

เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ

ตอนที่ 1 : แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบ ที่ถูกต้องที่สุด

จำนวน 10 ข้อ (ข้อ 1 – 10) ข้อละ 2 คะแนน

1. ตอบ 1

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 (8m+2, 8m+6) &= (8m+2, 8m+6 + (8m+2) \cdot (-1)) \\
 &= (8m+2, 4) \\
 &= (8m+2 + 4 \cdot (-2m), 4) \\
 &= (2, 4) = 2^*
 \end{aligned}$$

$$* \text{ จาก } (a, b) = (a, b + ak), k \in I$$

$$\therefore (8m+2, 8m+6) = (8m+2, 8m+6 + (8m+2) \cdot (-1))$$

$$\text{จาก } (a, b) = (a + bk, b), k \in I$$

$$\therefore (8m+2, 4) = (8m+2 + 4 \cdot (-2m), 4)$$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } (8m+2, 8m+6) \times [8m+2, 8m+6] &= (8m+2) \cdot (8m+6) \\
 2 \times 1350 &= (8m+2)(8m+2+4)
 \end{aligned}$$

$$\text{ให้ } A = 8m+2$$

$$2700 = A \cdot (A+4)$$

$$2700 = A^2 + 4A$$

$$0 = A^2 + 4A - 2700$$

$$0 = (A-50)(A+54)$$

$$\therefore A = 50, -54$$

$$8m+2 = 50, \quad 8m+2 = -54$$

$$8m = 48 \quad 8m = -56$$

$$m = 6 \quad m = -7$$

$$\begin{aligned}
 \text{ผลคูณของ } m \text{ ทั้งหมดที่เป็นไปได้} &= 6 \times (-7) \\
 &= -42
 \end{aligned}$$

2. ตอบ 3วิธีทำ

$$\text{ให้ } w = 3 + 4i \rightarrow \bar{w} = 3 - 4i$$

$$\text{ดังนั้น } z = w^6 + (\bar{w})^6 = w^6 + \overline{w^6}$$

$$z = 2\operatorname{Re}(w^6)$$

จะพบว่า z เป็นจำนวนจริง $\therefore$ ส่วนจินตภาพของ $z = \operatorname{Im}(z) = 0$

3. ตอบ 4วิธีทำ

$$\begin{aligned}\sin(\arccos x + \arccos y) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x + \frac{\pi}{2} - \arcsin y\right) \\ &= \sin[\pi - (\arcsin x + \arcsin y)] \\ &= \sin\left[\pi - \frac{2\pi}{3}\right] \\ &= \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

4. ตอบ 4วิธีทำ

- พิจารณาสมการวงกลม : $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

จะเป็นสมการวงกลมเมื่อหน้า $x^2 =$ หน้า y^2 ($A = B$)

$$\text{พิจารณาสมการ } G : \left(\frac{1}{25-m}\right)x^2 + \left(\frac{1}{4-m}\right)y^2 = 1$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{25-m} = \frac{1}{4-m} \rightarrow 4-m = 25-m \rightarrow 4 = 25 \text{ สมการไม่เป็นจริง}$$

แสดงว่าไม่มี m ใดเลยที่ทำให้สมการ G เป็นสมการของกราฟวงกลมได้ (ตัวเลือก ค. ผิด)

- พิจารณาสมการวงรีที่มีศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$

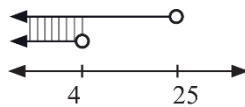
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

พบว่า จะเป็นสมการวงรีเมื่อ “ได้ $x^2 > 0$ และได้ $y^2 > 0$ ”

$$\text{พิจารณาสมการ } G : \frac{x^2}{25-m} + \frac{y^2}{4-m} = 1$$

$$\text{เป็นสมการวงรีเมื่อ } 25-m > 0 \quad \text{และ} \quad 4-m > 0$$

$$m < 25 \quad \cap \quad m < 4$$



$\therefore G$ จะเป็นสมการวงรีเมื่อ $m < 4$ (ตัวเลือก ก. และ ง. ผิด)

- พิจารณาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

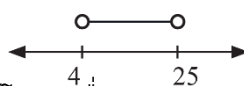
$$\text{เขียนใหม่ได้เป็น } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(-b^2)} = 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{(-b^2)} = 1$$

พบว่า จะเป็นสมการไฮเพอร์โบลาเมื่อ (ได้ x^2)(ได้ y^2) < 0 (เป็นลบ)

$$\text{พิจารณาสมการ } G : \frac{x^2}{(25-m)} + \frac{y^2}{(4-m)} = 1$$

$$\text{เป็นสมการไฮเพอร์โบลาเมื่อ } (25-m)(4-m) < 0$$

$$(m-25)(m-4) < 0$$



$\therefore G$ จะเป็นสมการไฮเพอร์โบลาเมื่อ $4 < m < 25$ (ตัวเลือก ข. ถูกต้อง)

5. ตอบ 2วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } (A - 2I)(A - 4I) &= \underline{0} \\
 A^2 - 4A - 2A + 8I &= \underline{0} \\
 A^2 - 6A + 8I &= \underline{0} \\
 A^{-1}(A^2 - 6A + 8I) &= \underline{0} \\
 A - 6I + 8A^{-1} &= \underline{0} \\
 \frac{1}{6}(A - 6I + 8A^{-1}) &= \frac{1}{6}(\underline{0}) \\
 \frac{1}{6}A - I + \frac{8}{6}A^{-1} &= \underline{0} \\
 \therefore \frac{1}{6}A + \frac{4}{3}A^{-1} &= I
 \end{aligned}$$

6. ตอบ 4วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 4^{\log x} \cdot 4^1 - 6^{\log x} - 2 \cdot 3^{\log x^2} \cdot 3^2 &= 0 \\
 4(4^{\log x}) - 6^{\log x} - 18(3^{2\log x}) &= 0 \\
 4(4^{\log x}) - 6^{\log x} - 18(9^{\log x}) &= 0 \\
 \frac{4(4^{\log x})}{9^{\log x}} - \frac{6^{\log x}}{9^{\log x}} - \frac{18(9^{\log x})}{9^{\log x}} &= \frac{0}{9^{\log x}} \\
 4\left(\frac{4}{9}\right)^{\log x} - \left(\frac{6}{9}\right)^{\log x} - 18 &= 0 \\
 4\left(\frac{2}{3}\right)^{2\log x} - \left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} - 18 &= 0, \text{ ให้ } B = \left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} \\
 4B^2 - B - 18 &= 0 \\
 (4B - 9)(B + 2) &= 0 \rightarrow B = \frac{9}{4}, -2 \\
 \text{ดังนั้น } \left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} &= \frac{9}{4}, \text{ (ใช้ไม่ได้)} \\
 \log x = -2 \rightarrow x &= 10^{-2} = \frac{1}{100} \text{ ตรวจสอบคำตอบแล้วใช้ได้} \\
 \therefore A &= \left\{ \frac{1}{100} \right\} \rightarrow \text{ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน } A \text{ คือ } \frac{1}{100}
 \end{aligned}$$

7. ตอบ 3วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 h'(x) &= 2f(x)f'(x) - 2g(x)g'(x) \\
 &= 2(-g'(x))(-g(x)) - 2g(x)g'(x) = 0 \\
 \therefore h'(3) &= 0
 \end{aligned}$$

8. ตอบ 2วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 F(x^2) &= x^2(x+1) = x^3 + x^2 \\
 \frac{d}{dx} F(x^2) &= \frac{d}{dx} (x^3 + x^2) \\
 F'(x^2)(2x) &= 3x^2 + 2x \\
 F'(x^2) &= \frac{3x^2 + 2x}{2x} \\
 \text{แทน } x &= 2, \quad F'(4) = \frac{3(4) + 2(2)}{2(2)} = 4 \\
 \therefore f(4) &= F'(4) = 4
 \end{aligned}$$

9. ตอบ 3วิธีทำ

พิจารณาลูกเต๋าละลูก พบว่า

$$P(\text{ขึ้นแต้มคู่}) = \frac{1}{2}, \quad P(\text{ขึ้นแต้มคี่}) = \frac{1}{2}$$

ถ้าโยนลูกเต๋าน n ลูก

$$P(\text{ขึ้นแต้มคู่ทุกลูก}) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(\text{มีอย่างน้อย 1 ลูกขึ้นแต้มคี่}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\frac{31}{32} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 - \frac{31}{32} = \frac{1}{32}$$

$$\therefore n = 5$$

10. ตอบ 4วิธีทำ

x	$\frac{F}{N}$	$\frac{f}{N}$	d	$\frac{f}{N} \cdot d$
10,000 – 19,999	0.1	0.1	-2	-0.2
20,000 – 29,999	0.2	0.1	-1	-0.1
30,000 – 39,999	0.5	0.3	0	0
40,000 – 49,999	0.8	0.3	1	0.3
50,000 – 59,999	1.0	0.2	2	0.4
				$\Sigma \frac{f}{N} \cdot d = 0.4$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \mu &= a + I \left(\frac{\Sigma fd}{N} \right) \\
 &= a + I \left(\Sigma \frac{fd}{N} \right) \\
 &= 34,999.5 + 10,000 (0.4) = 38,999.5
 \end{aligned}$$

ตอนที่ 2 : แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบ ที่ถูกต้องที่สุด
จำนวน 20 ข้อ (ข้อ 11 – 30) ข้อละ 4 คะแนน

11. **ตอบ 4**

วิธีทำ

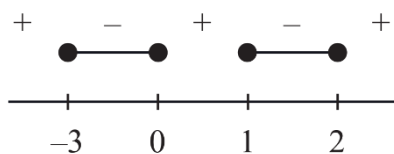
พิจารณา A รูปแบบ $|\square| \leq |\Delta|$ ได้ $(\square - \Delta)(\square + \Delta) \leq 0$

$$|x^2 - 3| \leq |x - 3|$$

$$[(x^2 - 3) - (x - 3)] \cdot [(x^2 - 3) + (x - 3)] \leq 0$$

$$(x^2 - x)(x^2 + x - 6) \leq 0$$

$$(x)(x-1)(x+3)(x-2) \leq 0$$



เมื่อ $x \in I$ จะได้ $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2$

$$\therefore A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

พิจารณา B รูปแบบ $|\square| = \Delta$ ได้ $\square = \Delta$ หรือ $\square = -\Delta$ โดย $\Delta \geq 0$

$$|5x - 2| = 2x^2$$

$$5x - 2 = 2x^2$$

หรือ

$$5x - 2 = -2x^2$$

$$0 = 2x^2 - 5x + 2$$

$$2x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$0 = (2x - 1)(x - 2)$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{1}{2}, 2$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

เราพบว่า $2x^2 \geq 0$ เสมอ แสดงว่าคำตอบทั้ง 4 ตัว

ได้แก่ $\frac{1}{2}, 2, \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}, \frac{-5 + \sqrt{41}}{4}$ ใช้ได้ทุกตัว

$$B = \left\{ \frac{1}{2}, 2, \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}, \frac{-5 + \sqrt{41}}{4} \right\}$$

$$A \cup B = \left\{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, \frac{1}{2}, \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}, \frac{-5 + \sqrt{41}}{4} \right\}$$

และ $n(A \cup B) = 9$

12. ตอบ 2วิธีทำ

เมื่อ 45 และ 75 หหาร n ลงตัว

แสดงว่า $[45, 75]$ หหาร n ลงตัวด้วย

หา $[45, 75]$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 45 \quad 75} \\ 3 \overline{) 9 \quad 15} \\ \underline{3 \quad 5} \end{array}$$

$$[45, 75] = 5 \times 3 \times 3 \times 5 = 225$$

ดังนั้น 225 หหาร n ลงตัว โดย $200 \leq n \leq 1000$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } n &= 225, 225 \times 2, 225 \times 3, 225 \times 4 \\ &= 225, 450, 675, 900 \end{aligned}$$

ในบรรดา n ทั้ง 4 ตัว พบว่ามีเพียง 900 ตัวเดียวที่หารด้วย 13 แล้วเหลือเศษ 3

ดังนั้น ผลรวมของ n ทั้งหมดที่เป็นไปได้เท่ากับ 900

13. ตอบ 3

วิธีทำ $x+a$ หหาร $P(x+2)$ เศษคือ $P(-a+2)$

โดยนำ $x+a = 0$ จะได้ $x = -a$ แล้วแทนลงใน $P(x+2)$

ก็จะได้ $P(-a+2)$ เป็นเศษจากการหาร หรือพิจารณา

$$\text{ตัวตั้ง} = \text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร} + \text{เศษ}$$

$$P(x+2) = (x+a) \times Q(x) + r$$

$$\text{แทน } x = -a$$

$$P(-a+2) = 0 \times Q(-a) + r$$

$$\therefore r = P(-a+2)$$

$$\therefore P(-a+2) = a \quad (\text{โจทย์บอกเหลือเศษ } a)$$

$$\text{จาก } P(x-a) = x^3 - 3(x+a)$$

$$\text{แทน } x = 2 \rightarrow P(2-a) = 2^3 - 3(2+a)$$

$$P(-a+2) = 8 - 6 - 3a$$

$$a = 8 - 6 - 3a$$

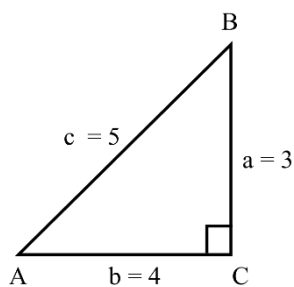
$$4a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

พบว่า $\frac{1}{2} \in (0, 1]$ ดังนั้นตอบคำตอบที่ 3

14. ตอบ 4วิธีทำ

สร้างรูปตามเงื่อนไขโดยให้ $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ จะได้รูปดังนี้

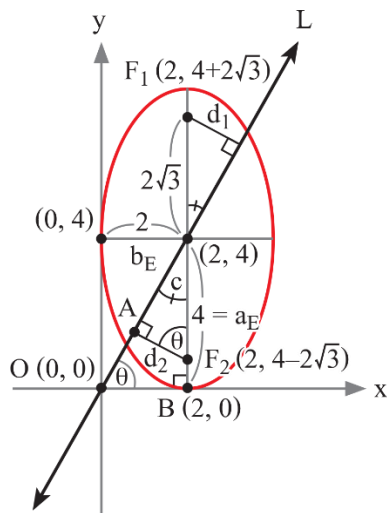


$$\begin{aligned}
 \therefore \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2} &= \cot \frac{B}{2} \cot 45^\circ = \frac{\cos \frac{B}{2}}{\sin \frac{B}{2}} = \frac{2 \cos^2 \frac{B}{2}}{2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}} \\
 &= \frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{1 + \frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = 2
 \end{aligned}$$

15. ตอบ 2

วิธีทำ

เนื่องจากวงรี E มีแกนเอกขนานแกน y ดังนั้น วงรี E เป็นวงรีไข่ตั้ง



และจากวงรีสัมผัสแกน x และแกน y

ที่จุด (2, 0) และ (0, 4)

ดังนั้น จุดทั้ง 2 จะเป็นจุดปลายแกนเอก

และจุดปลายแกนโทตามลำดับ

จะได้ว่า $a_E = 4$, $b_E = 2$ และศูนย์กลางวงรีคือ (2, 4)

ดังนั้น $c_E = \sqrt{a_E^2 - b_E^2}$

$$c_E = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

จะได้ $F_1(2, 4 + 2\sqrt{3})$, $F_2(2, 4 - 2\sqrt{3})$

พิจารณาเส้นตรง $L : m_L = \frac{4-0}{2-0} = \frac{2}{1}$

จะได้ $L : 2x - y = 0$

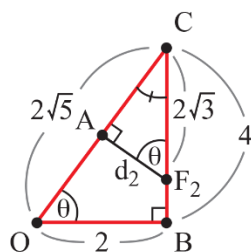
$$d_1 = \frac{|2(2) - (4 + 2\sqrt{3})|}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, d_2 = \frac{|2(2) - (4 - 2\sqrt{3})|}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore d_1 + d_2 = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{15}}{5}$$

วิธีที่ 2

จากรูป $d_1 = d_2$ แน่ๆ

และจากรูป เมื่อพิจารณาเฉพาะสามเหลี่ยม



จะพบว่า $\triangle CAF_2 \sim \triangle CBO$

ดังนั้น $\frac{d_2}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \rightarrow d_2 = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$$\therefore d_1 + d_2 = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{15}}{5}$$

16. ตอบ 1วิธีทำ

$$(\bar{a} + 2\bar{b}) \cdot (5\bar{a} - 4\bar{b}) = 0$$

$$5|\bar{a}|^2 + 6\bar{a} \cdot \bar{b} - 8|\bar{b}|^2 = 0$$

$$5 \cdot |\bar{a}|^2 + 6|\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \cos \theta - 8 \cdot |\bar{b}|^2 = 0$$

$$5 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos \theta - 8 \cdot 2^2 = 0$$

นำ 4 หารตลอด

$$5 + 6 \cos \theta - 8 = 0$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

17. ตอบ 3วิธีทำ

จาก $\text{adj}A = (\det A)A^{-1}$

ดังนั้น $A(\text{adj}A) = A(\det A)A^{-1} = (\det A)I$

ทำ $\det A = \begin{vmatrix} x & 3 & 2 & x & 3 \\ 1 & y & 4 & 1 & y \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ xyz & 24 & 4 & & \end{vmatrix} \begin{matrix} -4y & -8x & -3z \\ & & \end{matrix}$

$$= -8x - 4y - 3z + xyz + 28$$

$$\det A = -(8x + 4y + 3z) + xyz + 28 = -20 + 60 + 28 = 68$$

$$\therefore A(\text{adj}A) = 68I$$

18. ตอบ 2วิธีทำ

$$\frac{1}{2} \log_5(x+5) + \log_5(x-3)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_5(2x+1)$$

$$\frac{1}{2} \log_5(x+5) + \frac{1}{2} \log_5(x-3) = \frac{1}{2} \log_5(2x+1)$$

$$\log_5[(x+5)(x-3)] = \log_5(2x+1)$$

$$x^2 + 2x - 15 = 2x + 1$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x = 4, -4$$

ตรวจคำตอบแล้ว $x = -4$ ใช้ไม่ได้

$\therefore A = \{4\} \rightarrow$ ผลคูณของสมาชิกทั้งหมดใน $A = 4$

19. ตอบ 2วิธีทำ

$$\log_{49} 28 = \log_{7^2} (28) = \frac{1}{2} \log_7 (7 \times 4)$$

$$= \frac{1}{2} [\log_7 7 + \log_7 4] = \frac{1}{2} (1 + 2 \log_7 2)$$

$$= \frac{1}{2} (1 + 2A) = \frac{1}{2} + A$$

20. ตอบ 2วิธีทำ

$$y = (\log x) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right) \rightarrow y = (\log x) \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right)$$

$$y = 2 \log x$$

$$\frac{20}{7 \log x} = \frac{\frac{y}{2}[1+2y-1]}{\frac{y}{2}[4+3y+1]} \rightarrow \frac{20}{7 \log x} = \frac{2y}{3y+5}$$

$$60y+100 = 7y(2 \log x) \rightarrow 60y+100 = 7y(y) \rightarrow 7y^2 - 60y - 100 = 0$$

$$(y-10)(7y+10) = 0 \rightarrow y = 10, \left(-\frac{10}{7}\right) \text{ ใช้ไม่ได้ เพราะ } y \text{ ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก}$$

$$\text{แทนค่า } y = 2 \log x \text{ ลงใน } y = 10 \text{ จะได้ } 2 \log x = 10 \rightarrow \log x = 5$$

$$x = 10^5 \text{ จะได้ } y = 2 \log 10^5 = 10$$

$$\therefore x+y = 10^5 + 10 = 100,000 + 10 = 100,010$$

21. ตอบ 4วิธีทำ

$$f(x) + 2f(1-x) = x^2 + 2 \quad \text{---(1)}$$

$$\text{แทน } x \text{ ด้วย } 1-x, \quad f(1-x) + 2f(1-(1-x)) = (1-x)^2 + 2$$

$$f(1-x) + 2f(x) = (1-x)^2 + 2$$

$$2f(1-x) + 4f(x) = 2(1-x)^2 + 4 \quad \text{---(2)}$$

$$(2)-(1),$$

$$3f(x) = 2(1-x)^2 - x^2 + 2$$

$$f(x) = \frac{2}{3}(1-x)^2 - \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}(x^2 - 2x + 1) - \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{4x}{3} + \frac{4}{3}$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \left. \frac{x^3}{9} - \frac{2x^2}{3} + \frac{4x}{3} \right|_0^1 = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{7}{9}$$

22. ตอบ 4วิธีทำ

ให้เส้นโค้ง C มีสมการ $y = f(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$

แยกตัวประกอบด้วยการหารสังเคราะห์

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -7 & 7 & 15 \\ & & -1 & 8 & -15 \\ \hline & 1 & -8 & 15 & \end{array}$$

$$\text{จะได้ } f(x) = (x+1)(x^2 - 8x + 15)$$

$$= (x+1)(x-3)(x-5)$$

$\therefore$ เส้นโค้ง C ตัดแกน x ที่ $x = -1, 3, 5$

$\therefore$ จากรูป B คือจุด $(-1, 0)$

$$f'(x) = 3x^2 - 14x + 7$$

ความชันของ L เท่ากับ $f'(0) = 7$

ดังนั้นสมการของ L คือ $y = 7x + 15$

$$\text{แทน } y = 0 \rightarrow 7x + 15 = 0 \rightarrow x = -\frac{15}{7} \quad \therefore \text{จุด P คือ } \left(-\frac{15}{7}, 0\right)$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{พื้นที่แรเงา} &= \frac{1}{2} \left(\frac{15}{7} \right) (15) - \int_{-1}^0 (x^3 - 7x^2 + 7x + 15) dx \\ &= \frac{225}{14} - \left[\frac{x^4}{4} - \frac{7x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} + 15x \right]_{-1}^0 \\ &= \frac{225}{14} - \left[0 - \left(\frac{1}{4} + \frac{7}{3} + \frac{7}{2} - 15 \right) \right] \\ &= \frac{225}{14} + \frac{3 + 28 + 42 - 180}{12} \\ &= \frac{225}{14} - \frac{107}{12} = \frac{601}{84} \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

23. ตอบ 2วิธีทำ

$$n(S) = \binom{10}{3} = 120$$

E : เลข 2 จำนวนคู่กันเท่ากับจำนวนที่สาม มี 3 วิธี คือ

$$2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 8, 2 \times 5 = 10$$

ดังนั้น $n(E) = 3$

$$P(E) = \frac{3}{120} = \frac{1}{40} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore a + b = 1 + 40 = 41$$

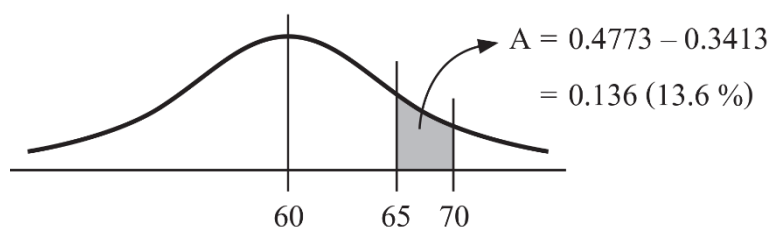
24. ตอบ 2วิธีทำ

จากโจทย์จะได้ว่า $\mu = \text{Mode} = 60$

และ $\sigma^2 = 25 \quad \therefore \sigma = 5$

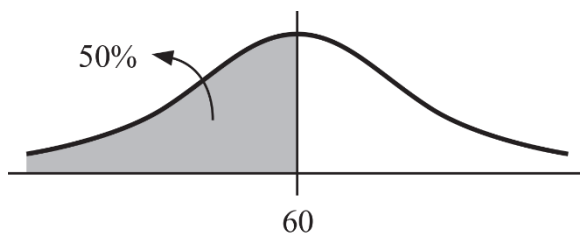
เมื่อ $x = 65 \rightarrow z = \frac{65 - 60}{5} = 1 \rightarrow A = 0.3413$

และเมื่อ $x = 70 \rightarrow z = \frac{70 - 60}{5} = 2 \rightarrow A = 0.4773$



จะได้ว่า $\frac{13.6}{100} = \frac{68}{N} \rightarrow N = 500$

ดังนั้น



นักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 60 คะแนน $= \frac{50}{100} \times 500 = 250$ คน

25. ตอบ 4วิธีทำ

พิจารณาข้อมูลกลุ่มที่ 1 พบว่า

$$\mu_1 = \mu_2 = 45$$

$$\begin{aligned} \text{และจาก } \mu_1 &= \frac{\sum x_1}{N_1} \rightarrow N_1 = \frac{\sum x_1}{\mu_1} \\ &= \frac{450}{45} = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และจาก } \sigma_1^2 &= \frac{\sum x_1^2}{N_1} - \mu_1^2 \\ &= \frac{20550}{10} - 45^2 = 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \sigma_{\text{รวม}}^2 &= \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1 + N_2} \\ &= \frac{10 \cdot 30 + 15 \cdot 20}{10 + 15} = \frac{2 \cdot 30 + 3 \cdot 20}{2 + 3} \\ &= 24 \end{aligned}$$

26. ตอบ 2วิธีทำ

$$\text{หา } Q_1 \text{ ตำแหน่ง} = \frac{1}{4}(24+1) = 6.25$$

$$\begin{aligned} \therefore Q_1 &= \text{ตำแหน่งที่ } 6.25 \\ &= \text{ตำแหน่งที่ } 6 + (\text{ตำแหน่งที่ } 7 - \text{ตำแหน่งที่ } 6)(0.25) \\ &= 47 + (49 - 47)(0.25) = 47.5 \end{aligned}$$

$$\text{หา } Q_3 \text{ ตำแหน่ง} = \frac{3}{4}(24+1) = 18.75$$

$$\therefore Q_3 = \text{ตำแหน่งที่ } 18.75 = 64 *$$

* ตำแหน่งที่ 18, 19 มีค่าเท่ากัน คือ 64

$$\therefore Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{64 - 47.5}{2} = 8.25$$

$$\text{พิสัย} = x_{\text{MAX}} - x_{\text{MIN}} = 71 - 38 = 33$$

$$\text{ดังนั้น ผลรวมของ Q.D. และพิสัย} = 8.25 + 33 = 41.25$$

27. ตอบ 4วิธีทำ

$$\frac{|z_1 - 2z_2|}{|2 - z_1\bar{z}_2|} = 1 \rightarrow |z_1 - 2z_2| = |2 - z_1\bar{z}_2| \rightarrow |z_1 - 2z_2|^2 = |2 - z_1\bar{z}_2|^2$$

$$(z_1 - 2z_2)\overline{(z_1 - 2z_2)} = (2 - z_1\bar{z}_2)\overline{(2 - z_1\bar{z}_2)} \rightarrow (z_1 - 2z_2)(\bar{z}_1 - 2\bar{z}_2) = (2 - z_1\bar{z}_2)(2 - \bar{z}_1z_2)$$

$$z_1\bar{z}_1 - 2z_1\bar{z}_2 - 2z_2\bar{z}_1 + 4z_2\bar{z}_2 = 4 - 2\bar{z}_1z_2 - 2z_1\bar{z}_2 + z_1\bar{z}_1z_2\bar{z}_2$$

$$|z_1|^2 + 4|z_2|^2 = 4 + |z_1|^2|z_2|^2$$

$$|z_1|^2 - |z_1|^2|z_2|^2 + 4|z_2|^2 - 4 = 0$$

$$|z_1|^2(1 - |z_2|^2) - 4(1 - |z_2|^2) = 0$$

$$(1 - |z_2|^2)(|z_1|^2 - 4) = 0 \quad \text{โจทย์กำหนด } |z_2| \neq 1 \quad \text{ดังนั้น } 1 - |z_2|^2 \neq 0$$

$$\text{จะได้ว่า } |z_1|^2 - 4 = 0 \quad \therefore |z_1| = 2$$

28. ตอบ 4วิธีทำ

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{2562} a_n &= \sum_{n=1}^{2562} \left(\sin^2 \frac{n\pi}{6} + \cos^2 \frac{n\pi}{3} \right) = \sum_{n=1}^{2562} \sin^2 \frac{n\pi}{6} + \sum_{n=1}^{2562} \cos^2 \frac{n\pi}{3} \\ &= 427 \sum_{n=1}^6 \sin^2 \frac{n\pi}{6} + 854 \sum_{n=1}^3 \cos^2 \frac{n\pi}{3} \\ &= 427 \left(\sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{2\pi}{6} + \sin^2 \frac{3\pi}{6} + \sin^2 \frac{4\pi}{6} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \pi \right) + 854 \left(\cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{2\pi}{3} + \cos^2 \pi \right) \\ &= 427 \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + 0 \right) + 854 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 \right) \\ &= 427(3) + 854 \left(\frac{3}{2} \right) = 2,562 \end{aligned}$$

* หมายเหตุ

$\sum_{n=1}^{2562} \sin^2 \frac{n\pi}{6}$ จะมีลักษณะเป็นคาบๆ ละ 6 ตัว ซึ่งมีผลบวกเท่ากัน ซึ่งมีทั้งสิ้น 427 คาบ

$\sum_{n=1}^{2562} \cos^2 \frac{n\pi}{3}$ จะมีลักษณะเป็นคาบๆ ละ 3 ตัว ซึ่งมีผลบวกเท่ากัน ซึ่งมีทั้งสิ้น 854 คาบ

29. ตอบ 3วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 a + bi &= \sum_{n=-2}^{95} i^n + \sum_{n=0}^{50} i^{n!} \\
 &= (i^{-2} + i^{-1} + i^0 + i^1 + i^2 + \dots + i^{95}) + (i^{0!} + i^{1!} + i^{2!} + i^{3!} + i^{4!} + i^{5!} + \dots + i^{50!}) \\
 &= \left(\frac{1}{i^2} + \frac{1}{i} + 1 + i^1 + i^2 + \dots + i^{95} \right) + (i + i + i^2 + i^6 + \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{47 \text{ ตัว}}) \\
 &= (-1 - i + \underbrace{i^1 + i^2 + \dots + i^{95} + i^{96}}_{=0}) + (2i - 2 + 47) , \text{ เปลี่ยน } 1 \text{ เป็น } i^{96} \\
 &= (-1 - i) + (45 + 2i) \\
 &= 44 + i
 \end{aligned}$$

จะได้ $a = 44$, $b = 1$

ดังนั้น $a^{2019} = (44)^{2019}$ มีหลักหน่วยเท่ากับ 4^{2019} ซึ่งมีหลักหน่วยเป็น 4

$b^{2020} = 1^{2020} = 1$ มีหลักหน่วยเป็น 1

$\therefore a^{2019} + b^{2020}$ มีหลักหน่วยเป็น 5

* หมายเหตุ $4^{\text{จำนวนเต็มบวกคู่}}$ มีหลักหน่วยเป็น 6 เสมอ

$4^{\text{จำนวนเต็มบวกคี่}}$ มีหลักหน่วยเป็น 4 เสมอ

30. ตอบ 3วิธีทำ

a, b, c, d เลือกได้ตัวละ 3 วิธี คือ $-1, 0, 1$

ดังนั้น $n(S) = 3^4 = 81$ วิธี

พิจารณาผลคูณของจำนวน 2 จำนวนที่เลือกจาก $-1, 0, 1$

กรณี 1 : ผลคูณ = 0 มี 5 วิธี

คือ $(0)(0), (0)(1), (1)(0), (0)(-1), (-1)(0)$

กรณี 2 : ผลคูณ = 1 มี 2 วิธี

คือ $(1)(1), (-1)(-1)$

กรณี 3 : ผลคูณ = -1 มี 2 วิธี

คือ $(1)(-1), (-1)(1)$

หา $n(E)$ ถ้าได้เมทริกซ์เอกฐานแสดงว่า $\det A = 0$

$$ad - bc = 0 \rightarrow \boxed{ad = bc}$$

กรณี 1 : $ad = bc = 0$ ทำได้ $5 \times 5 = 25$ วิธี

กรณี 2 : $ad = bc = 1$ ทำได้ $2 \times 2 = 4$ วิธี

กรณี 3 : $ad = bc = -1$ ทำได้ $2 \times 2 = 4$ วิธี

$$\therefore n(E) = 25 + 4 + 4 = 33 \text{ วิธี}$$

$$\therefore P(E) = \frac{33}{81} = \frac{11}{27}$$