 \text{ ตลอด : } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 5$$

$$\frac{10}{2} \left(2a_1 + 9 \left(\frac{1}{3} \right) \right) = 5 \rightarrow a_1 = -1$$

$$a_n : -1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \dots$$

$$b_n : 2^{-3}, 2^{-2}, 2^{-1}, 2^0, \dots \text{ พบว่า } b_n \text{ เป็นลำดับเรขาคณิต มีอัตราส่วนร่วม (r) = 2}$$

$$\text{ดังนั้น } b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10} = 2^{-3} + 2^{-2} + \dots + 2^6$$

$$= 2^{-3} \frac{(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1}{8} (1,023)$$

$$\therefore b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10} = \frac{1,023}{8}$$

ข้อ 48 ตอบ ตัวเลือก 5

DATA : 10, 10, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, x มีฐานนิยม = 10

เนื่องจากมัธยฐานมากกว่าฐานนิยมอยู่ 2 ดังนั้น มัธยฐาน = 12 แสดงว่า $x = 12$

DATA : 10, 10, 10, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 16

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{10+10+10+11+12+12+13+14+15+16}{10}$$

$$\therefore \bar{x} = 12.3$$

ข้อ 49 ตอบ 7

DATA : 5, 5, 6, 6, 8, 9, 9, 10, x, y

$$\bar{x} = \frac{5+5+6+6+8+9+9+10+x+y}{10}$$

$$7.2 = \frac{58+x+y}{10} \quad \therefore x+y = 14 \quad \text{โดย } x, y \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$$

ลองแทน $x = 1, y = 13$

DATA : 1, 5, 5, 6, 6, 8, 9, 9, 10, 13

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \text{มัธยฐาน} = \frac{6+8}{2} = 7 \end{array}$$

ลองแทน $x = 7, y = 7$

DATA : 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 10

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \text{มัธยฐาน} = 7 \end{array}$$

พบว่า ไม่ว่าจะแทน x, y เป็นจำนวนเต็มใดๆ ก็ตาม มัธยฐาน = 7 เสมอ

วิธีที่ 2 *ชุดข้อมูลที่มีมัธยฐานเท่ากัน เมื่อนำมารวมกันแล้วมัธยฐานจะเท่าเดิม*

จากโจทย์ เมื่อแยกข้อมูลออกเป็น 2 ชุด

Med

คือ DATA1 : 5, 5, 6, 6, 8, 9, 9, 10 มีมัธยฐาน = 7

$$\text{DATA2 : } x, y \text{ มีมัธยฐาน} = \frac{x+y}{2} = 7$$

เมื่อนำข้อมูลทั้ง 2 ชุดรวมกัน จะมีมัธยฐานของข้อมูล = 7

ข้อ 50 ตอบ ตัวเลือก 3

DATA : 110, 118, 130, 150, 150, 160, 180, 190, 210, 220, 230, 240

ตัวเลือกที่ 1 เป็นไปได้ โดยค่าที่เพิ่มเข้าไป = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตพอดี
จะทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เปลี่ยน

ตัวเลือกที่ 2 เป็นไปได้ โดยค่าที่เพิ่มเข้าไป = ค่ามัธยฐานเดิมพอดี
จะทำให้ค่ามัธยฐานคงที่ไม่เปลี่ยนแปลง

ตัวเลือกที่ 3 เป็นไปไม่ได้ เนื่องจากเดิมมัธยฐาน = 170
หากต้องการให้มัธยฐานเพิ่มขึ้น 20 เป็น 190
พบว่า ไม่ว่าจะเติมจำนวนใดก็ตาม 1 จำนวน ลงในข้อมูลแล้ว
มัธยฐานไม่มีทางเป็น 190 ได้เลย

ตัวเลือกที่ 4 เป็นไปได้ โดยค่าที่เพิ่มเข้าไปอยู่ในช่วง [110, 240]
จะไม่ทำให้พิสัยเปลี่ยน

ตัวเลือกที่ 5 เป็นไปได้ โดยเพิ่ม 90 หรือ 260 ลงไปในข้อมูล
จะทำให้พิสัยเพิ่มขึ้น 20

ข้อ 51 ตอบ ตัวเลือก 2

DATA : 2, 2 + d, 2 + 2d, 2 + 3d,, 2 + 30d มีทั้งหมด 31 ตัว (N = 31)

พบว่า ข้อมูลชุดนี้เป็นลำดับเลขคณิต ดังนั้น $\mu = \text{Med} = 2 + 15d$

จาก
$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-15d)^2 + (-14d)^2 + \dots + (-d)^2 + 0 + (d)^2 + \dots + (14d)^2 + (15d)^2}{31}$$

$$320 = \frac{2[(d)^2 + (2d)^2 + (3d)^2 + \dots + (14d)^2 + (15d)^2]}{31}$$

$$31(160) = d^2[1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2]$$

$$31(160) = d^2 \left[\frac{15(16)(31)}{6} \right] \rightarrow d^2 = 4 \quad \therefore d = 2$$

$$\therefore \mu = 2 + 15d = 2 + 15(2) = 32$$

ข้อ 53 ตอบ ตัวเลือก 2

ครั้งที่ 1 DATA : 10, 11, 11, 12 มี $\mu_1 = 11$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum(x - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{1^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2}{4}}$$

$$\therefore \sigma_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ครั้งที่ 2 DATA : 13, 13, 9, 9 มี $\mu_2 = 11$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2}{4}} = 2$$

ครั้งที่ 3 DATA : 11, 12, 13, 12 มี $\mu_3 = 12$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{1^2 + 0^2 + 1^2 + 0^2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ครั้งที่ 4 DATA : 14, 10, 12, 12 มี $\mu_4 = 12$

$$\sigma_4 = \sqrt{\frac{2^2 + 2^2 + 0^2 + 0^2}{4}} = \sqrt{2}$$

ครั้งที่ 5 DATA : 13, 13, 13, 13 ข้อมูลเท่ากันทุกตัว $\sigma_5 = 0$

$\therefore$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานครั้งที่ 2 มีค่ามากที่สุด

ข้อ 54 ตอบ ตัวเลือก 2

จากโจทย์เป็นการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย ๆ ดังนั้น $S = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{N - 1}}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{47 + 47 + 49 + 51 + 51 + 51 + 51 + 52 + 53 + 53 + 53 + 53 + 55 + 57 + 57}{15}$$

$$\bar{x} = 52$$

$$S = \sqrt{\frac{5^2 + 5^2 + 3^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 3^2 + 5^2 + 5^2}{15 - 1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{126}{14}} = 3$$

$\therefore$ ขนาดมะนาวที่อยู่ในช่วง $[\bar{x} - S, \bar{x} + S] = [49, 55]$

มีทั้งหมด 11 ผล

ข้อ 55 ตอบ ตัวเลือก 4

Med
↓

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{20}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}$ เป็นลำดับเลขคณิต
โดย

ตำแหน่งของ $P_{12} = \frac{12}{100}(24+1) = 3$ และ $P_{12} = 12$ $\therefore x_3 = 12$	ตำแหน่งของ $P_{80} = \frac{80}{100}(24+1) = 20$ และ จาก $P_{80} = 20.5$ $\therefore x_{20} = 20.5$
--	--

เนื่องจาก x_n เป็นลำดับเลขคณิต ดังนั้น $x_{20} - x_3 = 17d$

$$20.5 - 12 = 17d \rightarrow d = 0.5$$

$$\begin{aligned}
 \text{มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้} &= \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = \frac{x_3 + 9d + x_3 + 10d}{2} \\
 &= \frac{2x_3 + 19d}{2} = \frac{2(12) + 19(0.5)}{2} \\
 &= 16.75
 \end{aligned}$$

ข้อ 56 ตอบ 84 คะแนน

$$\text{ตำแหน่งของ } P_{85} = \frac{85}{100}(49+1) = 42.5$$

3	4	5	5	8						
4	0	5	6	7	8	8				
5	0	1	2	3	4	5	6	6	7	7
6	2	2	2	5	5	5	8	8	9	9
7	0	5	5	5	6	8	8	9		
8	0	2	3	3	4	5	7			
9	0	3	4	5						

ตำแหน่งที่ 42.5 (P_{85})

