

ข้อสอบและแนวข้อสอบ PAT1, คณิตศาสตร์ 1

โรงเรียนนครสวรรค์

เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

ตะลุยโจทย์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง

ข้อ 5 ตอบ ตัวเลือกที่ 2

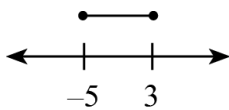
เนื่องจาก $2x^2 + 1 > 0$ เสมอ ดังนั้น $|2x^2 + 1| = 2x^2 + 1$

$$\begin{aligned} \text{และ } |-x^2 + 2x - 1| &= | -(-x^2 + 2x - 1) | \quad \text{จากสมบัติที่ว่า } |\Delta| = |-\Delta| \\ &= |x^2 - 2x + 1| \\ &\quad \text{(x-1)^2 \ge 0 \text{ เสมอ}} \end{aligned}$$

ดังนั้น $|-x^2 + 2x - 1| = x^2 - 2x + 1$

จากอสมการจะได้ $(2x^2 + 1) - (x^2 - 2x + 1) \leq 15$

$$2x^2 + 1 - x^2 + 2x - 1 \leq 15 \rightarrow x^2 + 2x - 15 \leq 0 \rightarrow (x+5)(x-3) \leq 0$$



\therefore ในช่วงดังกล่าวมีคำตอบเป็นจำนวนเต็มทั้งหมด 9 จำนวน

ข้อ 6 **ตอบ** ตัวเลขที่ 3

พิจารณา A $x + \frac{1}{x} \geq 0$

$$\frac{x^2 + 1}{x} \geq 0$$

นำ $x^2 + 1$ ทหาร 2 ข้าง (เนื่องจาก $x^2 + 1 > 0 \therefore$ เครื่องหมายเดิม)

$$\frac{x^2 + 1}{x(x^2 + 1)} \geq \frac{0}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x} \geq 0, x \neq 0$$

นำ x^2 คูณ 2 ข้าง

$$x^2 \cdot \frac{1}{x} \geq x^2 \cdot 0, x \neq 0$$

$$x \geq 0, x \neq 0$$

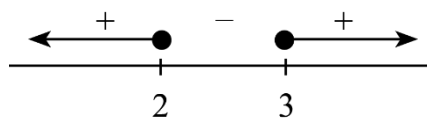
$$\therefore x > 0 \rightarrow A = (0, \infty)$$

พิจารณา B $2x^2 - 3x \geq 7x - 12$

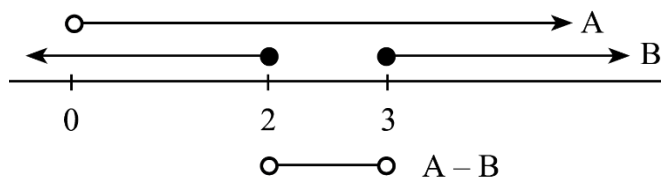
$$2x^2 - 10x + 12 \geq 0$$

$$\div 2, x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$(x - 2)(x - 3) \geq 0$$



$$B = (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$$



จะได้ $A - B = (2, 3)$ ซึ่งเป็นสับเซตของ $(0, 5)$

\therefore ตอบคำตอบที่ 3

ข้อ 7 **ตอบ** ตัวเลือกที่ 4

$$A : x^2 + 2|x - 3| - 9 > 0$$

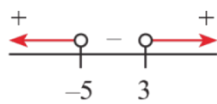
$$2|x - 3| > 9 - x^2$$

$$|2x - 6| > 9 - x^2$$

$$2x - 6 > 9 - x^2 \quad \text{หรือ} \quad 2x - 6 < -(9 - x^2)$$

$$x^2 + 2x - 15 > 0 \quad \cup \quad 2x - 6 < -9 + x^2$$

$$(x + 5)(x - 3) > 0$$

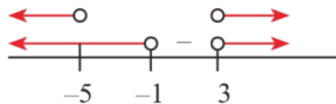
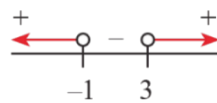


$$-x^2 + 2x + 3 < 0$$

นำ -1 คูณ 2 ข้าง

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

$$(x - 3)(x + 1) > 0$$



$$\therefore A = (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$$

$$B : |x - 3| < 2$$

$$-2 < x - 3 < 2$$

บวก 3

$$1 < x < 5$$

$$B = (1, 5)$$

ดังนั้น $A \cap B = (3, 5)$ ซึ่ง $(3, 5) \subset (3, 6)$ **ตอบ** คำตอบที่ 4

ข้อ 10 ตอบ 12

$$A : \left(\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x+1} \right)^2 = (x+2)^2 \quad \text{เงื่อนไข } x \geq -1$$

$$x^2 - x + 1 + x + 1 + 2\sqrt{(x^2 - x + 1)(x+1)} = x^2 + 4x + 4$$

$$2\sqrt{x^3 + 1} = 4x + 2 \rightarrow \left(\sqrt{x^3 + 1} \right)^2 = (2x + 1)^2$$

$$x^3 + 1 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$x^3 - 4x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(x^2 - 4x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ หรือ } x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{ดังนั้น } A = \{0, 2 + 2\sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2}\}$$

$$B : \frac{(\sqrt{5-x})^3 + (\sqrt{x-3})^3}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}} = 2 \rightarrow \frac{(\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}) \left((\sqrt{5-x})^2 - \sqrt{(5-x)(x-3)} + (\sqrt{x-3})^2 \right)}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}} = 2$$

$$5 - x - \sqrt{(5-x)(x-3)} + x - 3 = 2 \rightarrow -\sqrt{(5-x)(x-3)} = 0$$

$$x = 5 \text{ หรือ } 3 \quad \text{ดังนั้น } B = \{3, 5\}$$

$$\text{จะได้ } A \cup B = \{2 - 2\sqrt{2}, 0, 3, 2 + 2\sqrt{2}, 5\}$$

\therefore ผลบวกสมาชิกภายในเซต $A \cup B = 12$

ตะลุยโจทย์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม

ข้อ 12 **ตอบ** ตัวเลือกที่ 1

$$12(4^x) + 18(9^x) = 35(6^x)$$

$$\div 4^x : 12 + 18\left(\frac{9}{4}\right)^x = 35\left(\frac{6}{4}\right)^x$$

$$12 + 18\left[\left(\frac{3}{2}\right)^x\right]^2 = 35\left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$\text{ให้ } A = \left(\frac{3}{2}\right)^x : 12 + 18A^2 = 35A$$

$$18A^2 - 35A + 12 = 0$$

$$(9A - 4)(2A - 3) = 0$$

$$A = \frac{4}{9} \quad \text{หรือ} \quad \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9} \quad \text{หรือ} \quad \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \quad \text{หรือ} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^1$$

ดังนั้น $x = -2$ หรือ $x = 1$ \therefore ผลบวกคำตอบ = -1

ข้อ 13 **ตอบ** ตัวเลือกที่ 2

$$(2^2)^{|3x-1|} - 16 = 6(2^{|3x-1|}), \text{ ให้ } A = 2^{|3x-1|}$$

$$\text{จะได้ } A^2 - 6A - 16 = 0$$

$$(A - 8)(A + 2) = 0$$

$$A = 8, -2$$

$$2^{|3x-1|} = 8, -2 \quad \text{ใช้ไม่ได้}$$

$$|3x - 1| = 3$$

$$3x - 1 = 3, -3$$

$$3x = 4, -2$$

$$x = \frac{4}{3}, -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{ ผลบวกคำตอบ} = \frac{4}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

ข้อ 16 ตอบ 0.5

$$\text{จาก } (\sqrt{2})^{\log_2 x} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_2 x} = \left(2^{\log_2 x}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

$$\text{จากโจทย์} \quad \log_2 \left[2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - 4^{\log 8} \right] = \sqrt{x}$$

$$2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - (2^2)^{\log 2^3} = 2^{\sqrt{x}}$$

$$(2x)^{\log x} = 2^{6 \log 2}$$

$$\log(2x)^{\log x} = \log 2^{6 \log 2}$$

$$(\log x)(\log(2x)) = 6 \log 2(\log 2)$$

$$(\log x)(\log 2 + \log x) - 6(\log 2)^2 = 0$$

$$(\log x)^2 + (\log 2)(\log x) - 6(\log 2)^2 = 0$$

$$(\log x - 2 \log 2)(\log x + 3 \log 2) = 0$$

$$\log x = 2 \log 2, -3 \log 2$$

$$\log x = \log 2^2, \log 2^{-3}$$

$$\therefore x = 2^2, 2^{-3} = 4, \frac{1}{8}$$

ตรวจคำตอบแล้วใช้ได้ทั้งคู่ ดังนั้น $A = \left\{ 4, \frac{1}{8} \right\}$

\therefore ผลคูณของสมาชิกทั้งหมดใน A คือ $4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

ข้อ 18 ตอบ 5

$$x \log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 \frac{3x}{2} \quad \text{โดย } x, y > 0$$

$$\log_2(y \cdot 3^x) = \log_2\left(2^y \cdot \frac{3x}{2}\right)$$

$$y \cdot 3^x = 2^y \cdot \frac{3x}{2} \quad \text{---(1)}$$

$$x \log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 \frac{2y}{3}$$

$$\log_3(12^x \cdot x) = \log_3\left(3^y \cdot \frac{2y}{3}\right)$$

$$(12^x \cdot x) = 3^y \cdot \frac{2y}{3} \quad \text{---(2)}$$

$$(1) \times (2) : \quad \cancel{y} \cdot 3^x \cdot 12^x \cdot \cancel{x} = 2^y \cdot \frac{\cancel{3} \cancel{x}}{\cancel{2}} \cdot 3^y \cdot \frac{\cancel{2} \cancel{y}}{\cancel{3}}$$

$$36^x = 6^y \rightarrow 6^{2x} = 6^y \quad \text{ดังนั้น } 2x = y$$

$$\text{แทน } y = 2x \text{ ใน (1) : } \cancel{2} \cancel{x} \cdot 3^x = 2^{2x} \cdot \frac{\cancel{3} \cancel{x}}{2}$$

$$\frac{2 \times 2}{3} = \frac{4^x}{3^x} \rightarrow \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

จะได้ $x = 1$ และ $y = 2$

แสดงว่า $A = \{(1, 2)\}$ ดังนั้น $B = \{1^2 + 2^2\} = \{5\}$

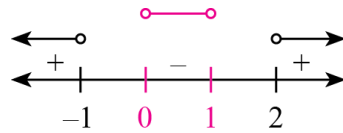
\therefore ผลบวกสมาชิกภายใน $B = 5$

ข้อ 20 **ตอบ** ตัวเลือกที่ 2

$$A : \log_x(x+2) > 2 \text{ โดย } x > 0 \text{ และ } x \neq 1$$

$$\text{พิจารณา } 0 < x < 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 < x^2$$

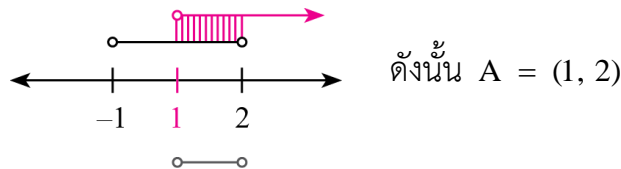
$$x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow (x-2)(x+1) > 0$$



พบว่าไม่มีช่วงซ้ำ ดังนั้น ไม่มี x ในช่วง $(0, 1)$ ที่ทำให้สมการเป็นจริง

$$\text{พิจารณา } x > 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 > x^2$$

$$x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0$$



$$B : \log_2 2^{x-1} + \log_2(2^{x+1} + 1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$\log_2(2^{x-1})(2^{x+1} + 1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$2^{2x} + 2^{x-1} < 7 \cdot 2^x + 12$$

$$\times 2 : 2(2^x)^2 + (2^x) < 14 \cdot (2^x) + 24$$

$$\text{ให้ } m = 2^x$$

$$2m^2 + m < 14m + 24 \rightarrow 2m^2 - 13m - 24 < 0$$

$$(2m+3)(m-8) < 0 \rightarrow (2 \cdot 2^x + 3)(2^x - 8) < 0$$

เนื่องจาก $2^x > 0$ เสมอ ดังนั้น $2 \cdot 2^x + 3 > 0$ เสมอ ตัดได้

$$\text{แสดงว่า } 2^x - 8 < 0 \rightarrow 2^x < 2^3 \rightarrow x < 3 \text{ ดังนั้น } B = (-\infty, 3)$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = (1, 2) \subset (1, 2] \text{ (ตัวเลือกที่ 2)}$$

ตะลุยโจทย์ เรื่อง ลำดับอนุกรม

ข้อ 23 ตอบ 295

จากโจทย์ a_n เป็น A.S. โดย $S_{100} = 24,850$ และ $a_1 = 1$

$$\text{ดังนั้น จาก } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{100} = \frac{100}{2}[2(1) + 99d]$$

$$24,850 = 50[2 + 99d] \text{ จะได้ } d = 5 \text{ ทำให้ } a_{50} = a_1 + 49d = 246$$

$$\frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \frac{1}{a_3 \cdot a_4} + \dots + \frac{1}{a_{49} \cdot a_{50}} = \frac{m}{n} \xrightarrow{\times \frac{d}{d}} \frac{1}{d} \left[\frac{d}{a_1 a_2} + \frac{d}{a_2 a_3} + \frac{d}{a_3 a_4} + \dots + \frac{d}{a_{49} a_{50}} \right] = \frac{m}{n}$$

$$\frac{1}{d} \left[\frac{a_2 - a_1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{a_3 - a_2}{a_2 \cdot a_3} + \frac{a_4 - a_3}{a_3 \cdot a_4} + \dots + \frac{a_{50} - a_{49}}{a_{49} \cdot a_{50}} \right] = \frac{m}{n}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{5} \left[\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{49}} - \frac{1}{a_{50}} \right]$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{5} \left[1 - \frac{1}{246} \right] \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{5} \left[\frac{245}{246} \right] \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{49}{246}$$

$$\therefore m+n = 49+246 = 295$$

ข้อ 24 ตอบ 52

$$a_8 - a_1 = 7d \rightarrow 35 = 7d \rightarrow d = 5 \rightarrow a_n = 5n - 4$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_4} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n-1}}} = 3$$

นำคอนจูเกตคูณทั้งเศษและส่วนจะได้

$$\frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}}{a_2 - a_1} + \frac{\sqrt{a_3} - \sqrt{a_2}}{a_3 - a_2} + \frac{\sqrt{a_4} - \sqrt{a_3}}{a_4 - a_3} + \dots + \frac{\sqrt{a_n} - \sqrt{a_{n-1}}}{a_n - a_{n-1}} = 3$$

$$\frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}}{d} + \frac{\sqrt{a_3} - \sqrt{a_2}}{d} + \frac{\sqrt{a_4} - \sqrt{a_3}}{d} + \dots + \frac{\sqrt{a_n} - \sqrt{a_{n-1}}}{d} = 3$$

$$\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1} + \sqrt{a_3} - \sqrt{a_2} + \sqrt{a_4} - \sqrt{a_3} + \dots + \sqrt{a_n} - \sqrt{a_{n-1}} = 3d$$

$$\sqrt{a_n} - \sqrt{a_1} = 15 \rightarrow \sqrt{5n - 4} = 15 + 1 \rightarrow 5n - 4 = 256$$

$$\therefore n = 52$$

ข้อ 26 ตอบ ตัวเลือกที่ 1

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4 \rightarrow \frac{a_1(1-r^5)}{1-r} = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_{15} = 3 \rightarrow \frac{a_6(1-r^{10})}{1-r} = 3 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)}, \quad \frac{a_6(1-r^{10})}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a_1 r^5 (1-r^5)(1+r^5)}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4}$$

$$4r^5(1+r^5) = 3 \rightarrow 4r^{10} + 4r^5 - 3 = 0$$

$$(2r^5 - 1)(2r^5 + 3) = 0 \rightarrow r^5 = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \rightarrow |r^5| = |r|^5 = \frac{1}{2}, \quad \boxed{\frac{3}{2}} \text{ ใช้ไม่ได้} \quad \because |r| < 1$$

$$|r|^5 < 1$$

นำ $r^5 = \frac{1}{2}$ แทนลงใน (1) จะได้ $\frac{a_1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{1-r} = 4$

$$\frac{a_1}{1-r} = 8 \rightarrow S_\infty = 8 \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 8$$

ข้อ 27 ตอบ 2

$$\{a_n\} : S_n = 2a_n - 1 \quad \text{---(1)}$$

แทน n ด้วย n+1 : $S_{n+1} = 2a_{n+1} - 1 \quad \text{---(2)}$

$$(2)-(1) : S_{n+1} - S_n = (2a_{n+1} - 1) - (2a_n - 1)$$

$$a_{n+1} = 2a_{n+1} - 2a_n$$

$$a_{n+1} = 2a_n \rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$$

แสดงว่า $\{a_n\}$ G.S. มี $r = 2$

จาก $S_1 = 2a_1 - 1 \rightarrow a_1 = 1$

ดังนั้น $a_n = 2^{n-1}$

$$\{b_n\} : b_{n+1} = 4b_n - 3n + 1$$

$$b_{n+1} - (n+1) = 4b_n - 3n + 1 - (n+1)$$

$$= 4b_n - 4n$$

$$b_{n+1} - (n+1) = 4(b_n - n)$$

$$\frac{b_{n+1} - (n+1)}{b_n - n} = 4 \quad \text{แสดงว่า } \{b_n - n\} \text{ เป็น G.S. มี } r = 4$$

และจากโจทย์ $b_1 = 2$ จะได้ $b_1 - 1 = 1$ ดังนั้น $b_n - n = 4^{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{แสดงว่า } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{b_n - n} \right) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{4^{n-1}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \\ &= 1 + \left(\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^3 + \dots \quad r = \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{b_n - n} \right) = 2$$

ข้อ 28 ตอบ ตัวเลือกที่ 5

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{2} \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{a_1}{1-r} = \frac{3}{2} \rightarrow (1)(2) = 3-3r$$

$$r = \frac{1}{3} \text{ จะได้ } a_n = a_1 r^{n-1} = (1) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 5 \rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \dots = 5 \rightarrow \frac{b_1}{1-r} = 5 \rightarrow 7 = 5-5r$$

$$r = -\frac{2}{5} \text{ จะได้ } b_n = b_1 r^{n-1} = (7) \left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}$$

$$\frac{a_n}{b_n} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{7 \left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}} = \frac{1}{7} \left(-\frac{5}{6}\right)^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) &= \frac{1}{7} \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{5}{6}\right)^{n-1} = \frac{1}{7} \left[1 - \frac{5}{6} + \frac{25}{36} - \dots\right] \\ &= \frac{1}{7} \left(\frac{1}{1 - \left(-\frac{5}{6}\right)}\right) = \frac{6}{77} \end{aligned}$$

ข้อ 29 ตอบ 1

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{3n^2 + 3n + 1}{(n^2 + n)^3} = \frac{n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3}{[n(n+1)]^3} \\ &= \frac{(n+1)^3 - n^3}{n^3(n+1)^3} = \frac{1}{n^3} - \frac{1}{(n+1)^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^3} - \frac{1}{(n+1)^3} \right] \\ &= \left(\frac{1}{1^3} - \frac{1}{2^3} \right) + \left(\frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3} \right) + \dots \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = 1$$

ข้อ 30 ตอบ 1

จาก $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$ โดย $a_1 = 1$

$$a_2 = \frac{a_1}{2a_1 + 1} = \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{a_2}{2a_2 + 1} = \frac{1}{5}$$

$$a_4 = \frac{a_3}{2a_3 + 1} = \frac{1}{7}$$

⋮

$$a_n = \frac{1}{2n-1} \text{ แน่ๆ จะได้ } \frac{1}{a_n} = 2n-1$$

และ $b_n = \frac{1}{3^n}$ ดังนั้น $\frac{b_n}{a_n} = \frac{2n-1}{3^n}$

ให้ $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots = S$ จะได้ว่า

$$S = \frac{1}{3} + \frac{3}{3^2} + \frac{5}{3^3} + \frac{7}{3^4} + \dots \text{ --- (1)}$$

$$\frac{1}{3}S = \frac{1}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{5}{3^4} + \dots \text{ --- (2)}$$

$$(1)-(2) : \frac{2}{3}S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \dots$$

$$\frac{2}{3}S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots \right]$$

$$\frac{2}{3}S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left[\frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} \right] \rightarrow S = 1$$

$$\therefore \frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots = 1$$
