เฉลย POST-TEST
PAT 1 & คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ

1. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u>

จาก $|\square| \le a \rightarrow -a \le \square \le a$

$-a \le \square$ และ $\square \le a$

พิจารณา A

จากโจทย์ $x \ge |x^3 - x|$

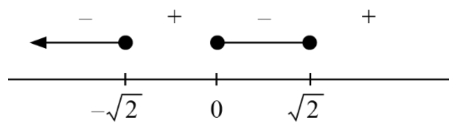
$|x^3 - x| \le x$

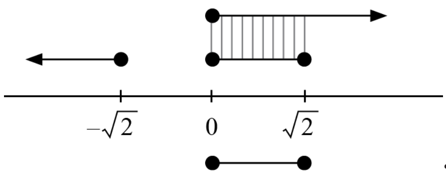
$-x \le x^3 - x \le x$

$-x \le x^3 - x$ <u>และ</u> $x^3 - x \le x$

$\cap$

$-x \le x^3 - x$	$x^3 - x \le x$
$0 \le x^3$	$x^3 - 2x \le 0$
$\sqrt[3]{0} \le \sqrt[3]{x^3}$	$(x)(x^2 - 2) \le 0$
$0 \le x$	$(x)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \le 0$





$\therefore \ A = \{1\}$

จาก $|\square| > a \rightarrow \square > a$ หรือ $\square < -a$

พิจารณา B

จากโจทย์ $3x^2 - |10x-3| < 0$

$$3x^2 < |10x-3|$$

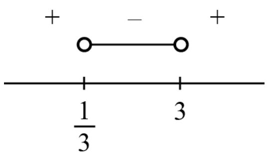
$$|10x-3| > 3x^2$$

$10x - 3 > 3x^2$ หรือ $10x-3 < -3x^2$

$0 > 3x^2 - 10x + 3$ $\cup$ $3x^2+10x-3 < 0$

$3x^2 - 10x + 3 < 0$

$(3x-1)(x-3) < 0$



นำ 3 หาร

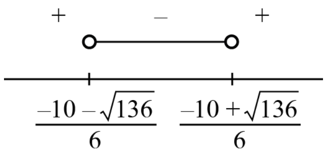
$$x^2 + \frac{10}{3}x - 1 < 0$$

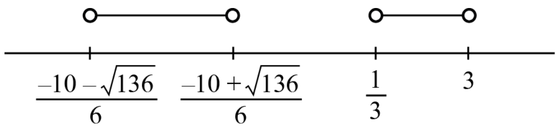
$$\left(x^2 + 2x\left(\frac{10}{6}\right) + \frac{100}{36}\right) - \frac{136}{36} < 0$$

$$\left(x + \frac{10}{6}\right)^2 - \frac{136}{36} < 0$$

$$\left(x + \frac{10}{6}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{136}}{6}\right)^2 < 0$$

$$\left(x + \frac{10}{6} - \frac{\sqrt{136}}{6}\right)\left(x + \frac{10}{6} + \frac{\sqrt{136}}{6}\right) < 0$$





$\downarrow$ ≈ -3.61 $\quad$ $\downarrow$ ≈ 0.28

$\therefore \quad B = \{-3, -2, -1\}$

$A \cup B = \{-3, -2, -1, 1\}$

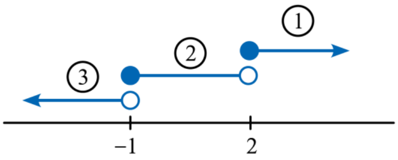
ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน $A \cup B = (-3)+(-2)+(-1)+1$

$$= -5$$

2. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u>

พิจารณา A แบ่งกรณีโดย



<u>**กรณีที่ 1**</u> $\boxed{x \geq 2}$

$$x-(4-2x) > (x+1)-1$$
$$3x-4 > x$$
$$2x > 4$$
$$\boxed{x > 2}$$

$\cap$

$\therefore\ x \in (2,\infty)$

<u>**กรณีที่ 2**</u> $\boxed{-1 \leq x < 2}$

$$x+(4-2x) > (x+1)-1$$
$$4-x > x$$
$$4 > 2x$$
$$\boxed{2 > x}$$

$\cap$

$\therefore\ x \in [-1, 2)$

<u>**กรณีที่ 3**</u> $\boxed{x < -1}$

$$x+(4-2x) > -(x+1)-1$$
$$4-x > -x-2$$
$$6 > 0$$
$$\boxed{x \in R}$$

$\cap$

$\therefore\ x \in (-\infty, -1)$

ดังนั้นช่วงคำตอบของอสมการนี้ $= (-\infty, -1)\cup[-1, 2)\cup(2, \infty)$

$= (-\infty, 2)\cup(2, \infty)$

$$\therefore\ A = R-\{2\}$$

และจะได้ว่า $A' = \{2\}$

พิจารณา B $|x-2| < 3$

$$-3 < x-2 < 3$$

<u>**บวก 2**</u> $-1 < x < 5$

$$\therefore\ B = (-1, 5)$$

ดังนั้น $B-A' = (-1, 5)-\{2\} = (-1, 2)\cup(2, 5)$

และพบว่า $(-1, 2)\cup(2, 5)$ ไม่ได้เป็นสับเซตของข้อใดเลย ตั้งแต่คำตอบที่ 1 ถึงคำตอบที่ 4

3. **ตอบ** 2.5

วิธีทำ แยก 2 กรณี โดย

กรณีที่ 1 $x \ge 0$ ซึ่งจะได้ $|x| = x$

$$|x^2 - 2x| = x^2 - 3x + 2$$

$x^2 - 2x = x^2 - 3x + 2$ หรือ $x^2 - 2x = -(x^2 - 3x + 2)$

$x = 2$ $\qquad$ $x^2 - 2x = -x^2 + 3x - 2$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(2x-1)(x-2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, 2$$

$\therefore\ x = 2, \frac{1}{2}$ ตรวจคำตอบแล้วพบว่าใช้ได้ทั้งคู่

และทั้ง 2 คำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไข $x \ge 0$

ดังนั้น กรณีนี้ $x = 2, \frac{1}{2}$

กรณีที่ 2 $x < 0$ ซึ่งจะได้ $|x| = -x$

$$|x^2 - 2(-x)| = x^2 - 3x + 2$$

$$|x^2 + 2x| = x^2 - 3x + 2$$

$x^2 + 2x = x^2 - 3x + 2$ หรือ $x^2 + 2x = -(x^2 - 3x + 2)$

$5x = 2$ $\qquad$ $x^2 + 2x = -x^2 + 3x - 2$

$x = \frac{2}{5}$ $\qquad$ $2x^2 - x + 2 = 0$

ไม่มีคำตอบ **

$\therefore\ x = \frac{2}{5}$

แต่เราพบว่า $x = \frac{2}{5}$ ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข $x < 0$

ดังนั้น กรณีนี้ ไม่มีคำตอบ

เมื่อรวม 2 กรณี จะได้ เซตคำตอบ (A) $= \left\{2, \frac{1}{2}\right\}$

และ ผลบวกของสมาชิกในเซต $A = 2+\frac{1}{2} = 2.5$

** รูปแบบ $ax^2 + bx + c = 0$ จะไม่มีคำตอบเมื่อ $b^2 - 4ac < 0$

สำหรับสมการนี้ $b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(2)(2)$

$= -15$

ซึ่ง $b^2 - 4ac < 0$ สมการ $2x^2 - x + 2 = 0$ จึงไม่มีคำตอบ

4. <u>ตอบ</u> 86

<u>วิธีทำ</u>

จากโจทย์ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม และ $0 \le c < a < b$

เราจะได้ว่า $c \in I^+ \cup \{0\}$ และ $a, b \in I^+$

และจาก 10 หาร b ลงตัว $\therefore\ b = 10, 20, 30, \ldots$

แต่จาก $a + 2b + 3c = 32$ เราพบว่า $b = 10$ เท่านั้นที่จะทำให้สมการเป็นจริง

(ถ้า $b = 20, 30, \ldots$ จะทำให้ไม่สามารถหา a และ c ที่สอดคล้องกับสมการได้)

และเมื่อ $b = 10$ จะได้ $a + 2(10) + 3c = 32$

$a + 3c = 12$

ถ้า c เป็นจำนวนคู่ จะได้ $c = 0, 2, 4, 6, \ldots$

และจะได้ว่า $a = 12, 6, 0, -6, \ldots$ ตามลำดับ

ซึ่งเราจะพบว่า เมื่อ $b = 10$ มีเพียง $c = 2$ และ $a = 6$ เท่านั้น

ที่ทำให้ $0 \le c < a < b$ $\quad \therefore\ 4a + 5b + 6c = 86$

5. <u>ตอบ</u> 2

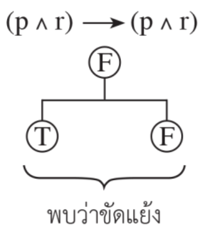
<u>วิธีทำ</u>

พิจารณา (ก.)

$(p \wedge r) \rightarrow \sim(\sim p \vee \sim r)$

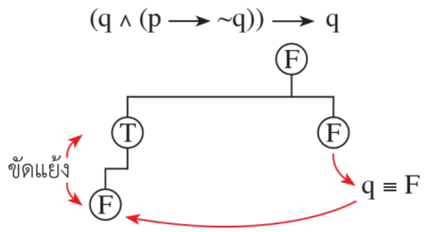
$\equiv (p \wedge r) \rightarrow (p \wedge r)$

<u>**สมมติ**</u> ให้เป็นเท็จ



แสดงว่าข้อนี้เป็นสัจนิรันดร์ (ก.) ถูก

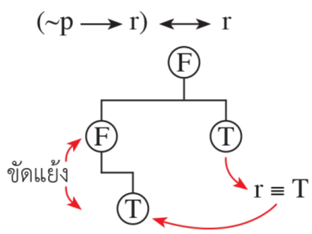
พิจารณา (ข.) สมมติให้เป็นเท็จ



พบว่าขัดแย้ง แสดงว่าข้อนี้เป็นสัจนิรันดร์ (ข.) ผิด

พิจารณา (ค.) เมื่อ $(\sim p \rightarrow r) \leftrightarrow r \equiv F$

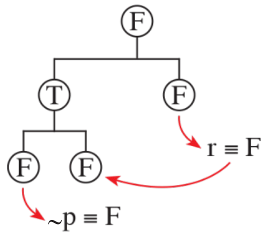
พิจารณา <u>**กรณี 1**</u>



พบว่าขัดแย้ง แสดงว่ากรณี 1 เป็นไปไม่ได้

พิจารณา <u>กรณี 2</u>

$(\sim p \longrightarrow r) \longleftrightarrow r$



$\therefore\ p \equiv T$

ดังนั้น $p \rightarrow r \equiv F$ (ค.) ถูก

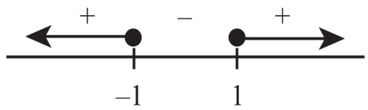
T F

6. <u>ตอบ</u> 3

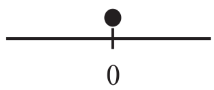
<u>วิธีทำ</u> จากโจทย์ $x^2(x^2-1) \geq 0$

$x^2(x-1)(x+1) \geq 0$

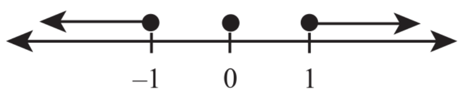
$(x-1)(x+1) \geq 0$ หรือ $x = 0$



หรือ



$\therefore\ \mathcal{U} =$ เซตคำตอบ $= (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [1, \infty)$



<u>พิจารณาคำตอบที่ 1</u>

เราพบว่า $\forall x[P(x)] \equiv F$

เช่น $x = 0$ จะได้ $|x| = |0| = 0$ ซึ่ง $|x| \not> 1$

$\therefore\ \sim \forall x[P(x)] \equiv T$ (คำตอบที่ 1 จริง)

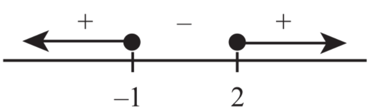
<u>พิจารณาคำตอบที่ 2</u>

และ $\exists x[Q(x)] \equiv T$ (คำตอบที่ 2 จริง)

เพราะจากการแก้อสมการ $x^2 - x \geq 2$

$x^2 - x - 2 \geq 0$

$(x-2)(x+1) \geq 0$



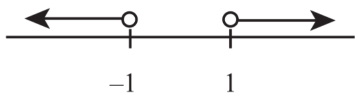
เราพบว่ามี x บางตัวใน $\mathcal{U}$ ที่สอดคล้องกับอสมการข้างต้น เช่น $x = 2$

<u>พิจารณาคำตอบที่ 3</u>

และได้ว่า $\forall x[Q(x) \rightarrow P(x)] \equiv F$ (คำตอบที่ 3 เท็จ)

เมื่อเราแก้อสมการ $|x| > 1$

จะได้ $x > 1$ หรือ $x < -1$



เราพบว่ามี x บางตัวซึ่ง $x \in (-\infty, -1] \cup [2, \infty)$ โดยจะทำให้ $Q(x) \equiv T$

แต่ $x \notin (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ โดยจะทำให้ $P(x) \equiv F$ เช่น $x = -1$

ดังนั้น $x = -1$ ทำให้ $Q(x) \equiv T$ แต่ทำให้ $P(x) \equiv F$

<u>พิจารณาคำตอบที่ 4</u>

และ $\exists x[S(x) \wedge P(x)] \equiv T$ (คำตอบที่ 4 จริง)

เช่น $x = 2 \rightarrow S(x) \equiv T$ และ $P(x) \equiv T$

<u>พิจารณาคำตอบที่ 5</u>

และได้ว่า $\forall x[S(x) \rightarrow \sim(P(x) \leftrightarrow R(x))] \equiv T$

เมื่อพิจารณา $\mathcal{U}$ และเราให้ $S(x) \equiv T$

แสดงว่า $1-x < 0$

$1 < x$

$\therefore \quad x > 1$

เมื่อ $x > 1$ เราจะได้ว่า $|x| > 1$ จริง $\therefore P(x) \equiv T$

และ $x < 0$ เท็จ $\therefore R(x) \equiv F$

$\therefore$ กรณี $S(x) \equiv T$ จะได้ $\underset{(T)}{P(x)} \leftrightarrow \underset{(F)}{R(x)} \equiv F$

และ $\sim(P(x) \leftrightarrow R(x)) \equiv T$

สำหรับกรณี $S(x) \equiv F$ เราจะได้ว่า

$S(x) \rightarrow \sim(P(x) \leftrightarrow R(x)) \equiv T$ แน่นอน

$\therefore \quad \forall x[S(x) \rightarrow \sim(P(x) \leftrightarrow R(x))] \equiv T$ (คำตอบที่ 5 จริง)

7. **ตอบ** 1

วิธีทำ พิจารณา ก. $(5, 7) \notin r^{-1}$

มีความหมายเดียวกับ $(7, 5) \notin r$

ดังนั้น ทดสอบโดยแทน $x = 7, y = 5$ ใน $y < x-2$

$5 < 7-2$ เท็จ

$\therefore$ $(7, 5) \notin r$ และ $(5, 7) \notin r^{-1}$

ดังนั้น (ก) ถูก

พิจารณา ข. $(-6, -3) \in r^{-1}$

มีความหมายเดียวกับ $(-3, -6) \in r$

ดังนั้น ทดสอบโดยแทน $x = -3, y = -6$ ใน $y < x-2$

$-6 < -3-2$

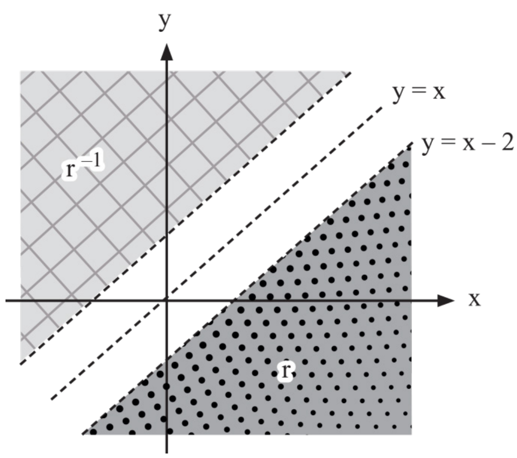
$-6 < -5$ จริง

$\therefore$ $(-3, -6) \in r$ และ $(-6, -3) \in r^{-1}$

ดังนั้น (ข) ถูก

พิจารณา ค. ใช้กราฟ โดย กราฟ r และ

กราฟ r^{-1} จะสมมาตรกันโดยมีเส้นตรง $y = x$ เป็นแกนสมมาตร



เราจะได้ว่า $r \cap r^{-1} = \varnothing$ (พื้นที่แรเงาทั้ง 2 ไม่มีส่วนที่ซ้ำกันเลย)

ดังนั้น (ค) ผิด ตอบคำตอบที่ 1

8. **ตอบ** 1

วิธีทำ จาก $y = \dfrac{x^2-9}{(x-1)(x-3)}$

จะได้ว่า $(x-1)(x-3) \neq 0$

$x \neq 1, 3$

$\therefore \quad D_r = R-\{1, 3\}$

ดังนั้น $A = R-\{1, 3\}$

พิจารณา R_r $y = \dfrac{x^2-9}{(x-1)(x-3)}$

$y = \dfrac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{(x-1)\cancel{(x-3)}}$

$y = \dfrac{x+3}{x-1} \quad , \ x \neq 3$

เงื่อนไขจาก $x-3 \neq 0$
ซึ่งโดนตัดทิ้งไป

จาก $y = \dfrac{x+3}{x-1}$

$y(x-1) = x+3$

$xy-y = x+3$

$xy-x = y+3$

$x(y-1) = y+3$

$x = \dfrac{y+3}{y-1}$

ดังนั้น $y \neq 1$

และจากเงื่อนไข $x \neq 3$

ดังนั้น y เมื่อ $x = 3$ จะไม่มี

จาก $y = \dfrac{x+3}{x-1}$ เมื่อ $x = 3$ ได้ $y = \dfrac{3+3}{3-1} = 3$

ดังนั้น $y \neq 3$

$\therefore \quad R_r = R-\{1, 3\}$

ดังนั้น $B = R-\{1, 3\}$

และได้ว่า $A-B = \{ \ \}$

$\therefore$ จำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ $A-B = 0$

9. **ตอบ** 1

วิธีทำ $x = (f\circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{ax}{x+1}\right) = \frac{a\left(\frac{ax}{x+1}\right)}{\left(\frac{ax}{x+1}\right)+1}$

$$\therefore \quad x = \frac{\frac{a^2x}{x+1}}{\frac{ax+(x+1)}{x+1}}$$

$$x = \frac{a^2x}{(a+1)x+1}$$

$(a+1)x^2 + x = a^2x$

$(a+1)x^2 + (1-a^2)x = 0$

สมการกำลังสองนี้จะให้คำตอบ (x) มากกว่า 2 คำตอบ เมื่อ ส.ป.ส. หน้า x^2 และ ส.ป.ส. หน้า x เป็นศูนย์ (เมื่อ ส.ป.ส. หน้า x^2 และ ส.ป.ส. หน้า x เป็นศูนย์ จะได้ $0\cdot x^2 + 0\cdot x = 0$ ซึ่งทุกค่า x โดย $x \in R-\{-1\}$ จะทำให้สมการเป็นจริงทั้งหมด)

ดังนั้น $a+1 = 0$ และ $1-a^2 = 0$

$a = -1$ $\qquad a^2 = 1$

2 $\qquad a = 1, -1$

$\therefore \quad a = -1$

10. **ตอบ** 30.5

วิธีทำ

จากโจทย์ ได้ว่า $f(x) = 2x^3-1$ และ $g^{-1}(x) = 2x-29$

จาก $(f^{-1}og)(a) = 2$

$f^{-1}(g(a)) = 2$

$g(a) = f(2)$ $\qquad f(2) = 2(2)^3-1$

$a = g^{-1}(f(2))$ $\qquad = 15$

$= g^{-1}(15)$

$= 2(15)-29$

$= 1$

$\therefore \quad (f+g)(2a) = (f+g)(2) = f(2)+g(2)$

$= 15+15.5$

$= 30.5$

* หา g(2)

$$2 = 2x-29$$
$$31 = 2x \rightarrow x = 15.5$$
$$\therefore\ g(2) = 15.5$$

11. **ตอบ** 4

วิธีทำ

จากโจทย์ $|\bar{a}+\bar{b}| = 1$

$$|\bar{a}+\bar{b}|^2 = 1^2$$
$$|\bar{a}|^2 + 2\bar{a}\cdot\bar{b} + |\bar{b}|^2 = 1$$
$$|\bar{a}|^2 + 2|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos\theta + |\bar{b}|^2 = 1$$
$$1^2 + 2\cdot1\cdot1\cdot\cos\theta + 1^2 = 1$$
$$\cos\theta = -\frac{1}{2}$$

จะได้ว่า $\theta \in Q_2$ และ $\theta = 120^\circ$ ซึ่ง $\sin\theta = \sin120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore\ |\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\sin\theta$$
$$= 1\cdot1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

12. **ตอบ** 5

วิธีทำ $(\bar{b}+\bar{a})\cdot(\bar{b}-\bar{a}) = 10$

$$|\bar{b}|^2 - |\bar{a}|^2 = 10$$

จาก $\bar{a} = \bar{i}+\bar{j}-2\bar{k}$ $\therefore\ |\bar{a}|^2 = 1^2+1^2+(-2)^2 = 6$

และ $|\bar{a}| = \sqrt{6}$

จะได้ $|\bar{b}|^2 - 6 = 10$

$$|\bar{b}|^2 = 16$$
$$\therefore\ |\bar{b}| = 4$$

จาก $|\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\sin\theta$

$= \sqrt{6}\cdot(4)\cdot\sin 60^\circ$

$= \sqrt{3\cdot 2}\cdot\cancel{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

$= \sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot 2\cdot\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{2}$

$|\bar{a}\times\bar{b}| \approx 6\times 1.4$

≈ 8.4

$\therefore\ |\bar{a}\times\bar{b}| \in (8, 10]$ ตอบคำตอบที่ 5

13. **ตอบ** 3

วิธีทำ $\bar{j}\times\bar{k} = \bar{i}$, $\bar{k}\times\bar{i} = \bar{j}$ และ $\bar{i}\times\bar{j} = \bar{k}$

ดังนั้น $\bar{i}\cdot(\bar{j}\times\bar{k})+\bar{j}\cdot(\bar{k}\times\bar{i})-\bar{k}\cdot(\bar{i}\times\bar{j})$

$= \bar{i}\cdot\bar{i}+\bar{j}\cdot\bar{j}-\bar{k}\cdot\bar{k}$

$= |\bar{i}|^2+|\bar{j}|^2-|\bar{k}|^2$

$= (1)^2+(1)^2-(1)^2 = 1$

14. **ตอบ** 2

วิธีทำ $N_1 = 30$, $N_2 = 35$, $N_3 = 40$ และ $N_4 = 45$

ดังนั้น $N_1 : N_2 : N_3 : N_4 = 30 : 35 : 40 : 45$

$= 6 : 7 : 8 : 9$ (อัตราส่วนอย่างต่ำ)

เราจึงใช้ $N_1 = 6$, $N_2 = 7$, $N_3 = 8$ และ $N_4 = 9$ แทน

และจากโจทย์ $\mu_1 = 26$, $\mu_2 = 22$, $\mu_3 = 25$ และ $\mu_4 = 19$

นำ 19 ลบออกจึงได้ $\mu_1' = 7$, $\mu_2' = 3$, $\mu_3' = 6$ และ $\mu_4' = 0$

$$\mu'_{\text{รวม}} = \frac{N_1\mu_1'+N_2\mu_2'+N_3\mu_3'+N_4\mu_4'}{N_1+N_2+N_3+N_4}$$

$$= \frac{6\times7+7\times3+8\times6+9\times0}{6+7+8+9}$$

$$= \frac{42+21+48+0}{30} = 3.7$$

$\therefore\ \mu_{\text{รวม}} = \mu'_{\text{รวม}}+19 = 3.7+19 = 22.7$

15. **ตอบ** 5

วิธีทำ เมื่อ Med = Mode = 6 จะได้

$\underline{x_1}$ $\underline{6}$ $\underline{6}$ $\underline{x_4}$ (เรียงจากน้อย ⟶ มาก)

เมื่อ พิสัย = 9

$\underline{x_1}$ $\underline{6}$ $\underline{6}$ $\underline{x_1+9}$ (เรียงจากน้อย ⟶ มาก)

เมื่อ $\mu = 7$

$$7 = \frac{x_1+6+6+(x_1+9)}{4}$$

$$2x_1 = 7$$

$$\therefore \; x_1 = 3.5$$

และ $x_4 = 3.5+9 = 12.5$

ดังนั้น ข้อมูลคือ 3.5, 6, 6, 12.5

ตำแหน่งของ $Q_1 = \frac{1}{4}(4+1) = 1.25$

Q_1 = ตำแหน่งที่ 1.25

= ตำแหน่งที่ 1 + (ตำแหน่งที่ 2 – ตำแหน่งที่ 1)(0.25)

$= 3.5+(6-3.5)(0.25) = 4.125$

ตำแหน่งของ $Q_3 = \frac{3}{4}(4+1) = 3.75$

Q_3 = ตำแหน่งที่ 3.75

= ตำแหน่งที่ 3 + (ตำแหน่งที่ 4 – ตำแหน่งที่ 3)(0.75)

$= 6+(12.5-6)(0.75)$

$= 10.875$

$\therefore$ ส.ป.ส ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ $= \dfrac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

$$= \frac{10.875-4.125}{10.875+4.125}$$

$$= \frac{\cancel{6.75}}{\cancel{15}} = \frac{2.25}{5}$$

$$= \frac{2.25\times 4}{5\times 4} = \frac{9}{20}$$

16. **ตอบ** 2

วิธีทำ หาฐานนิยม

เนื่องจากตารางมีความกว้างชั้น (I) ในแต่ละชั้นไม่เท่ากัน จึงใช้ $\frac{f}{I}$ เป็นตัววัด

ว่าฐานนิยมจะอยู่ชั้นไหน โดยฐานนิยมจะอยู่ในชั้นที่ $\frac{f}{I}$ สูงสุด

อันตรภาคชั้น	ความถี่สะสม	ความถี่ (f)	ความกว้าง (I)	$\frac{f}{I}$
$0-5$	12	12	6	2
$6-10$	32	20	5	4*
$11-20$	52	20	10	2
$21-30$	80	28	10	2.8

Note ความกว้างชั้นหาโดย ความกว้าง (I) = ขอบบน – ขอบล่าง

เช่นชั้น $6-10$ $I = 10.5-5.5 = 5$

ดังนั้นฐานนิยมจะอยู่ในชั้น $6-10$ ซึ่ง $\frac{f}{I}$ สูงที่สุด

โดยฐานนิยม = จุดกึ่งกลางชั้นที่มีความถี่ต่อความกว้าง $\left(\frac{f}{I}\right)$ สูงสุด

$$= \frac{6+10}{2} = 8$$

หาเปอร์เซ็นไทล์ที่ 40

(1) หาตำแหน่งของ P_{40}

ตำแหน่งของ $P_{40} = \frac{40}{100} \cdot N = \frac{40}{100} \cdot 80 = 32$

(2) เราพบว่าตำแหน่งของ P_{40} = ความถี่สะสมชั้น $6-10$

ดังนั้น P_{40} = ขอบบนชั้น $6-10$

$= 10.5$

$\therefore$ P_{40} – ฐานนิยม $= 10.5-8 = 2.5$

17. **ตอบ** 3

วิธีทำ

พิจารณา (ก.) จาก $y_i = -3x_i$ โดย y_i คือข้อมูลชุดที่ 2

$$\text{Med}_y = -3\text{Med}_x$$

ถ้าข้อมูลชุดที่ 1 (x_i) ทุกตัวเป็นจำนวนจริงบวก

จะได้ว่า Med_x เป็นจำนวนจริงบวกด้วย

และ $-3\text{Med}_x < 0$ ดังนั้น $\text{Med}_y < 0$

$\therefore$ $\text{Med}_x > \text{Med}_y$ (ก.) ถูก

พิจารณา (ข.) โดยปกติ M.D. ≥ 0 โดยสามารถเป็นศูนย์ได้ในกรณี ข้อมูลเท่ากันทุกตัว

ดังนั้นในกรณี $x_1 = x_2 = x_3 = ... = x_n \rightarrow \text{M.D.}_x = 0$

และได้ว่า $-3x_1 = -3x_2 = -3x_3 = ... = -3x_n \rightarrow \text{M.D.}_y = 0$

ในกรณีนี้ $\text{M.D}_y = \text{M.D.}_x$ (ข.) ผิด

พิจารณา (ค.) ในทำนองเดียวกับการพิจารณา (ข.) คือโดยปกติ $\sigma \geq 0$ โดยสามารถเป็นศูนย์ได้ในกรณี ข้อมูลเท่ากันทุกตัว

ดังนั้นในกรณี $x_1 = x_2 = x_3 = ... = x_n \rightarrow \sigma_x = 0$

และได้ว่า $-3x_1 = -3x_2 = -3x_3 = ... = -3x_n \rightarrow \sigma_y = 0$

ในกรณีนี้ $\sigma_x = \sigma_y = 0$

และจะได้ว่า $\frac{\sigma_x}{\mu_x} = \frac{\sigma_y}{\mu_y} = 0$

สัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูลทั้ง 2 ชุดเท่ากัน $(= 0)$ (ค.) ผิด

18. **ตอบ** 2

วิธีทำ จาก $y_i = 8x_i + 13.5$ —— (1)

$$\sum_{i=1}^{8} y_i = \sum_{i=1}^{8} (8x_i + 13.5)$$

$$\sum_{i=1}^{8} y_i = \sum_{i=1}^{8} 8x_i + \sum_{i=1}^{8} 13.5$$

$$\sum_{i=1}^{8} y_i = 8\sum_{i=1}^{8} x_i + (8)(13.5)$$

จาก $\sum_{i=1}^{8} y = 492$

$$492 = 8\sum_{i=1}^{8} x_i + 8(13.5)$$

นำ 8 หาร 2 ข้าง

$$61.5 = \sum_{i=1}^{8} x_i + 13.5$$

$$\sum_{i=1}^{8} x_i = 48$$

$(1) \times x_i$, $x_i y_i = 8x_i^2 + 13.5x_i$

$$\sum_{i=1}^{8} x_i y_i = \sum_{i=1}^{8} (8x_i^2 + 13.5x_i)$$

$$\sum_{i=1}^{8} x_i y_i = \sum_{i=1}^{8} 8x_i^2 + \sum_{i=1}^{8} 13.5x_i$$

$$\sum_{i=1}^{8} x_i y_i = 8\sum_{i=1}^{8} x_i^2 + 13.5\sum_{i=1}^{8} x_i$$

จาก $\sum_{i=1}^{8} x_i y_i = 3432$ และ $\sum_{i=1}^{8} x_i = 48$

$$3432 = \sum_{i=1}^{8} x_i^2 + 13.5(48)$$

นำ 8 หาร 2 ข้าง

$$429 = \sum_{i=1}^{8} x_i^2 + 13.5(6)$$

$$\sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 348$$

จาก $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N} - \mu^2$ โดย $\mu = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$

จะได้ $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{8} x_i^2}{8} - \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{8}\right)^2$

$= \dfrac{348}{8} - \left(\dfrac{48}{8}\right)^2 = 7.5$

19. **ตอบ** 4

วิธีทำ เมื่อแจกแจงแบบปกติ

$\mu = D_5 = 50$

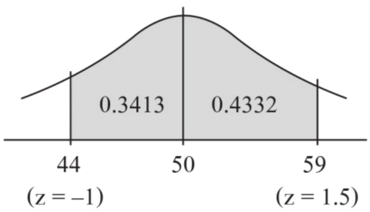
จากโจทย์ ส.ป.ส.การแปรผัน $= 12\%$

$\dfrac{\sigma}{50} = \dfrac{12}{100}$

$\therefore \ \sigma = 6$

เมื่อ $x_1 = 44 \rightarrow z_1 = \dfrac{44-50}{6} = -1 \rightarrow A = 0.3413$

เมื่อ $x_2 = 59 \rightarrow z_2 = \dfrac{59-50}{6} = 1.5 \rightarrow A = 0.4332$



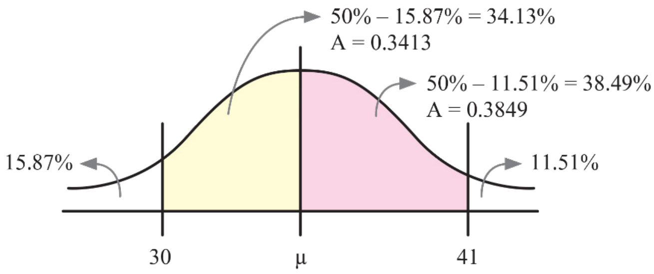
$A_{รวม} = 0.3413 + 0.4332 = 0.7745$

คิดเป็น $0.7745 \times 4,000 = 3,098$

ดังนั้นจะมีทั้งหมดประมาณ 3,098 คน

20. **ตอบ** 3

วิธีทำ



$A = 0.3413 \rightarrow z = 1$ $\quad\therefore$ เมื่อ $x = 30 \rightarrow z = -1$

$A = 0.3849 \rightarrow z = 1.2$ $\quad\therefore$ เมื่อ $x = 41 \rightarrow z = 1.2$

จาก
$$\Delta z = \frac{\Delta x}{\sigma}$$
$$1.2-(-1) = \frac{41-30}{\sigma}$$
$$2.2 = \frac{11}{\sigma}$$
$$\sigma = 5$$

และเมื่อ
$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$
$$-1 = \frac{30-\mu}{5}$$
$$\mu = 35$$