เฉลย MRT พาน้องพิชิต TCAS 12th

พิชิต PAT1 & คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ

เรื่อง ลำดับอนุกรม

ข้อ 4 <u>ตอบ</u> 3

จากโจทย์ $a_1 = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}$, $a_2 = \frac{1+2}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}$, $a_3 = \frac{1+2+3}{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}$

จะได้ว่า $a_n = \frac{1+2+3+\ldots\ldots+n}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{\frac{n}{2}(n+1)}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$

$$a_n = \frac{1}{2(n+2)(n+3)}$$

$$\begin{aligned} S_\infty &= a_1+a_2+a_3+\ldots\ldots \\ &= \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 4\cdot 5}+\frac{1}{2\cdot 5\cdot 6}+\ldots\ldots \\ &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 6}+\ldots\ldots\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4-3}\left(\frac{1}{3}\right)\right] = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

ข้อ 5 <u>ตอบ</u> 5

$a_6+a_9+a_{12}+a_{15} = 20 \rightarrow a_1+5d+a_1+8d+a_{20}-8d+a_{20}-5d = 20 \rightarrow a_1+a_{20} = 10$

$\sum_{i=1}^{20}(a_i-m)^2$ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $m = \bar{a} = \frac{a_1+a_2+a_3+\ldots..+a_{20}}{20}$

$$= \frac{\frac{20}{2}(a_1+a_{20})}{20} = \frac{a_1+a_{20}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

ข้อ 6 **<u>ตอบ</u>** $\frac{4}{13}$

จากโจทย์ $S_n \;=\; n(n+1)(n+2)$

ดังนั้น $a_n \;=\; S_n - S_{n-1} \;=\; n(n+1)(n+2)-(n-1)(n)(n+1)$

$$a_n \;=\; n(n+1)[(n+2)-(n-1)]$$

$$a_n \;=\; 3n(n+1)$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{12}\frac{1}{a_n} = \sum_{n=1}^{12}\frac{1}{3n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{3}\sum_{n=1}^{12}\frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{3}\sum_{n=1}^{12}\left[\frac{(n+1)-n}{n(n+1)}\right] = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots\ldots+\frac{1}{12\cdot 13}\right]$$

$$= \frac{1}{3}\sum_{n=1}^{12}\left[\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right] = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2-1}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{13}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[1-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\ldots\ldots+\cancel{\frac{1}{12}}-\frac{1}{13}\right] = \frac{1}{3}\left(\frac{12}{13}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left[1-\frac{1}{13}\right] = \frac{4}{13} = \frac{4}{13}$$

ข้อ 7 **<u>ตอบ</u>** 4

$$\lim_{n\to\infty} 2^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{\frac{5}{8}}\cdot 2^{\frac{17}{16}}\cdot 2^{\frac{9}{32}}\cdot\ldots\ldots\cdot(2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}}$$

$$= 2^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{\frac{5}{8}}\cdot 2^{\frac{7}{16}}\cdot 2^{\frac{9}{32}}\cdot\ldots\ldots$$

$$= 2^{\frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots\ldots}$$

$$= 2^{S_\infty} \text{ เมื่อ } S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots\ldots$$

หา S_∞ จาก

$$S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots\ldots$$

$$-$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{8}+\frac{5}{16}+\frac{7}{32}+\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{4}+\left[\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}}\right] = \frac{3}{4}+\frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

$$S_\infty = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} 8^{\frac{1}{4}}\cdot 32^{\frac{1}{8}}\cdot 128^{\frac{1}{16}}\cdot 512^{\frac{1}{32}}\cdot\ldots\ldots(2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}} = 2^{S_\infty} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^2\cdot 2^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$$

ข้อ 8 **<u>ตอบ</u>** 2

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left[\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\right]^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty}\left[\left(\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\right)^2\right]^n = \sum_{n=0}^{\infty}\left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^n$$

$$= \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^0 + \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^1 + \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^2 + \ldots..$$

$$= 1 + 2\sin^2\frac{\pi}{12} + \left(2\sin^2\frac{\pi}{12}\right)^2 + \underset{r\,=\,2\sin^2\frac{\pi}{12}}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

$$= \frac{1}{1-2\sin^2\frac{\pi}{12}} = \frac{1}{\cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$* \ \cos 2A = 1-2\sin^2 A \rightarrow \cos\frac{\pi}{6} = \cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1-2\sin^2\frac{\pi}{12}$

ข้อ 9 **<u>ตอบ</u>** 2

จาก $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$, $n = 1, 2, 3, \ldots.., m$

ข้อมูลคือ $\frac{1}{1\cdot 2}, \frac{1}{2\cdot 3}, \frac{1}{3\cdot 4}, \ldots.., \frac{1}{m(m+1)}$

พิจารณา แยกเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1

m เป็นจำนวนคี่ (มีข้อมูลคี่ตัว) ให้ Med คือข้อมูลตัวตรงกลาง โดย $\text{Med} = \frac{1}{k(k+1)}$

เราพบว่า $\frac{1}{120} = \frac{1}{k(k+1)}$ ไม่สามารถหา k ที่เป็นจำนวนเต็มบวกได้

ดังนั้น m ไม่เป็นจำนวนคี่

กรณีที่ 2

m เป็นจำนวนคู่ (มีข้อมูลคู่ตัว) ให้ Med อยู่ระหว่างข้อมูลตรงกลาง 2 ตัว

คือ $\frac{1}{k(k+1)}, \frac{1}{(k+1)(k+2)}$

โดย
$$\text{Med} = \frac{\frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}}{2}$$
$$\frac{1}{120} = \frac{\frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}}{2}$$
$$\frac{1}{60} = \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$
$$\frac{1}{60} = \frac{(k+2)+k}{k(k+1)(k+2)}$$
$$\frac{1}{60} = \frac{2\cancel{(k+1)}}{k\cancel{(k+1)}(k+2)}$$
$$k^2 + 2k = 120$$
$$k^2 + 2k - 120 = 0$$
$$(k+12)(k-10) = 0$$
$$k = \cancel{-12}, 10$$

แสดงว่า Med อยู่ระหว่าง $\frac{1}{10 \cdot 11}$ กับ $\frac{1}{11 \cdot 12}$

ดังนั้นข้อมูลทั้งหมดคือ

$$\underbrace{\frac{1}{1\cdot 2}, \frac{1}{2\cdot 3}, \ldots, \frac{1}{10\cdot 11}}_{10 \text{ ตัว}}, \overset{\text{Med}}{\downarrow}\ \underbrace{\frac{1}{11\cdot 12}, \ldots, \frac{1}{m(m+1)}}_{10 \text{ ตัว}}$$

เราพบว่า ข้อมูลตั้งแต่ $\frac{1}{1 \cdot 2}$ ถึง $\frac{1}{10 \cdot 11}$ มี 10 ตัว

ดังนั้น $\frac{1}{11 \cdot 12}$ ถึง $\frac{1}{m(m+1)}$ ก็จะมี 10 ตัว เช่นกัน

ดังนั้น $m = 20$ (ข้อมูลมี 20 ตัว)

และ $\mu = \frac{\Sigma x}{N} = \frac{\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{20\cdot 21}}{20}$

$$= \frac{\left[\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{2}}\right] + \left[\cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}\right] + \cancel{\ldots} + \left[\cancel{\frac{1}{20}} - \frac{1}{21}\right]}{20}$$
$$= \frac{\frac{1}{1} - \frac{1}{21}}{20}$$
$$= \frac{1}{21}$$

ข้อ 10 <u>ตอบ</u> 4

นำอนุกรมของโจทย์มาเขียนใหม่ดังนี้

$\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{8}\right)+\ldots$ มี $a_i = 1-\frac{1}{2^i}$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n}\left(1-\frac{1}{2^i}\right) = \sum_{i=1}^{n} 1 - \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2^i}$$

$$= n - \left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right]$$

$$= n - \frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}} = n-1+\frac{1}{2^n}$$

$$S_{2n} = 2n-1+\frac{1}{2^{2n}}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{S_{2n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{n-1+\frac{1}{2^n}}{2n-1+\frac{1}{2^{2n}}} = \lim_{n\to\infty}\frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$$

ข้อ 11 <u>ตอบ</u> 1

$a_1 = 5$, $a_{50} = 103 \rightarrow a_{50}-a_1 = 103-5 \rightarrow 49d = 98 \rightarrow d = 2$

$a_1^2-a_2^2+a_3^2-a_4^2+\ldots\ldots+a_{49}^2-a_{50}^2$

$= (a_1-a_2)(a_1+a_2)+(a_3-a_4)(a_3+a_4)+\ldots\ldots+(a_{49}-a_{50})(a_{49}+a_{50})$

$= (-d)(a_1+a_2)+(-d)(a_3+a_4)+\ldots\ldots+(-d)(a_{49}+a_{50})$

$= (-d)(a_1+a_2+a_3+a_4+\ldots\ldots+a_{49}+a_{50})$

$= (-2)\left[\frac{50}{2}(a_1+a_{50})\right] = -50(5+103) = -5,400$

ข้อ 12 <u>**ตอบ**</u> 5

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ เป็นลำดับเรขาคณิตของจำนวนเต็มบวก

แสดงว่า ทุกพจน์ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก สมมุติให้อัตราส่วนร่วมมีค่าเท่ากับ r

จากโจทย์ $a_3 = 18$

$$a_2 + a_4 = 60 \rightarrow \frac{a_3}{r} + a_3 r = 60 \rightarrow \frac{18}{r} + 18r = 60 \rightarrow r + \frac{1}{r} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{r^2+1}{r} = \frac{10}{3} \rightarrow 3r^2 - 10r + 3 = 0 \rightarrow (3r-1)(r-3) = 0 \rightarrow r = \frac{1}{3}, 3$$

ถ้า $r = \frac{1}{3}$, $a_4 = a_3 r = 18\left(\frac{1}{3}\right) = 6$, $a_5 = a_4 r = 6\left(\frac{1}{3}\right) = 2$

$a_6 = a_5 r = 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ ซึ่งไม่เป็นจำนวนเต็มบวก

ดังนั้น $r = 3$

$$\therefore \frac{S_8}{S_4} + \frac{S_4}{S_2} = \frac{\frac{a_1(1-r^8)}{1-r}}{\frac{a_1(1-r^4)}{1-r}} + \frac{\frac{a_1(1-r^4)}{1-r}}{\frac{a_1(1-r^2)}{1-r}}$$

$$= \frac{1-r^8}{1-r^4} + \frac{1-r^4}{1-r^2} = 1 + r^4 + 1 + r^2 = 2 + 3^4 + 3^2 = 92$$

ข้อ 13 <u>**ตอบ**</u> 59

$S_n = 3n^2 + 2n$ จะได้ว่า $a_n = 6n - 1 \rightarrow a_{2^K} = 6(2^K) - 1$

$$m = \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{2^2}a_{2^2} + \frac{1}{2^3}a_{2^3} + \ldots\ldots + \frac{1}{2^{10}}a_{2^{10}}$$

$$m = \sum_{K=1}^{10} \frac{1}{2^K} a_{2^K} = \sum_{K=1}^{10} \frac{1}{2^K}[6(2^K) - 1]$$

$$m = \sum_{K=1}^{10} (6 - \frac{1}{2^K}) = \sum_{K=1}^{10} 6 - \sum_{K=1}^{10} \frac{1}{2^K}$$

$$m = 60 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots\ldots + \frac{1}{2^{10}})$$

$$m = 60 - \frac{\frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$m = 60 - 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 59 + \frac{1}{1024}$$

$\therefore$ จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่น้อยกว่า m คือ 59

ข้อ 14 <u>ตอบ</u> 5

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{2} \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{a_1}{1-r} = \frac{3}{2} \rightarrow (1)(2) = 3-3r$$

$r = \frac{1}{3}$ จะได้ $a_n = a_1 r^{n-1} = (1)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 5 \rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \dots = 5 \rightarrow \frac{b_1}{1-r} = 5 \rightarrow 7 = 5-5r$$

$r = -\frac{2}{5}$ จะได้ $b_n = b_1 r^{n-1} = (7)\left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}$

$$\frac{a_n}{b_n} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{7\left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}} = \frac{1}{7}\left(-\frac{5}{6}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{1}{7}\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{5}{6}\right)^{n-1} = \frac{1}{7}\left[1-\frac{5}{6}+\frac{25}{36}-\underset{r\,=\,-\frac{5}{6}}{\dots\dots\dots\dots}\right]$$

$$= \frac{1}{7}\left(\frac{1}{1-(-\frac{5}{6})}\right) = \frac{6}{77}$$

ข้อ 15 <u>ตอบ</u> 52

$$a_8 = a_1 + 7d \rightarrow 36 = 1 + 7d \rightarrow d = 5$$

ลำดับเลขคณิตชุดนี้ คือ $1, 6, 11, 16, \dots, 5n-4$

$$\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}+\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_4}+\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n-1}}} = 3$$

$$\frac{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}}{a_2-a_1} + \frac{\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}}{a_3-a_2} + \frac{\sqrt{a_4}-\sqrt{a_3}}{a_4-a_3} + \dots + \frac{\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n-1}}}{a_n-a_{n-1}} = 3$$

$$\frac{1}{d}\left[\cancel{\sqrt{a_2}}-\sqrt{a_1}+\cancel{\sqrt{a_3}}-\cancel{\sqrt{a_2}}+\cancel{\sqrt{a_4}}-\cancel{\sqrt{a_3}}+\cancel{\dots}+\sqrt{a_n}-\cancel{\sqrt{a_{n-1}}}\right] = 3$$

$$\sqrt{a_n}-\sqrt{a_1} = 3(d) = 3(5) = 15$$

$$\sqrt{5n-4} = 16$$

$$5n-4 = 256$$

$$\therefore n = 52$$

ข้อ 16 <u>**ตอบ**</u> 4

$\sum_{i=1}^{n} i$, $\frac{\sqrt{10}}{3}\sum_{i=1}^{n} i^2$, $\sum_{i=1}^{n} i^3$ เป็นลำดับเรขาคณิต จะได้ว่า

$$\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\sum_{i=1}^{n} i^2\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^{n} i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} i^3\right)$$

$$\left[\frac{\sqrt{10}}{3}\,\frac{n}{6}(n+1)(2n+1)\right]^2 = \frac{n}{2}(n+1)\left[\frac{n}{2}(n+1)\right]^2$$

$$\frac{10}{9}\cdot\frac{n^2}{36}(n+1)^2(2n+1)^2 = \frac{n^3}{8}(n+1)^3$$

$$\frac{5}{9\cdot 18}(2n+1)^2 = \frac{1}{8}n(n+1)$$

$$\frac{8\cdot 5}{9\cdot 18}(4n^2+4n+1) = n^2+n$$

$$20(4n^2+4n+1) = 81n^2+81n$$

$$n^2+n-20 = 0$$

$$(n+5)(n-4) = 0$$

$$\therefore\ n = 4$$

ข้อ 17 <u>**ตอบ**</u> 36

$$a_n = \frac{a_1+a_2+\dots+a_{n-1}}{n-1} \rightarrow (n-1)a_n = a_1+a_2+\dots+a_{n-1} \text{ โดยที่ } n \ge 3$$

แทน $n = 3 : 2a_3 = a_1+a_2 \rightarrow a_3 = \frac{a+b}{2}$

แทน $n = 4 : 3a_4 = a_1+a_2+a_3 \rightarrow 3a_4 = 3a_3 \rightarrow a_4 = a_3 = \frac{a+b}{2}$

แทน $n = 5 : 4a_5 = a_1+a_2+a_3+a_4 \rightarrow 4a_5 = 4a_4 \rightarrow a_5 = a_4 = \frac{a+b}{2}$

แสดงว่า ตั้งแต่ $n \ge 3$ แล้ว $a_3 = a_4 = a_5 = \dots = \frac{a+b}{2}$

จากโจทย์ $\sum_{i=1}^{10} a_i = \frac{30}{8}$

$$a_1+a_2+\dots+a_{10} = \frac{30}{8}$$

$$10a_{11} = \frac{30}{8} \rightarrow a_{11} = \frac{3}{8} \rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{3}{8} \rightarrow a+b = \frac{3}{4} \quad \text{——(1)}$$

และ $a_1+2a_2+3a_3+4a_4 = \frac{31}{8}$

$$a+2b+7\left(\cancel{\frac{a+b}{2}}\right) = \frac{31}{8} \rightarrow a+2b+\frac{21}{8} = \frac{31}{8} \rightarrow a+2b = \frac{5}{4} \quad \text{——(2)}$$

$\frac{3}{8}$

$(2)-(1) : b = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ จะได้ $a = \frac{1}{4}$ $\quad\therefore \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2 = (4+2)^2 = 36$

ข้อ 18 <u>ตอบ</u> 3

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ เป็นลำดับเลขคณิต

จะได้ว่า $a_{20} = a_{10} + 10d \rightarrow a_{10} + 30 = a_{10} + 10d \rightarrow d = 3$

จากโจทย์ $S_4 = 14 \rightarrow \frac{4}{2}[2a_1 + (4-1)d] = 14 \rightarrow 2a_1 + 3(3) = 7$

จะได้ $a_1 = -1$ ดังนั้น $a_n = 3n - 4$ และ $a_3 = 5$

จากโจทย์ $b_{n+1} - b_n = 1$ แสดงว่า $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, \ldots$ เป็นลำดับเลขคณิต

ที่มีผลต่างร่วม $(d) = 1$ และมี $b_1 = a_3 = 5$ ดังนั้น $b_n = n + 4$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{3n-4}{n+4} = 3$$

ข้อ 19 <u>ตอบ</u> 3

$2a + 1$, $2b - 1$, $3b - a$, $a + 3b$ เป็นลำดับเลขคณิตจะได้ว่า

$(2a + 1) + (3b - a) = 2(2b - 1) \rightarrow a - b = -3$ ______(1)

$(2b - 1) + (a + 3b) = 2(3b - a) \rightarrow 3a - b = 1$ ______(2)

$(2) - (1)$ จะได้ $2a = 4 \rightarrow a = 2$ แทน $a = 2$ ลงใน (1) จะได้ $b = 5$

ดังนั้นลำดับเลขคณิตชุดนี้ คือ 5, 9, 13, 17, ... มี $d = 4$

$\therefore a_{1000} = a_1 + (1000 - 1)d = 5 + (1000 - 1)(4) = 4001$

ข้อ 20 <u>ตอบ</u> 205

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 เป็นลำดับเลขคณิตมีผลต่างร่วมเป็น d_a

$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$ เป็นลำดับเลขคณิตมีผลต่างร่วมเป็น d_b

จากโจทย์ $a_5 - a_1 = b_5 - b_2 \rightarrow 4d_a = 3d_b \rightarrow \frac{d_b}{d_a} = \frac{4}{3}$

$$\frac{x}{y} = \frac{(b_b - b_4) + (b_b - b_1)}{a_4 - a_2} = \frac{2d_b + 5d_b}{2d_a} = \frac{7}{2}\left(\frac{d_b}{d_a}\right) = \frac{7}{2}\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{14}{3}$$

เนื่องจาก ห.ร.ม ของ x กับ y เท่ากับ 1 ดังนั้น $x = 14$, $y = 3$

$\therefore x^2 + y^2 = 14^2 + 3^2 = 196 + 9 = 205$

ข้อ 21 <u>ตอบ</u> a

จากโจทย์ $x(y-z)$, $y(z-x)$, $z(x-y)$ เป็นลำดับเรขาคณิตมีอัตราส่วนร่วมเป็น r

ให้ $a_1 = x(y-z) = xy - xz$

$a_2 = y(z-x) = yz - xy$

$a_3 = z(x-y) = xz - yz$

จะได้ว่า $a_1 + a_2 + a_3 = 0 \rightarrow a_1 + a_1 r + a_1 r^2 = 0 \rightarrow 1 + r + r^2 = 0$

$\therefore$ r สอดคล้องกับสมการ $r^2 + r + 1 = 0$

ข้อ 22 <u>ตอบ</u> 1

จากโจทย์ $a_{n+1} = n^2 - a_n$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, ...$

แทน $n = 1$ จะได้ $a_2 = 1 - a_1$

แทน $n = 2$ จะได้ $a_3 = 4 - a_2 = 4-(1-a_1) = 3 + a_1 = (1+2) + a_1$

แทน $n = 3$ จะได้ $a_4 = 9 - a_3 = 9-(3+a_1) = 6 - a_1 = (1+2+3) - a_1$

แทน $n = 4$ จะได้ $a_5 = 16 - a_4 = 16-(6-a_1) = 10 + a_1 = (1+2+3+4) + a_1$

แทน $n = 100$ จะได้ $a_{101} = (1+2+3+.....+100) + a_1$

$$5100 = \frac{100}{2}(100+1) + a_1 = 5050 + a_1$$

$$\therefore a_1 = 50$$

ข้อ 23 <u>ตอบ</u> 4

จากโจทย์ $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$

$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6} - \frac{(n-1)(n)(n+1)}{6}$$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{6}\left[(n+2)-(n-1)\right] = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{1}{a_n} = \frac{2}{n(n+1)}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{99}\frac{1}{a_n} = \sum_{n=1}^{99}\frac{2}{n(n+1)} = 2\sum_{n=1}^{99}\frac{1}{n(n+1)}$$

$$= 2\left(\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + ... + \frac{1}{99\cdot 100}\right)$$

$$= 2\left[\frac{1}{2-1}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100}\right)\right] = 2\left(\frac{99}{100}\right)$$

$$= \frac{198}{100} = 1.98$$

ข้อ 24 **<u>ตอบ</u>** 84

โจทย์กำหนด a, b, c เป็น G.S สมมุติให้อัตราส่วนร่วมเป็น r

จะได้ว่า $a = \frac{b}{r}$ และ $c = br$

จากโจทย์ $a\ ,\ b+3\ ,\ c+4$ เป็น A.S

จะได้ว่า $a+(c+4) = 2(b+3)$

$$a+c = 2b+2$$

$$14-b = 2b+2\ ,\ \boxed{a+b+c = 14 \rightarrow a+c = 14-b}$$

$$b = 4$$

จาก $a+b+c = 14 \rightarrow \frac{b}{r}+b+br = 14 \rightarrow \frac{4}{r}+4+4r = 14$

$4+4r^2 = 10r \rightarrow 2r^2-5r+2 = 0 \rightarrow (2r-1)(r-2) = 0 \rightarrow r = \frac{1}{2}, 2$

กรณีที่ 1 $r = \frac{1}{2}$ จะได้ a, b, c คือ 8, 4, 2

กรณีที่ 2 $r = 2$ จะได้ a, b, c คือ 2, 4, 8

จากทั้ง 2 กรณี จะได้ว่า $a^2+b^2+c^2 = \begin{cases} 8^2+4^2+2^2 = 84 \\ 2^2+4^2+8^2 = 84 \end{cases}$

ข้อ 25 **<u>ตอบ</u>** 5

จากโจทย์ $A = \{104, 109, 114, \ldots\ldots, 999\}$

พบว่าสมาชิกในเซต A เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต มี $d = 5\ ,\ a_1 = 104\ ,\ a_n = 999$

หาจำนวนสมาชิกทั้งหมดในเซต A จาก $a_n = a_1+(n-1)d \rightarrow 999 = 104+(n-1)(5)$

$n = 180$

ดังนั้น ผลบวกของสมาชิกทุกตัวของ $A = 104+109+114+\underset{180\text{ พจน์}}{\ldots\ldots}+999$

$$= \frac{180}{2}(104+999)$$

$$= 99,270$$

****