เฉลย คณิตศาสตร์ O-NET ม.3
โรงเรียนนครสวรรค์

ข้อ 6 ตอบ 198

จากโจทย์ $xyz = 1$ ——(1)

$$x + \frac{1}{z} = 10 \quad \text{——(2)}$$

$$y + \frac{1}{x} = 17 \quad \text{——(3)}$$

$$z + \frac{1}{y} = \frac{m}{n} \quad \text{——(4)}$$

$(2)\times(3)\times(4)$:

$$\left(x + \frac{1}{z}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right)\left(z + \frac{1}{y}\right) = 10\times17\times\frac{m}{n}$$

$$\left(xy + 1 + \frac{y}{z} + \frac{1}{xz}\right)\left(z + \frac{1}{y}\right) = 170\frac{m}{n}$$

$$xyz + z + y + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{xyz} = 170\frac{m}{n}$$

$$\cancel{xyz}^{1} + \frac{1}{\cancel{xyz}_{1}} + \left(x + \frac{1}{z}\right)^{10} + \left(y + \frac{1}{x}\right)^{17} + \left(z + \frac{1}{y}\right)^{\frac{m}{n}} = 170\frac{m}{n}$$

$$29 + \frac{m}{n} = 170\frac{m}{n} \rightarrow 169\frac{m}{n} = 29$$

$$\frac{m}{n} = \frac{29}{169} \quad \therefore \quad m + n = 29 + 169 = 198$$

ข้อ 8 **ตอบ** 119

$$(a+b+c)+(b+c+d)+(c+d+a)+(d+a+b) = 2009$$

$$3a+3b+3c+3d = 2009$$

$$3(a+b+c+d) = 2009$$

$$a+b+c+d = \frac{2009}{3} \quad \text{——(1)}$$

$$\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{b+c+d}+\frac{1}{c+d+a}+\frac{1}{d+a+b} = \frac{9}{49} \quad \text{——(2)}$$

$(1)\times(2)$:

$$(a+b+c+d)\left(\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{b+c+d}+\frac{1}{c+d+a}+\frac{1}{d+a+b}\right) = \frac{2009}{3}\times\frac{9}{49}$$

$$\frac{a+b+c+d}{a+b+c}+\frac{a+b+c+d}{b+c+d}+\frac{a+b+c+d}{c+d+a}+\frac{a+b+c+d}{d+a+b} = 123$$

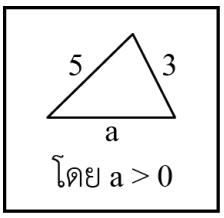
$$\left(\frac{a+b+c}{a+b+c}+\frac{d}{a+b+c}\right)+\left(\frac{b+c+d}{b+c+d}+\frac{a}{b+c+d}\right)+\left(\frac{c+d+a}{c+d+a}+\frac{b}{c+d+a}\right)+\left(\frac{d+a+b}{d+a+b}+\frac{c}{d+a+b}\right) = 123$$

$$1+\frac{d}{a+b+c}+1+\frac{a}{b+c+d}+1+\frac{b}{c+d+a}+1+\frac{c}{d+a+b} = 123$$

$$\therefore \quad \frac{a}{b+c+d}+\frac{b}{c+d+a}+\frac{c}{d+a+b}+\frac{d}{a+b+c} = 119$$

ข้อ 22 **ตอบ** 5

จากผลบวก 2 ด้านใดๆ ในสามเหลี่ยมจะยากกว่าด้านที่ 3 เสมอ จะได้ว่า



โดย $a>0$

กรณี 1 $5+a > 3$ จริงเสมอ

กรณี 2 $3+a > 5$

$$\therefore \quad a > 2 \quad \text{——(1)}$$

กรณี 3 $3+5 > a$

$$\therefore \quad a < 8 \quad \text{——(2)}$$

จาก (1) และ (2) $2 < a < 8$

$\therefore$ $a = 3, 4, 5, 6, 7$

จึงเกิดได้ 5 รูป

ข้อ 23 **<u>ตอบ</u>** 9

$\Delta ABC \sim \Delta CDE$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{10}{24-x}$$

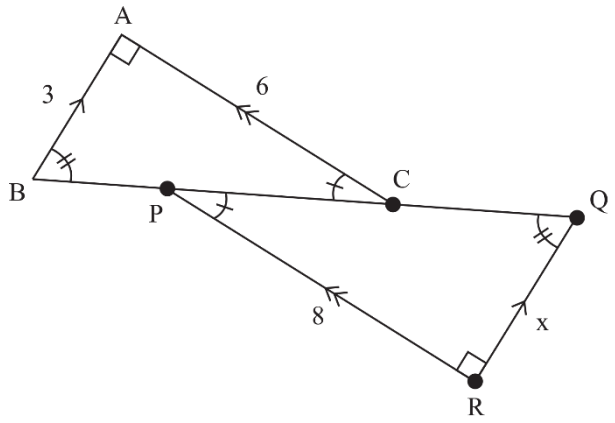
$$\frac{3}{x} = \frac{5}{24-x}$$

$$3(24-x) = 5x$$

$$72-3x = 5x$$

$$72 = 8x \qquad \therefore \ x = 9$$

ข้อ 24 **<u>ตอบ</u>** 16



$\overrightarrow{CA} \,//\, \overrightarrow{RP}$

ดังนั้น $\hat{C} = \hat{P}$

$\overrightarrow{BA} \,//\, \overrightarrow{RQ}$

ดังนั้น $\hat{B} = \hat{Q}$

แสดงว่า $\hat{R} = 90^\circ$

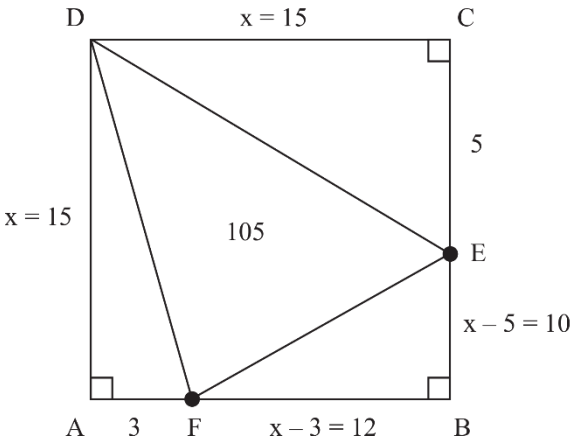
ให้ $QR = x$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{QR}{RP} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 4$$

$$\therefore \ [\Delta PQR] = \frac{1}{2}(4)(8) = 16$$

ข้อ 25 **ตอบ** 60



ให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละด้านยาว x หน่วย

$[\square ABCD] = [\Delta ADF]+[\Delta BEF]+[\Delta CDE]+[\Delta DEF]$

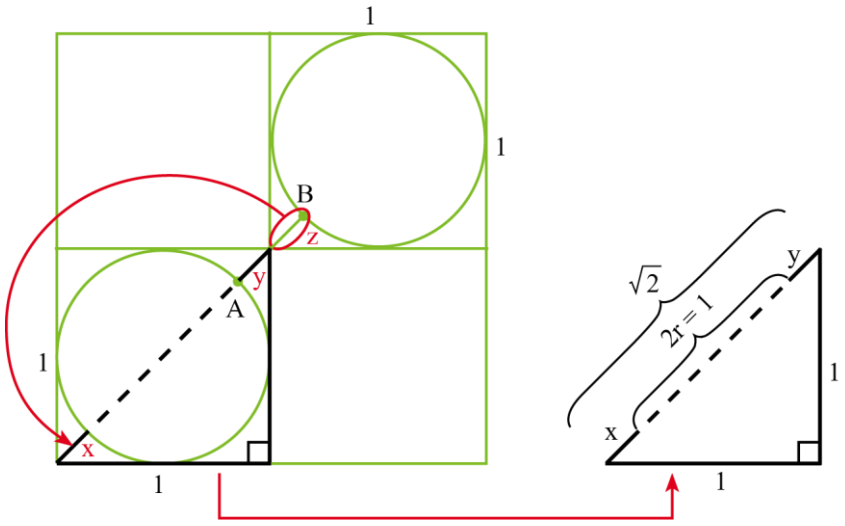
$$x^2 = \frac{1}{2}(3)(x) + \frac{1}{2}(x-3)(x-5) + \frac{1}{2}(5)(x) + 105$$

$$2x^2 = 3x + x^2 - 8x + 15 + 5x + 210$$

$$x^2 = 225 \quad \therefore \quad x = 15$$

$$\therefore \quad [\Delta ADF]+[\Delta DEC] = \frac{1}{2}(15)(3) + \frac{1}{2}(5)(15) = 60 \text{ ตารางหน่วย}$$

ข้อ 27 **ตอบ** 1



จากรูป $AB = y+z = y+x$ (เพราะ $z = x$)

จาก $x+y = \sqrt{2}-1$ $\quad \therefore \quad AB = \sqrt{2}-1$

ข้อ 28 **ตอบ** 3

ให้วงกลมมีรัศมี r หน่วย และสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาว x หน่วย

โดยจะได้ $a = \pi r^2$ และ $b = x^2$

$$2\pi r = 4x$$

$$(2\pi r)^2 = (4x)^2$$

$$4\pi^2 r^2 = 16 \cdot x^2$$

$$4\pi(\pi r^2) = 16x^2$$

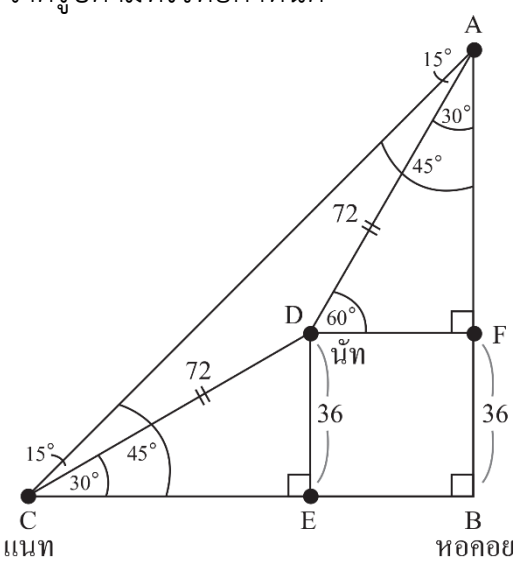
$$4\pi a = 16b$$

$$a = \frac{16b}{4\pi}$$

$$\therefore \quad a = \frac{4b}{\pi}$$

ข้อ 30 **ตอบ** ตัวเลือก 4

วาดรูปตามที่โจทย์กำหนด



จะได้ว่า ΔADC เป็น Δ หน้าจั่ว มี $AD = CD$

$$\Delta CDE : \frac{CD}{DE} = \operatorname{cosec} 30^\circ \rightarrow \frac{CD}{36} = \frac{2}{1}$$

$$CD = 72$$

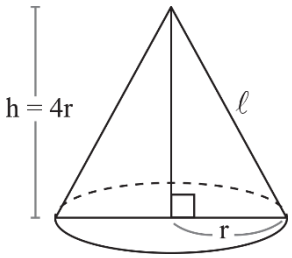
ทำให้ ΔADF มี $AD = 72$

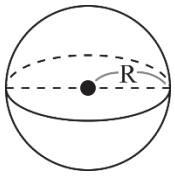
$$\frac{AF}{AD} = \sin 60^\circ \rightarrow \frac{AF}{72} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AF = 36\sqrt{3}$$

$\therefore$ ยอดหอคอยอยู่สูงจากนัท $36\sqrt{3}$ เมตร

ข้อ 31 **ตอบ** ตัวเลือก 3





ปริมาตรกรวยกลม = ปริมาตรทรงกลมตัน

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$r^2(4r) = 4R^3$$

$$4r^3 = 4R^3 \quad \therefore \ r = R$$

พื้นที่ผิวทรงกลมตัน – พื้นที่ปากกรวย = 12

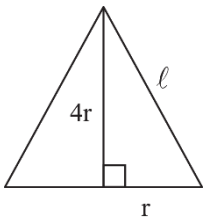
$$4\pi R^2 - \pi r^2 = 12$$

$$\because \ R = r : 4\pi r^2 - \pi r^2 = 12$$

$$3\pi r^2 = 12$$

$$\therefore \ \pi r^2 = 4 \quad \text{——(1)}$$

พิจารณากรวยกลม



$$\ell^2 = (4r)^2 + r^2 \rightarrow \ell^2 = 17r^2$$

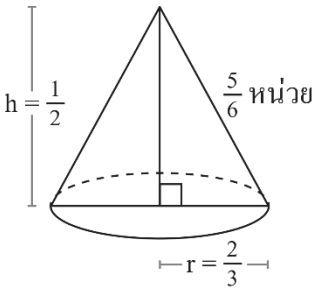
ดังนั้น $\ell = \sqrt{17}\, r$

พื้นที่ผิวข้างกรวย $= \pi r\ell = \pi r(\sqrt{17}\, r)$

$$= \sqrt{17}(\pi r^2)^4$$

$\therefore$ พื้นที่ผิวข้างกรวย $= 4\sqrt{17}$

ข้อ 32 **ตอบ** ตัวเลือก 2



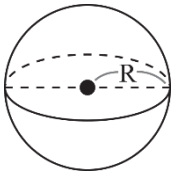
พื้นที่ผิวทั้งหมด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง

$$\pi = \pi r^2 + \pi r\left(\frac{5}{6}\right)$$

$$\div \pi : 1 = r^2 + \frac{5}{6}r$$

$$6r^2 + 5r - 6 = 0$$

$$(3r-2)(2r+3) = 0 \quad \therefore \ r = \frac{2}{3}$$



ความสูงของกรวย $(h) = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{2}$

กรวยกลม หลอมกลายเป็นทรงกลม 12 ลูก

ดังนั้น ปริมาตรกรวยกลม = ปริมาตรทรงกลม 12 ลูก

$$\frac{1}{3}\pi r^2(h) = 12\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right) = 12(4)(R^3)$$

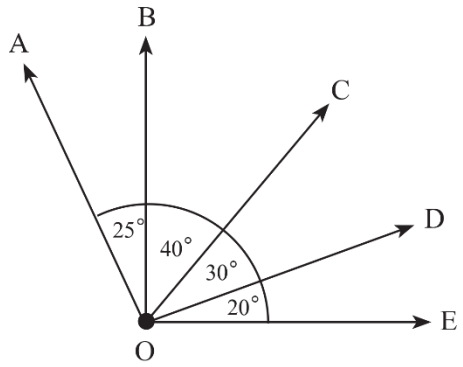
$$R^3 = \frac{1}{216} \quad \therefore \ R = \frac{1}{6}$$

$\therefore$ พื้นที่ผิวลูกเหล็กทั้ง 12 ลูกรวมกัน $= 12(4\pi R^2)$

$$= 12(4)(\pi)\left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$= \frac{4}{3}\pi$$

ข้อ 33 **ตอบ** 0.7



สุ่มเลือกรังสี 2 เส้น เพื่อประกอบเป็นมุม

จะได้ $A\hat{O}B = 25^\circ$ ✓, $A\hat{O}C = 65^\circ$ ✓

$A\hat{O}D = 95^\circ$, $A\hat{O}E = 115^\circ$

$B\hat{O}C = 40^\circ$ ✓, $B\hat{O}D = 70^\circ$ ✓

$B\hat{O}E = 90^\circ$, $C\hat{O}D = 30^\circ$

$C\hat{O}E = 50^\circ$ ✓, $D\hat{O}E = 20^\circ$ ✓

จะเกิดมุมได้ทั้งหมด 10 รูปแบบ เป็นมุมแหลม 7 แบบ

$\therefore$ ความน่าจะเป็นที่จะได้มุมแหลม $P(E) = \frac{n(\text{ได้มุมแหลม})}{n(\text{เหตุการณ์ทั้งหมด})}$

$= \frac{7}{10} = 0.7$

ข้อ 34 **ตอบ** 3

ลองไล่ดูจะมีเส้น 8 เส้นทางที่แตกต่างกัน

ข้อ 35 **ตอบ** 3

จะมีสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แตกต่างกันทั้งหมด 7 รูปที่มี * อยู่ภายในโดย

1×1 มี 1 รูป

2×2 มี 4 รูป

3×3 มี 2 รูป

****