

ติว O-NET ม.3

เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

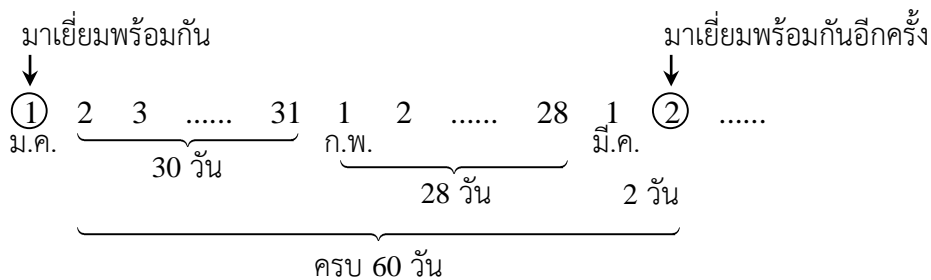
ข้อ 3 ตอบ 225

$$\begin{aligned}
 7^{\frac{x+2y}{1-x}} &= \left(\frac{63}{9}\right)^{\frac{x+2y}{1-x}} \quad \text{จากโจทย์ } 9 = 63^x \\
 &= \left(\frac{63}{63^x}\right)^{\frac{x+2y}{1-x}} \\
 &= (63^{1-x})^{\frac{x+2y}{1-x}} \\
 &= 63^{x+2y} \\
 &= 63^x \cdot 63^{2y} \\
 &= 63^x \cdot (63^y)^2 \\
 &= 9 \cdot 5^2
 \end{aligned}$$

$$\therefore 7^{\frac{x+2y}{1-x}} = 225$$

ข้อ 5 ตอบ ตัวเลือก 4

| | | |
|------|----------------------|---|
| ใหญ่ | มาเยี่ยมแม่ทุก 4 วัน | } ทั้ง 3 คน จะมาเยี่ยมแม่พร้อมกัน เมื่อผ่านไป = ค.ร.น. ของ 4, 5, 6 = 60 วัน |
| กลาง | มาเยี่ยมแม่ทุก 5 วัน | |
| เล็ก | มาเยี่ยมแม่ทุก 6 วัน | |



\therefore จะมาเยี่ยมแม่พร้อมกันอีกครั้งวันที่ 2 มีนาคม 2560

ข้อ 8 ตอบ 198

จากโจทย์ $xyz = 1$ ———(1)

$$x + \frac{1}{z} = 10 \text{ ———(2)}$$

$$y + \frac{1}{x} = 17 \text{ ———(3)}$$

$$z + \frac{1}{y} = \frac{m}{n} \text{ ———(4)}$$

$$(2) \times (3) \times (4) : \quad \left(x + \frac{1}{z}\right) \left(y + \frac{1}{x}\right) \left(z + \frac{1}{y}\right) = 10 \times 17 \times \frac{m}{n}$$

$$\left(xy + 1 + \frac{y}{z} + \frac{1}{xz}\right) \left(z + \frac{1}{y}\right) = 170 \frac{m}{n}$$

$$xyz + z + y + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{xyz} = 170 \frac{m}{n}$$

$$\cancel{xyz} + \frac{1}{\cancel{xyz}} + \left(x + \frac{1}{z}\right) + \left(y + \frac{1}{x}\right) + \left(z + \frac{1}{y}\right) = 170 \frac{m}{n}$$

$\xrightarrow{10}$ $\xrightarrow{17}$ $\xrightarrow{\frac{m}{n}}$

$$29 + \frac{m}{n} = 170 \frac{m}{n} \rightarrow 169 \frac{m}{n} = 29$$

$$\frac{m}{n} = \frac{29}{169} \quad \therefore m+n = 29+169 = 198$$

ข้อ 10 ตอบ 119

$$(a+b+c) + (b+c+d) + (c+d+a) + (d+a+b) = 2009$$

$$3a+3b+3c+3d = 2009$$

$$3(a+b+c+d) = 2009$$

$$a+b+c+d = \frac{2009}{3} \text{ ———(1)}$$

$$\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} = \frac{9}{49} \text{ ———(2)}$$

(1) × (2) :

$$(a+b+c+d) \left(\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} \right) = \frac{2009}{3} \times \frac{9}{49}$$

$\xrightarrow{41}$ $\xrightarrow{3}$

$$\frac{a+b+c+d}{a+b+c} + \frac{a+b+c+d}{b+c+d} + \frac{a+b+c+d}{c+d+a} + \frac{a+b+c+d}{d+a+b} = 123$$

$$\left(\frac{a+b+c}{a+b+c} + \frac{d}{a+b+c}\right) + \left(\frac{b+c+d}{b+c+d} + \frac{a}{b+c+d}\right) + \left(\frac{c+d+a}{c+d+a} + \frac{b}{c+d+a}\right) + \left(\frac{d+a+b}{d+a+b} + \frac{c}{d+a+b}\right) = 123$$

$$1 + \frac{d}{a+b+c} + 1 + \frac{a}{b+c+d} + 1 + \frac{b}{c+d+a} + 1 + \frac{c}{d+a+b} = 123$$

$$\therefore \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{c+d+a} + \frac{c}{d+a+b} + \frac{d}{a+b+c} = 119$$

ข้อ 13 ตอบ 1,649

นักเรียนชายและหญิง เมื่อจับคู่ 1 : 1 แล้ว นักเรียนหญิงไม่มีคู่ 32 คน แสดงว่า มีนักเรียนหญิงมากกว่านักเรียนชาย 32 คน แสดงว่า

| | |
|-----|------|
| ชาย | หญิง |
| x | x+32 |

เมื่อจับคู่แบบ ชาย 1 หญิง 2 จะเหลือนักเรียนชาย 48 คน

$$\text{จะได้ว่า } \frac{x+32}{2} = x-48$$

$$x+32 = 2x-96$$

$$x = 128$$

∴ มีชาย 128 คน และหญิง 160 คน

$$\text{ดังนั้น } \frac{\text{ชาย}}{\text{หญิง}} = \frac{128}{160} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{128}{160} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore a^b + b^a = 4^5 + 5^4 = 1,649$$

ข้อ 17 ตอบ 7

ตอนที่ 1 ข้อที่ 1-10 ข้อละ 3 คะแนน } คะแนนเต็ม = 3(10)+4(10)+5(10)
 ตอนที่ 2 ข้อที่ 11-20 ข้อละ 4 คะแนน } = 120 คะแนน
 ตอนที่ 3 ข้อที่ 21-30 ข้อละ 5 คะแนน } 80% ของ 120 คะแนน = 96 คะแนน

ตอนที่ 1+ตอนที่ 2+ตอนที่ 3 ≥ 96 ให้ตอนที่ 3 ถูก x ข้อ

$$3(10)+32+5x \geq 96$$

$$5x \geq 34$$

$$x \geq 6.8$$

7, 8, 9, 10

∴ ตอนที่ 3 ต้องทำถูกอย่างน้อย 7 ข้อ

ข้อ 21 ตอบ 11

DATA : 3, 4, 4, 5, 8, 8, 9, 10, (a, b) ^{2 ข้อมูลที่เพิ่มเข้ามา}

ฐานนิยม = 4 ดังนั้น ในข้อมูลต้องมี 4 อย่างน้อย 3 ตัว

ให้ a = 4 จะได้

DATA : 3, 4, 4, 4, 5, 8, 8, 9, 10, b

ข้อมูลตอนนี้ มีมัธยฐาน = $\frac{5+8}{2} = 6.5$ แต่โจทย์ต้องการให้ Med = 6

ดังนั้น เพื่อให้ข้อมูลชุดนี้มีมัธยฐาน = 6 แสดงว่า b = 7

DATA : 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 8, 9, 10

∴ ผลบวกของข้อมูลสองจำนวนที่เพิ่มเข้ามา = a+b = 4+7 = 11

ข้อ 22 ตอบ ตัวเลือก 4

DATA-A : 12, 13, 13, 15, 17, 19, a มีฐานนิยม = 13

DATA-B : 11, 13, 14, 16, 18, 20, b

เนื่องจาก DATA-B และ DATA-A มีฐานนิยมเท่ากัน ∴ b = 13แน่นอน

ดังนั้น DATA-B : 11, 13, 13, 14, 16, 18, 20 มีมัธยฐาน = 14

และจาก DATA-A และ DATA-B มีมัธยฐานเท่ากัน ∴ a = 14 แน่ๆ

∴ a+b = 14+13 = 27

ข้อ 23 ตอบ ตัวเลือก 3

DATA : $\overset{+1}{\curvearrowright} a, \overset{+1}{\curvearrowright} a+1, \overset{+1}{\curvearrowright} a+2, \overset{+1}{\curvearrowright} a+3, \overset{+1}{\curvearrowright} a+4, \overset{+1}{\curvearrowright} a+5, \overset{+1}{\curvearrowright} a+6$

* ข้อมูลกระโดดคงที่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = มัธยฐาน ∴ $\bar{x} = a+3$

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{N}}$$

$$S.D. = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{7}}$$

$$S.D. = \sqrt{4} = 2 \quad \therefore \text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = 2$$

ข้อ 24 ตอบ ตัวเลือก 1

เส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันจะมีความชันเท่ากัน

จากสมการ $y = 2x + 0$ อยู่ในรูป $y = mx + c$

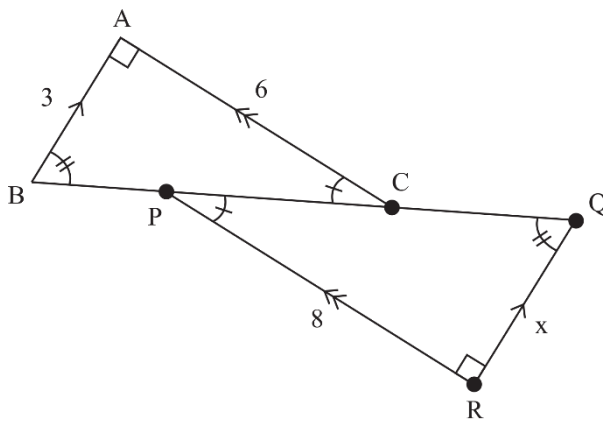
จะมีความชัน (m) = 2 ดังนั้น เส้นตรง $y = ax + b$ จะมีความชันเป็น 2

ทำให้ได้ว่า $a = 2$ และจากเส้นตรง $y = 2x + b$ ผ่านจุด (3, 10)

จะได้ว่า $10 = 2(3) + b$ จะได้ $b = 4$

$\therefore a + b = 6$

ข้อ 28 ตอบ 16



$$\overline{CA} \parallel \overline{RP}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{C} = \hat{P}$$

$$\overline{BA} \parallel \overline{RQ}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{B} = \hat{Q}$$

$$\text{แสดงว่า } \hat{R} = 90^\circ$$

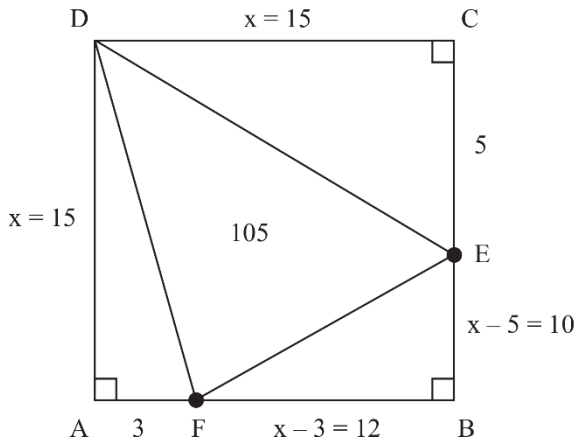
$$\text{ให้ } QR = x$$

$$\triangle ABC \sim \triangle PQR$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{QR}{RP} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 4$$

$$\therefore [\triangle PQR] = \frac{1}{2}(4)(8) = 16$$

ข้อ 29 ตอบ 60



ให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละด้านยาว x หน่วย

$$[\square ABCD] = [\triangle ADF] + [\triangle BEF] + [\triangle CDE] + [\triangle DEF]$$

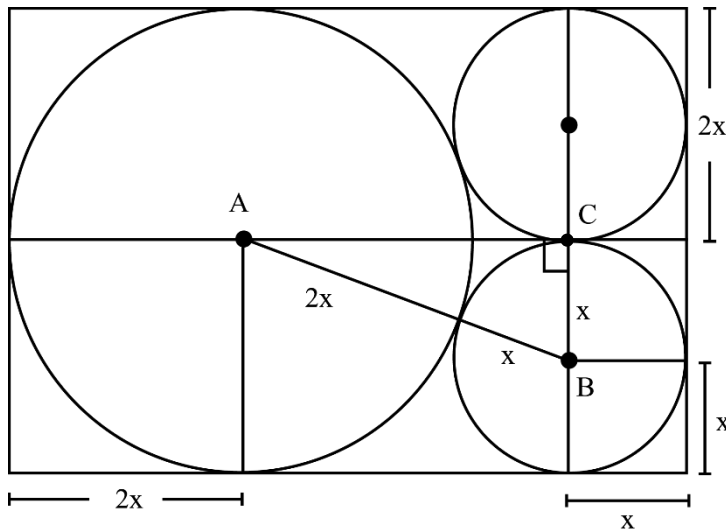
$$x^2 = \frac{1}{2}(3)(x) + \frac{1}{2}(x-3)(x-5) + \frac{1}{2}(5)(x) + 105$$

$$2x^2 = 3x + x^2 - 8x + 15 + 5x + 210$$

$$x^2 = 225 \quad \therefore x = 15$$

$$\therefore [\triangle ADF] + [\triangle DEC] = \frac{1}{2}(15)(3) + \frac{1}{2}(5)(15) = 60 \text{ ตารางหน่วย}$$

ข้อ 32 ตอบ 2



สมมุติ รัศมีวงเล็ก = x

รัศมีวงใหญ่ = $2x$

จะได้ด้านกว้างของ $\square = 4x$

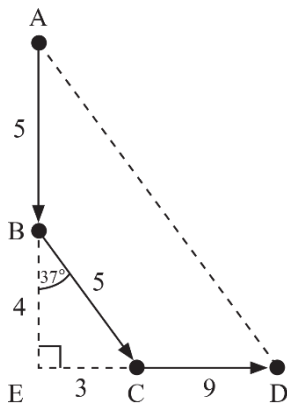
จาก $\triangle ABC$, $AC^2 = (3x)^2 - x^2$

$$\therefore AC = \sqrt{8}x$$

จะได้ด้านยาวของ $\square = (3 + \sqrt{8})x$

$$\therefore \frac{\text{กว้าง}}{\text{ยาว}} = \frac{4x}{(3 + \sqrt{8})x} = \frac{4(3 - \sqrt{8})}{9 - 8} = 12 - 4\sqrt{8} = 12 - 8\sqrt{2}$$

ข้อ 34 **ตอบ** ตัวเลือก 1



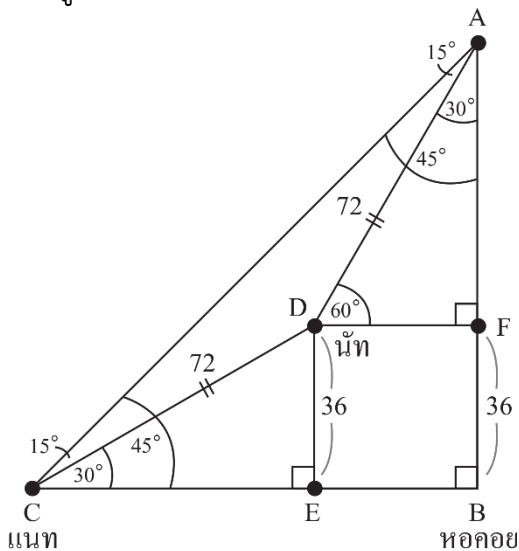
เนื่องจาก \triangle ที่มีด้าน 3, 4, 5 ดังนั้น $BE = 4$ และ $EC = 3$

จะได้ $AE = 9$ และ $ED = 12$

$$\therefore AD = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$$

ข้อ 35 **ตอบ** ตัวเลือก 4

วาดรูปตามที่โจทย์กำหนด



จะได้ว่า $\triangle ADC$ เป็น \triangle หน้าจั่ว มี $AD = CD$

$$\triangle CDE : \frac{CD}{DE} = \operatorname{cosec} 30^\circ \rightarrow \frac{CD}{36} = \frac{2}{1}$$

$$CD = 72$$

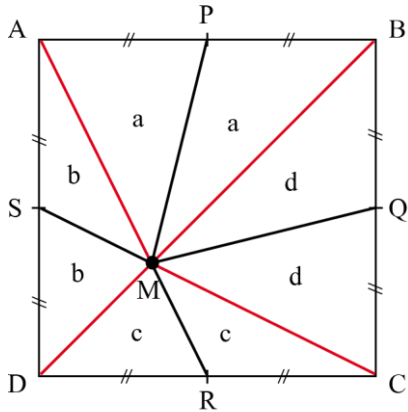
ทำให้ $\triangle ADF$ มี $AD = 72$

$$\frac{AF}{AD} = \sin 60^\circ \rightarrow \frac{AF}{72} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AF = 36\sqrt{3}$$

\therefore ยอดหอคอยอยู่สูงจากแนท $36\sqrt{3}$ เมตร

ข้อ 39 ตอบ 158



สิ่งที่น้องต้องทราบ:

เนื่องจาก



$$[\Delta ABD] = \frac{1}{2}(BD)(h) \quad \text{--- (1)}$$

$$[\Delta ACD] = \frac{1}{2}(CD)(h) \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{(1)}{(2)} : \frac{[\Delta ABD]}{[\Delta ACD]} = \frac{BD}{CD}$$

ถ้า $BD = CD$ จะได้ว่า $[\Delta ABD] = [\Delta ACD]$

จากรูป P, Q, R และ S เป็นจุดแบ่งครึ่งด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ให้ $[\Delta APM] = a$ จะทำให้ $[\Delta BPM] = a$

$[\Delta ASM] = b$ จะทำให้ $[\Delta DSM] = b$

$[\Delta DRM] = c$ จะทำให้ $[\Delta CRM] = c$

$[\Delta CQM] = d$ จะทำให้ $[\Delta BQM] = d$

โจทย์กำหนด

$$[\square APMS] = 33 \quad \text{ดังนั้น} \quad a+b = 33 \quad \text{--- (1)}$$

$$[\square BPMQ] = 55 \quad \text{ดังนั้น} \quad a+d = 55 \quad \text{--- (2)}$$

$$[\square DRMS] = 24 \quad \text{ดังนั้น} \quad b+c = 24 \quad \text{--- (3)}$$

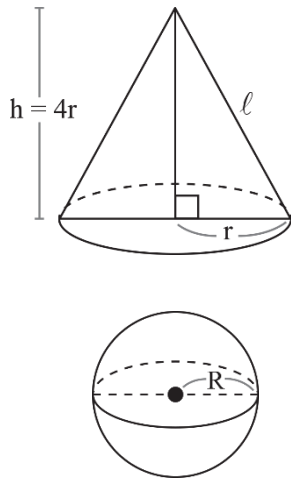
$$(2)+(3) : a+b+c+d = 79 \quad \text{--- (4)}$$

โจทย์ถาม

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม } ABCD &= [\square ABCD] \\
 &= 2a+2b+2c+2d \\
 &= 2(a+b+c+d) \\
 &= 2(79) = 158
 \end{aligned}$$

∴ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ABCD = 158 ตารางหน่วย

ข้อ 40 ตอบ ตัวเลือก 3



ปริมาตรกรวยกลม = ปริมาตรทรงกลมตัน

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$r^2(4r) = 4R^3$$

$$4r^3 = 4R^3 \quad \therefore r = R$$

พื้นที่ผิวทรงกลมตัน - พื้นที่ปากกรวย = 12

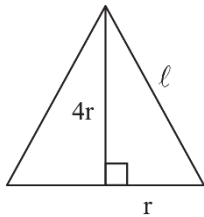
$$4\pi R^2 - \pi r^2 = 12$$

$$\therefore R = r : 4\pi r^2 - \pi r^2 = 12$$

$$3\pi r^2 = 12$$

$$\therefore \pi r^2 = 4 \quad \text{--- (1)}$$

พิจารณากรวยกลม



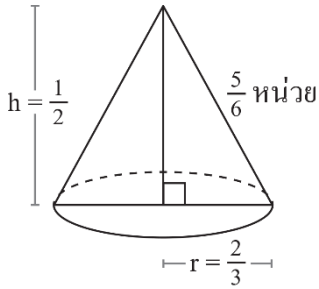
$$l^2 = (4r)^2 + r^2 \rightarrow l^2 = 17r^2$$

$$\text{ดังนั้น } l = \sqrt{17} r$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างกรวย} &= \pi r l = \pi r(\sqrt{17} r) \\ &= \sqrt{17}(\pi r^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ผิวข้างกรวย} = 4\sqrt{17}$$

ข้อ 41 ตอบ ตัวเลือก 2



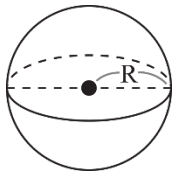
พื้นที่ผิวทั้งหมด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง

$$\pi = \pi r^2 + \pi r \left(\frac{5}{6} \right)$$

$$\div \pi : 1 = r^2 + \frac{5}{6}r$$

$$6r^2 + 5r - 6 = 0$$

$$(3r-2)(2r+3) = 0 \quad \therefore r = \frac{2}{3}$$



ความสูงของกรวย (h) = $\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{2}$

กรวยกลม หลอมกลายเป็นทรงกลม 12 ลูก

ดังนั้น ปริมาตรกรวยกลม = ปริมาตรทรงกลม 12 ลูก

$$\frac{1}{3}\pi r^2 (h) = 12 \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right)$$

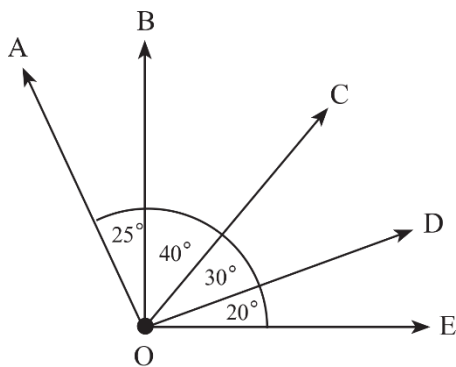
$$\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) = 12(4)(R^3)$$

$$R^3 = \frac{1}{216} \quad \therefore R = \frac{1}{6}$$

\therefore พื้นที่ผิวลูกเหล็กทั้ง 12 ลูกรวมกัน = $12(4\pi R^2)$

$$= 12(4)(\pi)\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{4}{3}\pi$$

ข้อ 42 ตอบ 0.7



สุ่มเลือกรังสี 2 เส้น เพื่อประกอบเป็นมุม

จะได้ $\hat{A}OB = 25^\circ$, $\hat{A}OC = 65^\circ$

$\hat{A}OD = 95^\circ$, $\hat{A}OE = 115^\circ$

$\hat{B}OC = 40^\circ$, $\hat{B}OD = 70^\circ$

$\hat{B}OE = 90^\circ$, $\hat{C}OD = 30^\circ$

$\hat{C}OE = 50^\circ$, $\hat{D}OE = 20^\circ$

จะเกิดมุมได้ทั้งหมด 10 รูปแบบ เป็นมุมแหลม 7 แบบ

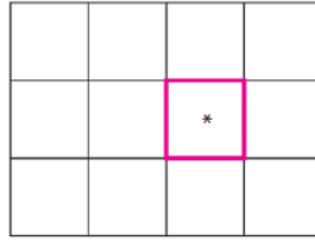
$$\therefore \text{ความน่าจะเป็นที่จะได้มุมแหลม } P(E) = \frac{n(\text{ได้มุมแหลม})}{n(\text{เหตุการณ์ทั้งหมด})}$$

$$= \frac{7}{10} = 0.7$$

ข้อ 44 ตอบ ตัวเลือก 3

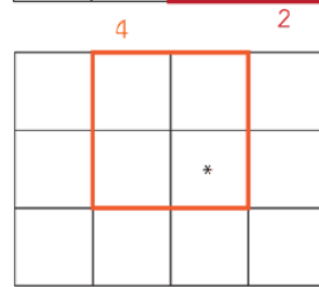
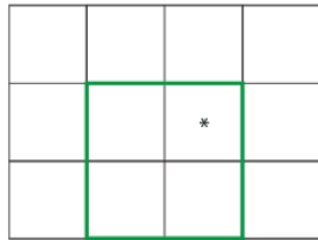
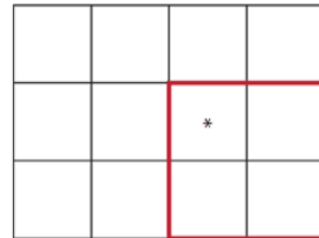
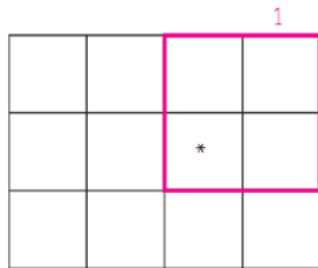
จัดรู๊ตจาก 1 รูปเล็ก

มี 1 แบบ



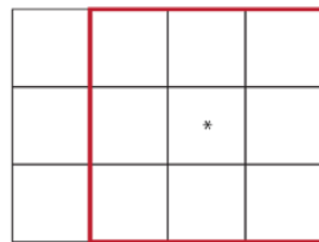
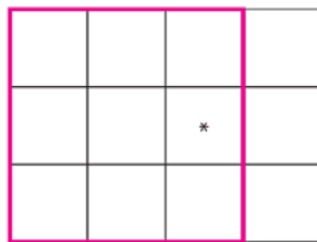
จัดรู๊ตจาก 4 รูปเล็ก

มี 4 แบบ



จัดรู๊ตจาก 9 รูปเล็ก

มี 2 แบบ



ข้อ 45 ตอบ ตัวเลือก 3

| | สีขาว | สีฟ้า | สีแดง | รวม |
|----------|-------|-------|-------|--------|
| มีลูกบอล | 4 | 8 | x | 12 + x |

S : สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่อง ทำได้ $n(S) = 12 + x$ วิธี

E : สุ่มหยิบ 1 ลูก ได้ลูกบอลสีขาว ทำได้ $n(E) = 4$ วิธี

ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีขาว = $\frac{1}{5}$

แสดงว่า $\frac{4}{12+x} = \frac{1}{5}$

$$x = 8$$

∴ จะมีลูกบอลสีแดงในกล่อง 8 ลูก
