

เฉลยข้ออื่น

22. **ตอบ 3**

วิธีทำ

พิจารณา A $x + \frac{1}{x} \geq 0$

$$\frac{x^2 + 1}{x} \geq 0$$

นำ $x^2 + 1$ หาร 2 ข้าง (เนื่องจาก $x^2 + 1 > 0$ $\therefore$ เครื่องหมายเดิม)

$$\frac{x^2 + 1}{x(x^2 + 1)} \geq \frac{0}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x} \geq 0, x \neq 0$$

นำ x^2 คูณ 2 ข้าง

$$x^2 \cdot \frac{1}{x} \geq x^2 \cdot 0, x \neq 0$$

$$x \geq 0, x \neq 0$$

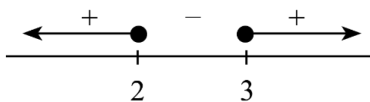
$$\therefore x > 0 \rightarrow A = (0, \infty)$$

พิจารณา B $2x^2 - 3x \geq 7x - 12$

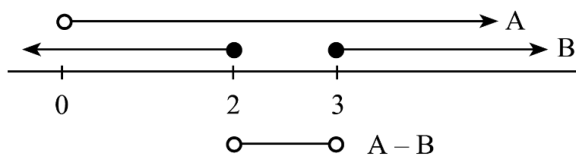
$$2x^2 - 10x + 12 \geq 0$$

$$\div 2, x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$(x-2)(x-3) \geq 0$$



$$B = (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$$



จะได้ $A - B = (2, 3)$ ซึ่งเป็นสับเซตของ $(0, 5)$

$\therefore$ ตอบคำตอบที่ 3

23. **ตอบ 5**

วิธีทำ

จากโจทย์ $|x^2 - 2x| - x \leq 4$

$$|x^2 - 2x| \leq x + 4$$

$$-(x + 4) \leq x^2 - 2x \leq x + 4$$

$$-x - 4 \leq x^2 - 2x$$

$$0 \leq x^2 - x + 4$$

$$x^2 - x + 4 \geq 0$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

ดังนั้นเซตคำตอบของสมการนี้คือ $= [-1, 4]$

และ $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

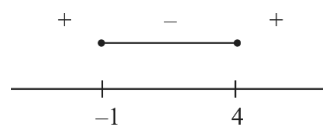
$n(A) = 6$ จึงได้ว่า จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซต $A = 2^{n(A)} = 2^6 = 64$

และ
↓
∩

$$x^2 - 2x \leq x + 4$$

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

$$(x - 4)(x + 1) \leq 0$$



24. ตอบ 34

วิธีทำ

$$\text{ให้ } y = \sqrt{\frac{2x+3}{x-2}} \text{ จะได้ } \frac{1}{y} = \sqrt{\frac{x-2}{2x+3}}$$

$$\text{ดังนั้น } y+3 \cdot \frac{1}{y} = 4$$

คูณ y ตลอด

$$y^2 + 3 = 4y$$

$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$(y-1)(y-3) = 0$$

$$\therefore y = 1, 3$$

$$\sqrt{\frac{2x+3}{x-2}} = 1$$

$$\frac{2x+3}{x-2} = 1$$

$$2x+3 = x-2$$

$$x = -5$$

ตรวจคำตอบแล้วพบว่า $x = -5$ ใช้ได้

$$\text{ดังนั้น } A = \{-5, 3\}$$

$$a = -5 \text{ และ } b = 3$$

$$a^2 + b^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\sqrt{\frac{2x+3}{x-2}} = 3$$

$$\frac{2x+3}{x-2} = 9$$

$$2x+3 = 9x-18$$

$$21 = 7x$$

$$x = 3$$

ตรวจคำตอบแล้วพบว่า $x = 3$ ใช้ได้

25. ตอบ 1

วิธีทำ

จาก $a, b \in I^+$

$$(a, b) \times [a, b] = a \cdot b$$

$$(a, b) \times [a, b] = 3 \times 2^7 \quad \text{---(1)}$$

$$\text{และจากโจทย์ } [a, b] - (a, b) = 5 \times 2^3 \quad \text{---(2)}$$

ให้ $A = (a, b)$ และ $B = [a, b]$

$$\text{จาก (2) , } B - A = 40 \quad \text{---(3)}$$

$$\text{จาก (1) , } A \cdot B = 3 \times 2^7 \quad \text{---(4)}$$

พิจารณา (3) , (4) โดยหาจำนวน 2 จำนวนที่คูณกันได้ 3×2^7

และลบกันได้ 40 , $A \cdot B = 3 \times 2^7$

$$\begin{array}{cc} & \swarrow \quad \searrow \\ A = 2^3 = 8 & B = 3 \times 2^4 = 48 \end{array}$$

$$\therefore [a, b] = B = 48$$

26. ตอบ 3

วิธีทำ

ให้ ลูกอมรสนม มี x เม็ด เม็ดละ 5 บาท คิดเป็นเงิน $5x$ บาท

และ ลูกอมรสน้ำผึ้ง มี y เม็ด เม็ดละ 7 บาท คิดเป็นเงิน $7y$ บาท

รวมคิดเป็นเงิน $5x + 7y$

จากโจทย์เป็นเงินทั้งสิ้น 287 บาท

$$\therefore 5x + 7y = 287 \text{ โดย } x, y \in \mathbb{I}^+$$

เราพบว่า เมื่อ $y = 1 \rightarrow 5x + 7(1) = 287$

$$5x = 280 \rightarrow x = 56$$

แสดงว่า $x = 56, y = 1$ ทำให้ $5x + 7y = 287$

และยังมีคำตอบชุดอื่นๆ อีก ที่ทำให้ $5x + 7y = 287$

คือ $5x + 7y = 287$

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{cc} 56 & 1 \\ -7 \left(\begin{array}{c} 49 \\ -7 \left(\begin{array}{c} 42 \\ -7 \left(\begin{array}{c} \vdots \end{array} \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \end{array} & \begin{array}{c} \left. \begin{array}{c} 1 \\ 6 \\ 11 \\ \vdots \end{array} \right\} +5 \\ \vdots \end{array} & \begin{array}{l} \rightarrow \text{รวม } x+y = \textcircled{57} \text{ MAX} \\ \rightarrow \text{รวม } x+y = 55 \\ \rightarrow \text{รวม } x+y = 53 \\ \vdots \\ \rightarrow \text{รวม } x+y = \textcircled{43} \text{ MIN} \end{array} \end{array}$$

โดยจะมีทั้งหมด 8 ชุด (พิจารณาจาก) $56, 49, 42, \dots, 7$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $7 \cdot 8 \quad 7 \cdot 7 \quad 7 \cdot 6 \quad 7 \cdot 1$

ดังนั้น (ก) ผิด

และมีจำนวนลูกอมทั้งสองรสอย่างน้อย 43 เม็ด (ข) ถูก

และมีจำนวนลูกอมทั้งสองรส มีจำนวนมากที่สุด 57 เม็ด (ค) ถูก

27. ตอบ 5

วิธีทำ

การหาเศษที่เหลือจากการหารด้วย 5 พิจารณาเฉพาะหลักหน่วยก็พอ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 หาร 1397 ด้วย 5

จะมีเศษเท่ากับหาร 7 ด้วย 5 ซึ่งตอบ 2

ตัวอย่างที่ 2 หาร $(13 + 24 + 35)^2$ ด้วย 5 จะมีเศษ

เท่ากับ หาร $(3 + 4 + 5)^2$ ด้วย 5 ซึ่งก็คือ

หาร 144 ด้วย 5 ซึ่งตอบ 4

$$\begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^{10} k! \right)^2 &= (1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + \dots + 10!)^2 * \\ &= (\underline{1} + \underline{2} + \underline{6} + \underline{24} + \underline{120} + \dots \underline{0} + \dots + \dots \underline{0})^2 \\ &= (1 + 2 + 6 + 4 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0)^2 \\ &= 13^2 \\ &= 169 \end{aligned}$$

∴ เศษจากการหาร $\left(\sum_{k=1}^{10} k! \right)^2$ ด้วย 5 จะเท่ากับเศษจากการหาร 9 ด้วย 5 ซึ่งจะเท่ากับ 4

* $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$

$1! = 1 \xrightarrow{\times 2}$

$2! = 2 \times 1 = 2 \xrightarrow{\times 3}$

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6 \xrightarrow{\times 4}$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \xrightarrow{\times 5}$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \xrightarrow{\times 6}$

$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \dots \underline{0}$

$7! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 7}$

$8! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 8}$

$9! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 9}$

$10! = \dots \underline{0} \xrightarrow{\times 10}$

$10! = \dots \underline{0}$

28. ตอบ 3

วิธีทำ

$$\begin{array}{ccc} \text{จาก} & 2^9 < 5^4 \\ & \downarrow & \downarrow \\ & 512 & 625 \end{array}$$

ยกกำลัง 7 2 ข้าง

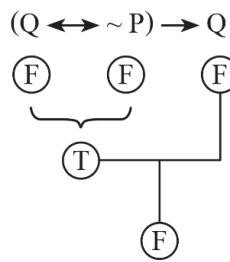
$$\begin{array}{ccc} (2^9)^7 & < & (5^4)^7 \\ 2^{63} & < & 5^{28} \\ 2^{63} \cdot 2^4 & < & 5^{28} \cdot 2^4 \\ 2^{67} & < & 5^{28} \cdot 2^4 < 5^{28} \cdot 5^2 \\ & \downarrow & \downarrow \\ & 16 & 25 \end{array}$$

$$\therefore 2^{67} < 5^{30} \text{ --- (1) จะได้ว่า } P \equiv T$$

จาก (1) จะได้

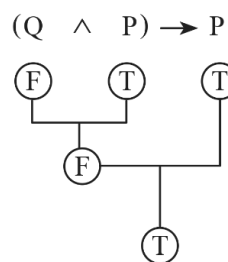
$$\begin{array}{ccc} 2^{67} \cdot 2^2 & < & 5^{30} \cdot 2^2 \\ 2^{69} & < & 5^{30} \cdot 2^2 < 5^{30} \cdot 5^1 \\ & \downarrow & \downarrow \\ & 4 & 5 \\ \therefore 2^{69} & < & 5^{31} \quad \text{จะได้ว่า } Q \equiv F \end{array}$$

จากโจทย์

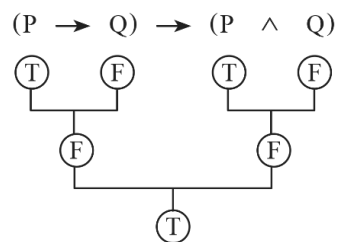


พิจารณาได้ว่า

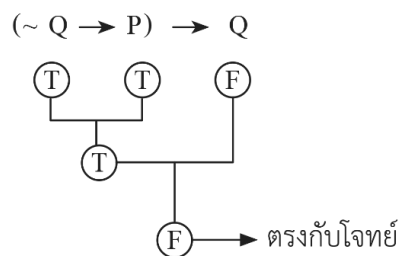
คำตอบที่ 1



คำตอบที่ 2



คำตอบที่ 3



คำตอบที่ 4, 5 → ทำเองข้างนี้

29. ตอบ 1

วิธีทำ

จากโจทย์ $4^x + 2^x = 72$

$$(2^2)^x + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x)^2 + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x + 9)(2^x - 8) = 0$$

$$\therefore 2^x = \cancel{>9}, 8$$

$$2^x = 8 \rightarrow x = 3$$

$$\exists x[4^x + 2^x = 72] \equiv \exists x[x = 3]$$

ดังนั้น Q ที่จะทำให้ $\exists x[x = 3]$ เป็นจริงต้องมี 3 เป็นสมาชิก เราจะใช้วิธีแทน $x = 3$

ลงในแต่ละคำตอบ คำตอบใดแทน $x = 3$ แล้วสอดคล้องกับเงื่อนไข (จริง) แสดงว่า

มี 3 เป็นสมาชิกและเป็นคำตอบ ซึ่งเมื่อเราแทน $x = 3$ ลงใน 5 คำตอบ พบว่า

มีเพียงคำตอบที่ 1 เท่านั้นที่สอดคล้อง ($|2 \cdot 3 - 3| \leq 7$ จริง)

30. **ตอบ 8**

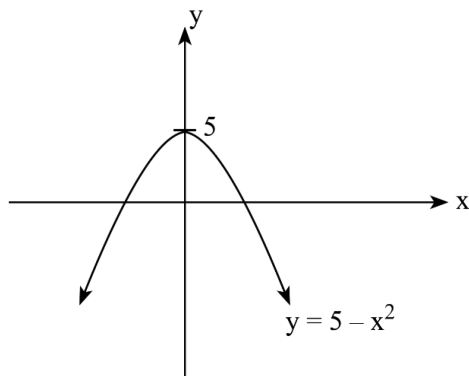
วิธีทำ

จากโจทย์ $f(x) = 5 - x^2$, $R_f = (-\infty, 5]$ *

$$\text{และ } g(x) = \begin{cases} f(x+1) = 5 - (x+1)^2, & x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (f \circ g)(6) - (g \circ f)(3) &= f(g(6)) - g(f(3)) \quad ** \\ &= f(1) - g(-4) \quad *** \\ &= 4 - (-4) \\ &= 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

* หา R_f



จากกราฟ $R_f = (-\infty, 5]$

$$** \quad g(6) = 1 \text{ และ } f(3) = 5 - (3)^2 = 5 - 9 = -4$$

$$*** \quad f(1) = 5 - 1^2 = 4 \text{ และ } g(-4) = 5 - (-4+1)^2 = -4$$

31. ตอบ 4.5

วิธีทำ

$$\text{จาก } f \circ g^{-1}(x) = 2$$

$$f(g^{-1}(x)) = 2$$

$$g^{-1}(x) = f^{-1}(2)$$

$$x = g(f^{-1}(2)) \text{ --- (1)}$$

หา $f^{-1}(2)$

Trick $2 = \begin{cases} x-2, & x \leq 4 \\ 3x-10, & x > 4 \end{cases}$
 เพราะเมื่อ $x > 4$
 $3x-10 > 2$ แน่

$$2 = x-2$$

$$x = 4 \text{ โดยสอดคล้องกับ } x \leq 4$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 4$$

$$\text{จาก (1) } \therefore x = g(4) = \frac{1}{2}(4+5) = 4.5$$

32. ตอบ 4

วิธีทำ

$$\text{จากโจทย์ พิจารณา } f \rightarrow y+x = |x|$$

$$y = |x| - x$$

$$f(x) = |x| - x$$

$$f(x) = \begin{cases} x-x = 0, & x \geq 0 \\ -x-x = -2x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{พิจารณา } g \rightarrow y-x = |x|$$

$$y = |x| + x$$

$$g(x) = |x| + x$$

$$g(x) = \begin{cases} x+x = 2x, & x \geq 0 \\ -x+x = 0, & x < 0 \end{cases}$$

พิจารณา (ก)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \begin{cases} f(2x) = 0, & x \geq 0 \\ 2x \geq 0 \\ f(0) = 0, & x < 0 \end{cases}$$

$$\therefore (f \circ g)(x) = 0$$

$$(g \circ (f \circ g))(x) = g((f \circ g)(x)) = g(0) = 2(0) = 0$$

$$((f \circ g) \circ g)(x) = (f \circ g)(g(x)) = 0$$

$$\therefore g \circ (f \circ g) = (f \circ g) \circ g \rightarrow (\text{ก}) \text{ ถูก }$$

พิจารณา (ข)

$$\begin{aligned} ((g \circ f) - f)(x) &= (g \circ f)(x) - f(x) \\ &= g(f(x)) - f(x) \\ &= \begin{cases} g(0) - 0 = 2(0) - 0, & x \geq 0 \\ g(-2x) - (-2x) = 2(-2x) + 2x, & x < 0 \\ -2x > 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ((f \circ g) + f)(x) &= (f \circ g)(x) + f(x) \\ &= \begin{cases} 0 + 0, & x \geq 0 \\ 0 + (-2x), & x < 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\therefore (g \circ f) - f = (f \circ g) + f \rightarrow (\text{ข}) \text{ ถูก }$$

พิจารณา (ค)

$$\begin{aligned} f \circ (f \circ g)(x) &= f((f \circ g)(x)) \\ &= f(0) = 0 \\ (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= \begin{cases} 0 \cdot 2x = 0, & x \geq 0 \\ -2x \cdot 0 = 0, & x < 0 \end{cases} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore f \circ (f \circ g) = f \cdot g \rightarrow (\text{ค}) \text{ ถูก }$$

33. **ตอบ** 2498

วิธีทำ

จาก $g(x) = x + 4$

Inv $x = y + 4$

$y = x - 4$

$\therefore g^{-1}(x) = x - 4$

จะได้ $h(x) = \begin{cases} 5x+3, & x \in A \\ x-4, & x \notin A \end{cases}, A = \{1, 4, 7, 10, \dots\}$

สังเกตได้ว่าสมาชิกของ A คือ จำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 3 แล้วเหลือเศษ 1

$h(100) = 5(100) + 3 = 503$

↘ 100 หารด้วย 3 เหลือเศษ 1 $\therefore 100 \in A$

$h(h(100)) = h(503) = 503 - 4 = 499$

↘ 503 หารด้วย 3 เหลือเศษ 2 $\therefore 503 \notin A$

$h(h(h(100))) = h(499) = 5(499) + 3 = 2498$

↘ 499 หารด้วย 3 เหลือเศษ 1 $\therefore 499 \in A$

34. **ตอบ 4**

วิธีทำ

อ่านโจทย์ต้องเข้าใจก่อนว่า แยกได้ 3 กรณี

1) $f(1, m) = 1$ เช่น $f(1,1) = f(1,2) = f(1,3) = \dots = 1$

2) $f(n, m) = 0$ เมื่อ $n > m$

เช่น $f(2,1) = 0$, $f(3,2) = 0$, $f(3,1) = 0$

3) $f(n, m+1) = f(n-1, m) + f(n, m) + f(n+1, m)$

เมื่อ $n, m \in \mathbb{N}$ และ $n \geq 2$

เช่น $f(3,4) = f(2,3) + f(3,3) + f(4,3)$
($n = 3, m = 3$)

สังเกตได้ว่า

1) ใช้หา $f(x, y)$ เมื่อ $x = 1$

2) ใช้หา $f(x, y)$ เมื่อ $x > y$

3) ใช้หา $f(x, y)$ เมื่อไม่เข้าเงื่อนไข 1), 2)

ซึ่งก็คือ $x \neq 1$ และ $y \geq x$

$f(2,4) = f(1,3) + f(2,3) + f(3,3)$ **
 $= 1 + 2 + 1 = 4$

** $f(2,3) = f(1,2) + f(2,2) + f(3,2)$
 $= 1 + 1 + 0$

$f(2,2) = f(1,1) + f(2,1) + f(3,1)$
 $= 1 + 0 + 0 = 1$

$f(3,3) = f(2,2) + f(3,2) + f(4,2)$
 $= 1 + 0 + 0 = 1$

35. ตอบ 4

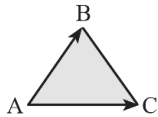
วิธีทำ

ก. ถูก เพราะ $\vec{AB} \times \vec{AC} \perp \vec{AB}$ และ $\vec{AB} \times \vec{AC} \perp \vec{AC}$

ดังนั้น $\vec{AB} \times \vec{AC} \perp \vec{AB} + \vec{AC}$

ข. ถูก เพราะ

$$\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม } ABC = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$



$$1 = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

$$\therefore |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 2$$

ค. ผิด

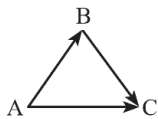
$$\text{จาก } |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 2$$

$$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \sin \theta = 2 \text{ โดย } 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \text{ ดังนั้น } 0 \leq \sin \theta \leq 1$$

เราพบว่า ถ้า $\vec{AB} \perp \vec{AC}$ จะได้ $\theta = 90^\circ \rightarrow \sin \theta = 1$

$$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot 1 = 2 \rightarrow |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = 2$$

ง. ถูก เพราะ $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ ดังรูป



$\therefore$ จำนวนข้อความที่ถูก คือ 3 ข้อความ

36. ตอบ 2

วิธีทำ

จากโจทย์ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \quad \text{--- (1)}$

จาก (1), $\vec{a} + \vec{b} = -\vec{c}$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |-\vec{c}|$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{c}|$$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$|\vec{a}|^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ + |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + 1^2 = |\vec{c}|^2$$

$$\therefore |\vec{c}|^2 = 7 \rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{7}$$

จาก (1), $\vec{b} + \vec{c} = -\vec{a}$

$$|\vec{b} + \vec{c}| = |-\vec{a}|$$

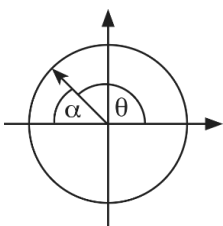
$$|\vec{b} + \vec{c}| = |\vec{a}|$$

$$|\vec{b} + \vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2$$

$$|\vec{b}|^2 + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2$$

$$|\vec{b}|^2 + 2|\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \theta + |\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2$$

$$1^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{7} \cdot \cos \theta + 7 = 2^2$$



$$\cos \theta = \frac{-2}{\sqrt{7}} \quad \text{จะได้ } \theta \in Q_2 \text{ ดังรูป}$$

$$\sin(\alpha) = \sin(\pi - \theta)$$

$$= \sin \theta^{**}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)$$

37. **ตอบ 2**

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{3+3+4+4+5+5+6+7+7+8+a+b}{12} \\ &= \frac{52+a+b}{12}\end{aligned}$$

จากโจทย์ ข้อมูลแต่ละตัวเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นจะได้ว่า

1) $x_{\max} - x_{\min}$ เป็นจำนวนเต็ม และจาก $Med = \text{พิสัย} = x_{\max} - x_{\min}$

ดังนั้น Med ต้องเป็นจำนวนเต็ม

2) $a, b \in I^+$ ดังนั้น $a_{\min} = 1, b_{\min} = 1$

$$\mu > \frac{52+1+1}{12} \rightarrow \mu > 4.5$$

Med ต้องเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น μ ก็ต้องเป็นจำนวนเต็ม

$$\therefore \mu_{\min} = 5 \rightarrow Med_{\min} = 5$$

กรณี $Med = \mu = \text{พิสัย} = 5$

$$\mu = 5 \rightarrow \frac{52+a+b}{12} = 5 \rightarrow a+b = 8$$

กรณี $a = 1, b = 7$ พิสัย $= 8-1 = 7$ ✕

กรณี $a = 2, b = 6$ พิสัย $= 8-2 = 6$ ✕

กรณี $a = 3, b = 5$ พิสัย $= 8-3 = 5$ ✓

และได้ว่า

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} & & & & & & & & Med = 5 & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \downarrow & & & & & & & & \\ \underline{3}, & \underline{3}, & \underline{3}, & \underline{4}, & \underline{4}, & \underline{5}, & \underline{5}, & \underline{5}, & \underline{6}, & \underline{7}, & \underline{7}, & \underline{8} \end{array}$$

$$\therefore a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15$$

หมายเหตุ มีอีก 1 กรณี คือ $a = 5, b = 3$ ซึ่งได้ $a \cdot b = 5 \cdot 3 = 15$ เหมือนกัน

38. ตอบ 5

วิธีทำ

ก. ถูก เพราะ ถ้าเพิ่มข้อมูลที่มีค่า a ซึ่งเท่ากับฐานนิยมเดิม จะทำให้ฐานนิยมเดิมมีความถี่เพิ่มขึ้นอีก 1 และยังคงเป็นฐานนิยมสำหรับข้อมูลชุดใหม่

ข. ถูก เช่น ข้อมูลมี 4 ตัว

Med = m
↓
a , b , c , d
เมื่อเพิ่ม m ลงไป 1 ตัว ซึ่ง $b \leq m \leq c$

Med
↓
a , b , m , c , d
Med = m เช่นเดิม

หรือ ข้อมูลมี 5 ตัว

Med
↓
a , b , m , c , d
เมื่อเพิ่ม m ลงไป 1 ตัว

Med
↓
a , b , m , m , c , d
Med = m เช่นเดิม

ค. ถูก เพิ่มข้อมูล 1 ค่า ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\bar{x}$ เดิม

จะได้ $\bar{x}_{\text{ใหม่}} = \bar{x}_{\text{เดิม}}$

ง. ถูก เพราะ การเพิ่มทั้ง 3 ค่า ไม่ทำให้

x_{MAX} (ค่ามากที่สุดในกลุ่ม) และ x_{MIN} (ค่าน้อยที่สุดในกลุ่ม) เปลี่ยน

โดย $\bar{x}$, Med จะเป็นข้อมูลค่ากลางๆ กลุ่ม และ Mode ก็จะเป็นข้อมูลในกลุ่มเดิม

39. **ตอบ 3**

วิธีทำ

จากโจทย์ $N = 30$

จำนวนสมาชิกใน ครัวเรือน	ความถี่สะสมสัมพัทธ์ $\left(\frac{F}{N}\right)$	* ความถี่สะสม (F)	ความถี่ (f)
1	0.2	6	6
2	0.3	9	3
3	0.7	21	12
4	0.9	27	6
5	1.0	30	3

$$\begin{aligned}
 * \text{ ความถี่สะสม (F)} &= \text{ความถี่สะสมสัมพัทธ์} \left(\frac{F}{N}\right) \times N \\
 &= \text{ความถี่สะสมสัมพัทธ์} \left(\frac{F}{N}\right) \times 30
 \end{aligned}$$

พิจารณาคำตอบที่ 1 หา Med

$$\text{ตำแหน่ง Med} = \frac{N+1}{2} = \frac{30+1}{2} = 15.5$$

เราพบว่า ตำแหน่งที่ 15.5 อยู่ในชั้น 3 (นับจากบนลงล่าง)

$$\therefore \text{Med} = \text{ตำแหน่งที่ } 15.5 = 3 \text{ คน}$$

คำตอบที่ 1 ถูก

พิจารณาคำตอบที่ 2 หา Mode

$$\begin{aligned}
 \text{Mode} &= \text{ข้อมูลที่มีความถี่ (f) สูงสุด} \\
 &= 3 \text{ คน}
 \end{aligned}$$

คำตอบที่ 2 ถูก

พิจารณาคำตอบที่ 3 พบว่า ครัวเรือนที่มีจำนวนสมาชิกน้อยกว่า 4 คน

(1 คน, 2 คน และ 3 คน) มีทั้งหมด $6+3+12 = 21$ ครัวเรือน

คำตอบที่ 3 ผิด

40. ตอบ 60

วิธีทำ

นำข้อมูลทุกตัว และ μ ไปลบออก 3 จะได้

คะแนน (x)	จำนวนนักเรียน (f)	$f \cdot x$
-3	$a - 2$	$-3a + 6$
-2	a	$-2a$
-1	a^2	$-a^2$
0	$(a + 1)^2$	0
1	$2a$	$2a$
2	$a + 1$	$2a + 2$
	$2a^2 + 7a$	$-a^2 - a + 8$

N $\Sigma f \cdot x$

$$\begin{aligned}\text{และ } \mu &= 2.8 - 3 \\ &= -0.2\end{aligned}$$

$$\text{จาก } \mu = \frac{\Sigma f \cdot x}{N}$$

$$-0.2 = \frac{-a^2 - a + 8}{2a^2 + 7a}$$

$$\text{นำ -1 คูณ } 0.2 = \frac{a^2 + a - 8}{2a^2 + 7a}$$

$$\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{a^2 + a - 8}{2a^2 + 7a}$$

$$2a^2 + 7a = 5a^2 + 5a - 40$$

$$0 = 3a^2 - 2a - 40$$

$$0 = (3a + 10)(a - 4)$$

$$\therefore a = \cancel{-\frac{10}{3}}, 4 \quad (a \in I^+)$$

$$\text{ดังนั้น } N = 2(4)^2 + 7(4) = 60$$

41. ตอบ 4

วิธีทำ

จากโจทย์ $N = 40$

ความสูง	f	F
140 – 144	2	2
145 – 149	8	10
150 – 154	9	19
155 – 159	10	29
160 – 164	6	35
165 – 169	3	38
170 – 174	2	40

หา P_{65} ตำแหน่ง $P_{65} = \frac{65}{100}N = \frac{65}{100}(40) = 26$

P_{65} = ตำแหน่งที่ 26 แสดงว่า P_{65} อยู่ในชั้น 155 – 159

$$\therefore P_{65} = 154.5 + 5\left(\frac{26-19}{10}\right) = 158$$

42. ตอบ 2

วิธีทำ

ข้อมูลจากโจทย์

ลบ 2 ทุกตัว
 $\sigma^2 = 320$ (เท่าเดิม)

หาร d ทุกตัว
 $\sigma^2 = \frac{320}{d^2}$

$2, 2+d, 2+2d, 2+3d, \dots, 2+30d$

$0, d, 2d, 3d, \dots, 30d$

$0, 1, 2, 3, \dots, 30$

โดยข้อมูลชุดนี้มี $\mu = \frac{0+1+2+3+\dots+30}{31}$

$$= \frac{0 + \frac{30}{2}(30+1)}{31} = 15$$

จาก $\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \mu^2$

$$\frac{320}{d^2} = \frac{0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 30^2}{31} - 15^2$$

$$\frac{320}{d^2} = \frac{0 + \frac{30}{6}(30+1)(2 \cdot 30 + 1)}{31} - 225$$

$$d^2 = 4 \rightarrow d = 2, \text{ ~~2~~}$$

ดังนั้น $\begin{matrix} 2 & 2+d & 2+2d & 2+3d & \dots & 2+30d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 2 & 4 & 6 & 8 & \dots & 62 \end{matrix}$

$$\therefore \mu = \frac{2+62}{2} = 32 \text{ (ข้อมูลกระโดดคงที่ ค่าเฉลี่ย (\mu) = \frac{\text{ตัวแรก} + \text{ตัวสุดท้าย}}{2})}$$

43. ตอบ 2

วิธีทำ

ให้เงินออมเป็น x (หน่วยเป็นพันบาท) และเงินเดือนเป็น y (หน่วยเป็นหมื่นบาท)

จากโจทย์ $x = 1$ (1,000 บาท) ประมาณได้ $y = 2.6$ (26,000 บาท)

และจากความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบเส้นตรง

จะได้ $y = mx + c$

แทน $x = 1, y = 2.6 \rightarrow 2.6 = m(1) + c$

$$2.6 = m + c \text{ --- (1)}$$

จาก $y = mx + c \rightarrow \Sigma y = m\Sigma x + N \cdot C$

$$\rightarrow \frac{\Sigma y}{N} = \frac{m\Sigma x}{N} + \frac{N \cdot C}{N}$$

$$\mu_y = m\mu_x + C$$

จากโจทย์ $\mu_x = 2$ (2,000 บาท) และ $\mu_y = 6.4$ (64,000 บาท)

$$6.4 = m(2) + c$$

$$6.4 = 2m + c \text{ --- (2)}$$

$$(2) - (1), 3.8 = m$$

แทน $m = 3.8$ ใน (1) ได้ $c = -1.2$

$$\therefore y = 3.8x - 1.2$$

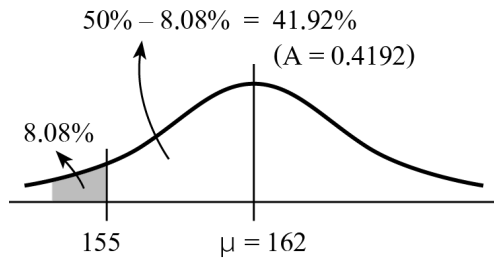
แทน $x = 1.5$ (1,500 บาท) ลงไป

$$y = 3.8(1.5) - 1.2$$

$$= 4.5$$

44. ตอบ 4

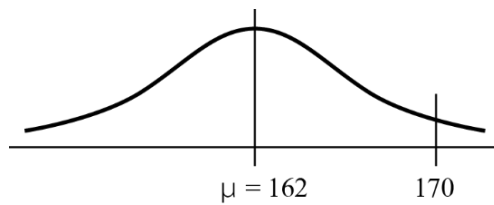
วิธีทำ



จากตาราง $A = 0.4192 \rightarrow Z = 1.40$

ดังนั้น $X = 155 \rightarrow Z = -1.40$

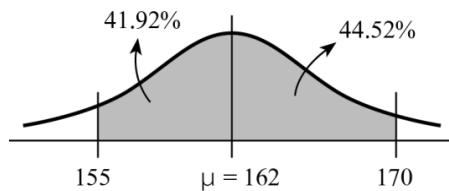
จาก $Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow -1.40 = \frac{155 - 162}{\sigma} \rightarrow \sigma = 5$



เมื่อ $x = 170$, $Z = \frac{170 - 162}{5} = 1.6$

จากตาราง $Z = 1.6 \rightarrow A = 0.4452 (44.52\%)$

ดังนั้น

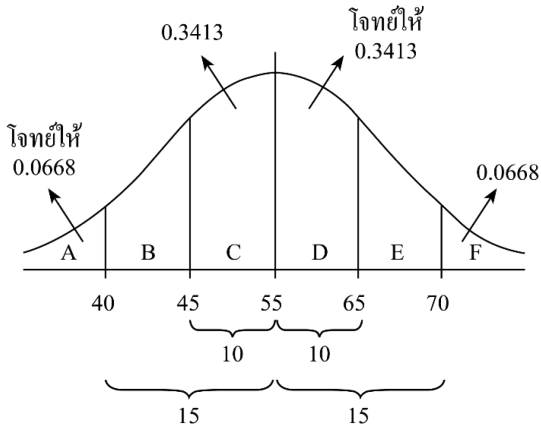


$\therefore$ นักเรียนมีความสูงในช่วง $155 - 170 = 41.92\% + 44.52\% = 86.44\%$

45. **ตอบ** 3

วิธีทำ

จากโจทย์ ได้พื้นที่ส่วนต่างๆ ตามรูปด้านล่างนี้



เนื่องจากโค้งปกติเป็นรูปสมมาตร เมื่อเราแบ่งพื้นที่เป็นส่วนต่างๆ ดังรูป จะได้ว่า

$$\text{พื้นที่ } C = \text{พื้นที่ } D = 0.3413$$

$$\text{และ พื้นที่ } F = \text{พื้นที่ } A = 0.0668$$

$$\begin{aligned} \text{และเราจะได้ว่า พื้นที่ } D + \text{พื้นที่ } E &= 0.5 - \text{พื้นที่ } F \\ &= 0.5 - 0.0668 = 0.4332 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ตั้งแต่ 45 คะแนน ถึง 70 คะแนน} &= \text{พ.ท. } C + \underbrace{\text{พ.ท. } D + \text{พ.ท. } E} \\ &= 0.3413 + 0.4332 \\ &= 0.7745 \end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 45 และ 70 คะแนน = 77.45%