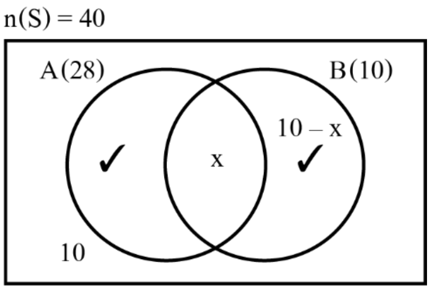
PAT1 และ คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ
โรงเรียนสตรีภูเก็ต
เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

ข้อ 4 **<u>ตอบ</u>** 22

ให้ A = เซตของจำนวนเต็มบวกคู่ $n(A) = 28$

B = เซตของจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 5 ลงตัว $n(B) = 10$



โจทย์ $n(A' \cap B') = 10 \rightarrow n(A \cup B)' = 10$

จาก $n(A \cup B) = n(S) - n(A \cup B)'$

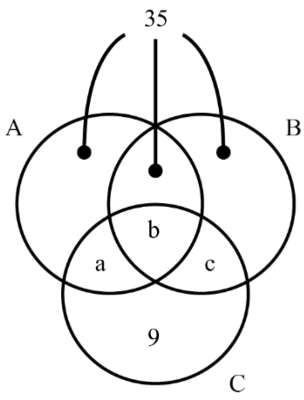
$n(A \cup B) = 40 - 10 \rightarrow n(A \cup B) = 30$

จากแผนภาพ : $30 = 28 + 10 - x$

$x = 8$

$\therefore$ โจทย์ $= 30 - 8 = 22$ *

ข้อ 6 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 2



โจทย์ $n((A \cup B) - C) = 35$ และ $n(C - (A \cup B)) = 9$

จะสามารถเติมแผนภาพได้ดังรูป

ให้ a, b และ c เป็นจำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

จาก $n(A \cup B \cup C) = 100$

จะได้ว่า $35 + a + b + c + 9 = 100$ ดังนั้น $a + b + c = 56$

เนื่องจาก

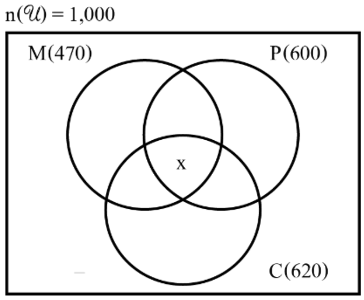
$$n(A \cup B \cup C) = \underbrace{n(A) + n(B) + n(C)}_{199} - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$100 = 199 - n(A \cap B) - (b + c) - (a + b) + b$$

$$n(A \cap B) = 199 - 100 - (a + b + c)$$

$$\therefore \ n(A \cap B) = 99 - 56 = 43$$

ข้อ 7 **ตอบ** 60



ให้ M คือ เซตของคนที่สมัครสอบคณิตศาสตร์

P คือ เซตของคนที่สมัครสอบฟิสิกส์

C คือ เซตของคนที่สมัครสอบเคมี

จากโจทย์จะได้ว่า $(M \cup P \cup C)'$ ไม่มีสมาชิก ดังนั้น $n(M \cup P \cup C) = 1,000$

และ $n((M \cup P) - C) = 380$, $n((P \cup C) - M) = 530$, $n((M \cup C) - P) = 400$

$n(P \cap C) = 270$, $n(M \cap C) = 190$ และ $n(M \cap P) = 290$

ให้ $n(M \cap P \cap C) = x$ ดังรูป

จากแผนภาพ $n(M) = n(M \cup P \cup C) - n((P \cup C) - M)$

$= 1000 - 530$

จะได้ $n(M) = 470$

ในทำนองเดียวกัน $n(P) = n(M \cup P \cup C) - n((M \cup C) - P)$ จะได้ $n(P) = 600$

และ $n(C) = n(M \cup P \cup C) - n((M \cup P) - C)$ จะได้ $n(C) = 620$

เนื่องจาก

$$n(M \cup P \cup C) = n(M) + n(P) + n(C) - n(M \cap P) - n(M \cap C) - n(P \cap C) + n(M \cap P \cap C)$$

$$1000 = 470 + 600 + 620 - 290 - 190 - 270 + x$$

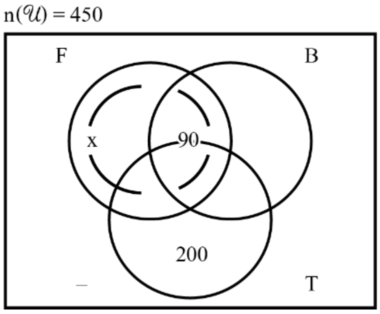
$x = 60$ $\therefore$ มีคนสมัครสอบทั้ง 3 วิชา 60 คน

ข้อ 9 **<u>ตอบ</u>** 240 คน

ให้ F คือ เซตของนักเรียนที่เป็นสมาชิกชมรมฟุตบอล

B คือ เซตของนักเรียนที่เป็นสมาชิกชมรมบาสเกตบอล

T คือ เซตของนักเรียนที่เป็นสมาชิกชมรมเทนนิส



จากโจทย์ จะได้ว่า $(F \cup B \cup T)'$ ไม่มีสมาชิก , $n(B) \le 100$

และจะสามารถเติมแผนภาพได้ดังรูป

ให้ x คือ จำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

จะได้ว่า $n(F) = x + 90$

จากแผนภาพ $n(F \cup B) = n(F \cup B \cup T) - 200$

$$n(F \cup B) = 450 - 200$$

$$n(F \cup B) = 250$$

$$x + n(B) = 250$$

$$n(B) = 250 - x$$

เนื่องจาก $n(B) \le 100 \rightarrow 250 - x \le 100 \rightarrow x \ge 150$

+90 ตลอดอสมการจะได้ $x + 90 \ge 240$

$$n(F) \ge 240$$

$\therefore$ มีนักเรียนที่เป็นสมาชิกชมรมฟุตบอลอย่างน้อย 240 คน

ข้อ 10

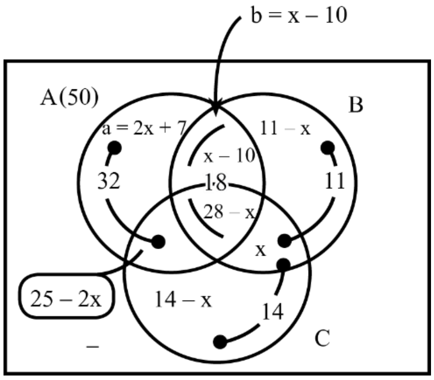
ให้ A คือ เซตของนักเรียนที่ชอบมด

B คือ เซตของนักเรียนที่ชอบหนอน

C คือ เซตของนักเรียนที่ชอบปลวก

โดยนักเรียนแต่ละคนชอบสัตว์อย่างน้อย 1 ชนิด จะได้ $(A \cup B \cup C)'$ ไม่มีสมาชิก

$n(A) = 50$, $n(A \cap B) = 18$, $n(C - A) = 14$, $n(B - A) = 11$



ให้ x คือ จำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

เนื่องจาก $n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$

$50 = n(A - B) + 18$

จะได้ $n(A - B) = 32$

ให้ a คือ จำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

จากมีนักเรียนที่ชอบสัตว์เพียงชนิดเดียว 32 คน

จะได้ $a + 11 - x + 14 - x = 32 \rightarrow a = 2x + 7$

จะทำให้ $n((A \cap C) - B) = 32 - (2x + 7) = 25 - 2x$

ให้ b คือ จำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

จากมีนักเรียนที่ชอบสัตว์เพียงสองชนิด 15 คน

จะได้ $b + (25 - 2x) + x = 15 \rightarrow b = x - 10$

จะทำให้ $n(A \cap B \cap C) = 18 - (x - 10) = 28 - x$

เนื่องจากแต่ละบริเวณต้องมีจำนวนสมาชิก ≥ 0 เสมอ

ดังนั้น $x - 10 \geq 0$ และ $11 - x \geq 0$ ทำให้ $10 \leq x \leq 11$

แสดงว่า x ที่เป็นไปได้ คือ $x = 10$ หรือ $x = 11$

1) มีผู้ที่ชอบสัตว์ทั้ง 3 ชนิดน้อยที่สุด $= 28 - 11 = 17$ คน (เกิดเมื่อ $x = 11$)

2) มีผู้ที่ชอบปลวกเพียงอย่างเดียวได้มากที่สุด $= 14 - 10 = 4$ คน (เกิดเมื่อ $x = 10$)

3) มีผู้ชอบมดและปลวกแต่ไม่ชอบหนอนได้มากที่สุด $= n((A \cap C) - B)$

$= 25 - 2(10)$

$= 5$ คน (เกิดเมื่อ $x = 10$)

ข้อ 12 __ตอบ__ ตัวเลือกที่ 1

$y = f(x) = x^3 - 3x + c$ และ $y = 6 - x$ ตัดกันที่ $x = 2$

เมื่อ $x = 2$, $y = 6 - 2 = 4$ แสดงว่าจุดตัดระหว่างกราฟทั้งสองคือ (2, 4)

จะได้ว่า $f(2) = 4 \rightarrow 4 = 2^3 - 3(2) + c \rightarrow c = 2$

ดังนั้น $f(x) = x^3 - 3x + 2$

และเมื่อ $x + 2$ หาร $f(x)$ จะเหลือเศษ $f(-2)$

$\therefore$ เศษจากการหาร $= f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 2 = 0$

ข้อ 18 __ตอบ__ ตัวเลือกที่ 2

เนื่องจาก $2x^2 + 1 > 0$ เสมอ ดังนั้น $|2x^2 + 1| = 2x^2 + 1$

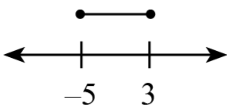
และ $|-x^2 + 2x - 1| = |-(-x^2 + 2x - 1)|$ จากสมบัติที่ว่า $|\Delta| = |-\Delta|$

$= |\underbrace{x^2 - 2x + 1}_{(x-1)^2 \geq 0 \text{ เสมอ}}|$

ดังนั้น $|-x^2 + 2x - 1| = x^2 - 2x + 1$

จากอสมการจะได้ $(2x^2 + 1) - (x^2 - 2x + 1) \leq 15$

$2x^2 + 1 - x^2 + 2x - 1 \leq 15 \rightarrow x^2 + 2x - 15 \leq 0 \rightarrow (x+5)(x-3) \leq 0$



$\therefore$ ในช่วงดังกล่าวมีคำตอบเป็นจำนวนเต็มทั้งหมด 9 จำนวน

ข้อ 19 **ตอบ** 12

A : $\left(\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x+1}\right)^2 = (x+2)^2$ **เงื่อนไข** $x \geq -1$

$x^2 - x + 1 + x + 1 + 2\sqrt{(x^2 - x + 1)(x+1)} = x^2 + 4x + 4$

$2\sqrt{x^3 + 1} = 4x + 2 \rightarrow \left(\sqrt{x^3+1}\right)^2 = (2x+1)^2$

$x^3 + 1 = 4x^2 + 4x + 1$

$x^3 - 4x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(x^2 - 4x - 4) = 0$

$x = 0$ หรือ $x^2 - 4x - 4 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

ดังนั้น $A = \{0,\ 2+2\sqrt{2},\ 2-2\sqrt{2}\}$

B : $\dfrac{(\sqrt{5-x})^3 + (\sqrt{x-3})^3}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}} = 2 \rightarrow \dfrac{\left(\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}\right)\left((\sqrt{5-x})^2 - \sqrt{(5-x)(x-3)} + (\sqrt{x-3})^2\right)}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}} = 2$

$5 - x - \sqrt{(5-x)(x-3)} + x - 3 = 2 \rightarrow -\sqrt{(5-x)(x-3)} = 0$

$x = 5$ หรือ 3 ดังนั้น $B = \{3, 5\}$

จะได้ $A \cup B = \{2 - 2\sqrt{2}\ ,\ 0\ ,\ 3\ ,\ 2 + 2\sqrt{2}\ ,\ 5\}$

$\therefore$ ผลบวกสมาชิกภายในเซต $A \cup B = 12$

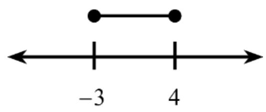
ข้อ 20 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 3

$$\frac{\sqrt{12+x-x^2}}{x-11} \geq \frac{\sqrt{12+x-x^2}}{2x-9}$$

เงื่อนไข $x-11 \neq 0$ และ $2x-9 \neq 0$ และ $12+x-x^2 \geq 0$

$x \neq 11$ และ $x \neq \frac{9}{2}$ และ $x^2-x-12 \leq 0$

$(x-4)(x+3) \leq 0$



$x \neq 11 \quad \cap \quad x \neq \frac{9}{2} \quad \cap \quad -3 \leq x \leq 4$

จะได้เงื่อนไข คือ $-3 \leq x \leq 4$

เนื่องจาก $\sqrt{12+x-x^2} \geq 0$ เสมอ

จะได้ **กรณี** $\sqrt{12+x-x^2} = 0 \rightarrow 12+x-x^2 = 0 \rightarrow x^2-x-12 = 0$

$(x-4)(x+3) = 0 \rightarrow x = -3, 4$

กรณี $\sqrt{12+x-x^2} > 0$

หารตลอดอสมการด้วย $\sqrt{12+x-x^2}$

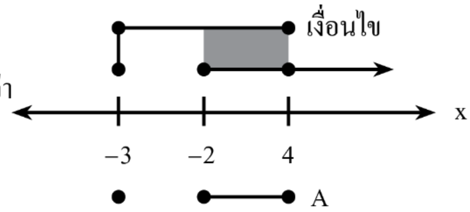
จะได้ $\frac{1}{x-11} \geq \frac{1}{2x-9}$ เนื่องจาก $-3 \leq x \leq 4$ (เงื่อนไข)

พบว่า $x-11 < 0$ และ $2x-9 < 0$ (เป็นจำนวนจริงลบเสมอในช่วง $-3 \leq x \leq 4$)

ดังนั้น $2x-9 \geq x-11$

$x \geq -2$

แสดงว่า



จะได้ $A = \{-3\} \cup [-2, 4]$

จากโจทย์ $A \cap B' = A - B$ (เอาใน A ที่ไม่ซ้ำกับ B)

แสดงว่า สำหรับ x ตัวใด ที่ $x \in A$ แต่ $x \notin B$ แล้ว $x \in A - B$

ลองแทน $x = -3$ ใน $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} < \sqrt{5-2x}$

พบว่า $\sqrt{-3+2} - \sqrt{3-(-3)} < \sqrt{5-2(-3)}$ อสมการไม่เป็นจริง

จะได้ว่า $-3 \in A$ แต่ $-3 \notin B$ ดังนั้น $-3 \in A - B$ แน่ๆ

และ $A - B$ จะเป็นสับเซตของเซตในข้อใด เซตนั้นจะต้องมี -3 เป็นสมาชิกด้วยเช่นกัน

แทน $x = -3$ ในแต่ละตัวเลือก พบว่า $x = -3$ ทำให้อสมการในตัวเลือกที่ 3 เป็นจริง

เพียงข้อเดียว

ดังนั้น $A - B \subset \{x \in \mathbb{R} \mid |x+1| \le 5\}$

ข้อ 21 <u>**ตอบ**</u> 20 เซนติเมตร

ให้กระเป๋ากว้าง x dm , ยาว 2x dm และ สูง $11-3x$ dm โดย $x > 0$

ต้องการให้ปริมาตรกระเป๋า $\ge 40\ \text{cm}^3$

จะได้ $(x)(2x)(11-3x) \ge 40$

$$11x^2 - 3x^3 \ge 20$$

$$3x^3 - 11x^2 + 20 \le 0$$

$$(x-2)(3x^2 - 5x - 10) \le 0$$

ให้ $P(x) = 3x^3 - 11x^2 + 20$

ลองแทน $x = 2$ ในสมการพบว่า $P(2) = 0$

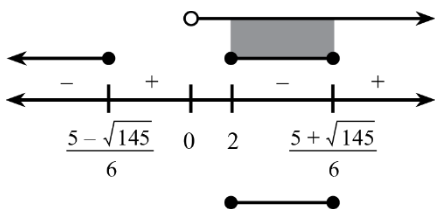
ดังนั้น $x - 2$ เป็นตัวประกอบของ $P(x)$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 3 & -11 & 0 & 20 \\ & & 6 & -10 & -20 \\ \hline & \underline{\underline{3}} & \underline{\underline{-5}} & \underline{\underline{-10}} & 0 \end{array}$$

จะได้ $3x^3 - 11x^2 + 20 = (x-2)(3x^2 - 5x - 10)$

เมื่อ $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

เมื่อ $3x^2 - 5x - 10 = 0 \rightarrow x = \dfrac{5+\sqrt{145}}{6}, \dfrac{5-\sqrt{145}}{6}$

จะได้ 

แสดงว่า $2 \le x \le \dfrac{5+\sqrt{145}}{6}$

$\therefore$ กระเป๋าเดินทางกว้างอย่างน้อย 2 เดซิเมตร ซึ่งคิดเป็น 20 เซนติเมตร

ข้อ 23 __ตอบ__ ตัวเลือกที่ 1

x คือ จำนวนสินค้าที่ผลิต (หน่วย : ร้อยชิ้น)

ฟังก์ชันกำไร $P(x) = ax^2 + bx + c$ (หน่วย : พันบาท)

จากโจทย์ $P(0) = -5 \rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = -5 \rightarrow c = -5$

$P(1) = 0$ (เท่าทุน) $\rightarrow a(1)^2 + b(1) - 5 = 0 \rightarrow a + b = 5$ ——(1)

$P(2) = 3 \rightarrow a(2)^2 + b(2) - 5 = 3 \rightarrow 2a + b = 4$ ——(2)

$(2) - (1)$ จะได้ $a = -1$ และ $b = 6$

ดังนั้น $P(x) = -x^2 + 6x - 5$

เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด โรงงานจะต้องผลิตสินค้า $= x$ ที่จุดยอด $= -\frac{6}{2(-1)} = 3$ ร้อยชิ้น

$\therefore$ ตัดผลิต 300 ชิ้น เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด

ข้อ 25 __ตอบ__ ตัวเลือกที่ 4

จากข้อ 24 จะได้ว่าฟังก์ชันกำไร $= -2x^2 + 120x - 1600$ (หน่วย : บาท)

ในวันที่ 1 เมื่อผลิตขนมปัง 25 ก้อน

จะได้กำไร $= -2(25)^2 + 120(25) - 1600 = 150$ บาท

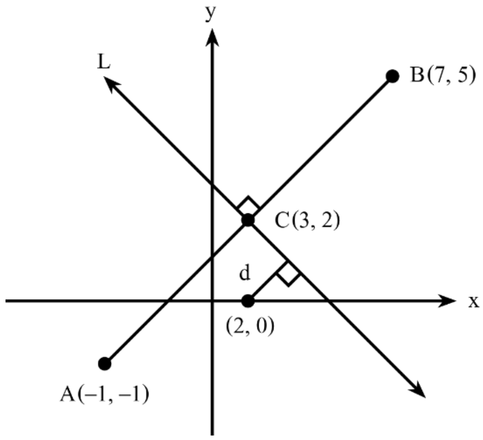
ในวันที่ 2 ผลิตขนมปัง 30 ก้อน และจ้างคน 1 คน ทำให้ต้นทุนเพิ่ม 100 บาท

ดังนั้น กำไรในวันที่ 2 = $(-2(30)^2 + 120(30) - 1600) - 100$

$= 100$ บาท

$\therefore$ ในวันที่ 2 กำไรลดลง 50 บาท เมื่อเทียบกำไรจากการขายในวันที่ 1

ข้อ 27 <u>**ตอบ**</u> ตัวเลือกที่ 1



ให้ A คือ จุด $(-1,-1)$

B คือ จุด $(7, 5)$

เนื่องจากทุกจุดบนเส้นตรง L

อยู่ห่างจากจุด A และจุด B เป็นระยะทางเท่ากัน

แสดงว่า L จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดกึ่งกลาง

ระหว่าง A และ B แน่ๆ และ L จะตั้งฉากกับ $\overline{AB}$

ให้ C เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง $\overline{AB}$ จะได้ $C\left(\frac{-1+7}{2}, \frac{-1+5}{2}\right)$ ดังนั้น C(3, 2)

และเนื่องจาก L ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ทำให้ $m_L \cdot m_{AB} = -1$

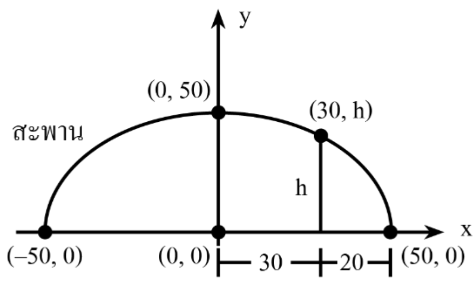
$$m_L\left(\frac{5-(-1)}{7-(-1)}\right) = -1 \rightarrow m_L = -\frac{4}{3}$$ ดังนั้น $L : 4x+3y-18 = 0$

3 2 (ผ่านจุด (3, 2))

จะได้ว่า $d = \frac{|4(2)+3(0)-18|}{\sqrt{4^2+3^2}} \rightarrow d = \frac{|-10|}{5} \rightarrow d = 2$

$\therefore$ ระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับจุด (2, 0) เท่ากับ 2 หน่วย

ข้อ 29 <u>**ตอบ**</u> 32 เมตร



เสียบแกน x และ แกน y ที่จุดกึ่งกลางสะพานดังรูป

จะได้ว่าพาราโบลาคว่ำดังกล่าวมีจุดยอดคือ (0, 50)

ดังนั้น สมการพาราโบลาคือ $(x-0)^2 = -4c(y-50)$

จะได้ $\frac{x^2}{y-50} = -4c$

กราฟผ่านจุด (30, h) จะได้ว่า $\frac{30^2}{h-50} = -4c$ ——(1)

กราฟผ่านจุด (50, 0) จะได้ว่า $\frac{50^2}{0-50} = -4c$ ——(2)

พบว่า (1) = (2) ดังนั้น $\frac{30^2}{n-50} = \frac{50^2}{-50} \rightarrow h = 32$

$\therefore$ ภูมิจะอยู่สูงจากพื้นดิน 32 เมตร

ข้อ 30 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 1

พาราโบลามี $y = 3$ เป็นแกนสมมาตร แสดงว่า พาราโบลาเปิดตามแนวแกน x แน่ๆ

และจุดยอดของพาราโบลาอยู่บนแกนสมมาตรเสมอ

ดังนั้น ค่า y ที่จุดยอด $= 3$

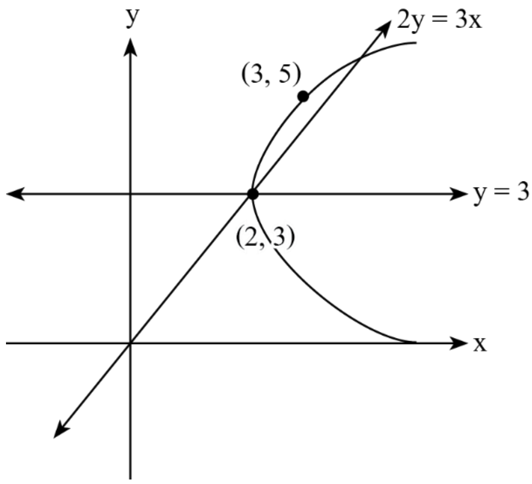
และจุดยอดพาราโบลาอยู่บน $2y = 3x$

แทน $y = 3$ ในสมการ : $2(3) = 3x \rightarrow x = 2$

แสดงว่าจุดยอดพาราโบลา คือ (2, 3)

เนื่องจากพาราโบลาผ่านจุด (3, 5)

แสดงว่าพาราโบลาเปิดขวาแน่ๆ



สมการพาราโบลา P : $(y-3)^2 = 4c(x-2)$

ผ่านจุด (3, 5) : $(5-3)^2 = 4c(3-2)$

$4c = 4$

ดังนั้น P : $(y-3)^2 = 4(x-2)$

$\therefore$ สมการพาราโบลา P : $y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$

ข้อ 33 **ตอบ** 36

สมการไฮเพอร์โบลา $H : 5x^2 - 4y^2 - 10x - 16y = 31$

$$5x^2 - 10x - 4y^2 - 16y = 31$$

$$5(x^2 - 2x + 1^2) - 4(y^2 + 4y + 2^2) = 31 + 5(1^2) - 4(2^2)$$

$$5(x-1)^2 - 4(y+2)^2 = 20$$

$$\div 20 : \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{5} = 1$$

ไฮเพอร์โบลาลู่ x มีจุดศูนย์กลาง คือ $(1, -2)$

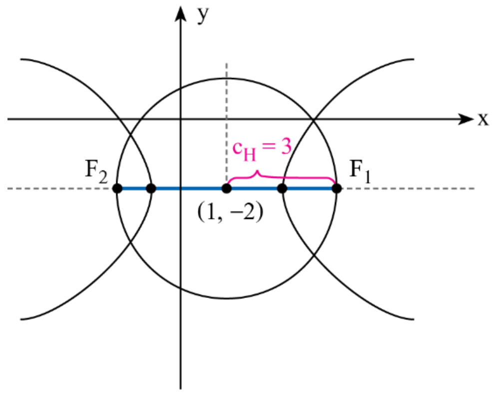
มี $a_H^2 = 4$ และ $b_H^2 = 5$

จาก $c_H^2 = a_H^2 + b_H^2$ จะได้ $c_H^2 = 4+5$ ดังนั้น $c_H^2 = 9$ และ $c_H = 3$

วงกลมมีเส้น $\overline{F_1F_2}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

แสดงว่าจุดศูนย์กลางวงกลมและจุดศูนย์กลางไฮเพอร์โบลา

เป็นจุดเดียวกันและมีรัศมี $= 3$ ดังนั้น



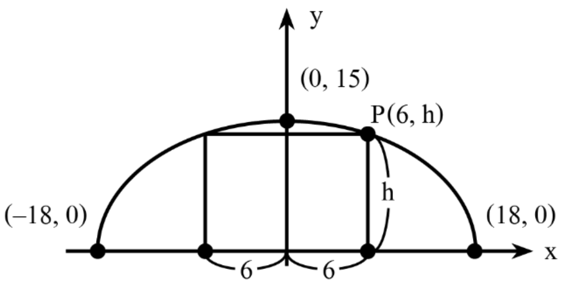
$C : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 3^2$

$C : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

จะได้ว่า $a = -2$, $b = 4$, $c = -4$

$\therefore\ a^2 + b^2 + c^2 = (-2)^2 + 4^2 + (-4)^2 = 36$

ข้อ 34 **ตอบ** $10\sqrt{2}$ ft



กำหนดให้ ความสูงของรถบรรทุก คือ h ดังรูป

จากรูป วงรี มี $a = 18$ และ $b = 15$

มีจุดศูนย์กลางคือ (0, 0) โดยเป็นวงรีไข่นอน

สมการวงรี คือ $\frac{x^2}{18^2} + \frac{y^2}{15^2} = 1$

วงรีผ่านจุด P(6, h) จะได้ว่า $\frac{6^2}{18^2} + \frac{h^2}{15^2} = 1 \rightarrow \frac{h^2}{15^2} = 1 - \frac{1}{9}$

$\frac{h^2}{15^2} = \frac{8}{9} \rightarrow \frac{h}{15} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ดังนั้น $h = 10\sqrt{2}$

$\therefore$ รถบรรทุกที่สูงที่สุดที่สามารถผ่านอุโมงค์ได้จะสูง $10\sqrt{2}$ ft

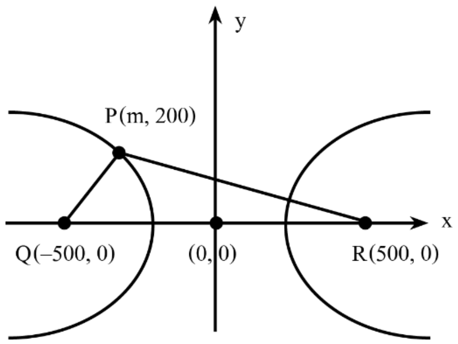
ข้อ 35 **<u>ตอบ</u>** $\left(-450\sqrt{\frac{35}{19}}\ ,\ 200\right)$

หอควบคุมทั้ง 2 อยู่ที่จุด $Q(-500,\ 0)$ และ $R(500,\ 0)$

โดยหอควบุคมแต่ละหอจะส่งสัญญาณวิทยุไปยังเรือ (ความเร็วของสัญญาณ $= 300\frac{m}{\mu s}$)

และเรือจะได้รับสัญญาณจากหอควบคุม Q ก่อนหอควบคุม R อยู่ $3\ \mu s$

ให้เรืออยู่ที่ตำแหน่ง P ดังรูป



แสดงว่า เรือจะอยู่ใกล้หอ Q มากกว่าหอ R

และ $PR - PQ = 300\frac{m}{\mu s}\times 3\ \mu s$

$PR - PQ = 900\ m$ (สอดคล้องกับนิยามไฮเพอร์โบลา)

โดยไฮเพอร์โบลา มี R และ Q เป็นจุดโฟกัสดังรูป

ทำให้ $c = 500$ และ $2a = 900 \rightarrow a = 450$

และจาก $b^2 = c^2 - a^2$ จะได้ $b^2 = 500^2 - 450^2 \rightarrow b^2 = 50(950)$

สมการไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{x^2}{450^2} - \frac{y^2}{50(950)} = 1$

และสมการของตำแหน่งเรือที่เป็นไปได้คือ $\frac{x^2}{450^2} - \frac{y^2}{50(950)} = 1$ (กิ่งซ้าย)

ถ้าเรืออยู่ห่างจากฝั่งเป็นระยะ 200 m

ให้เรืออยู่ในตำแหน่ง $P(m,\ 200)$ ดังรูป

จะได้ว่า $\frac{m^2}{450^2} - \frac{200^2}{50(950)} = 1 \rightarrow m^2 = 450^2\left(\frac{35}{19}\right) \rightarrow m = 450\sqrt{\frac{35}{19}}\ ,\ -450\sqrt{\frac{35}{19}}$

ดังนั้น ตำแหน่งของเรือคือ $P\left(-450\sqrt{\frac{35}{19}}\ ,\ 200\right)$

ข้อ 39 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 5

$$-\frac{\pi}{2} < x < 0 \rightarrow x \in Q_4$$

$$\cos x + \sin x = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{5}} - \sin x \qquad \text{———} (1)$$

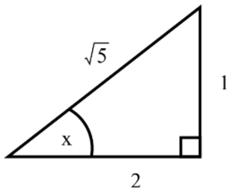
จาก $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \sin x\right)^2 = 1$

$$\sin^2 x + \frac{1}{5} - \frac{2}{\sqrt{5}}\sin x + \sin^2 x = 1 \rightarrow 2\sin^2 x - \frac{2}{\sqrt{5}}\sin x - \frac{4}{5} = 0$$

$$\sin^2 x - \frac{1}{\sqrt{5}}\sin x - \frac{2}{5} = 0 \rightarrow (\sin x - \frac{2}{\sqrt{5}})(\sin x + \frac{1}{\sqrt{5}}) = 0$$

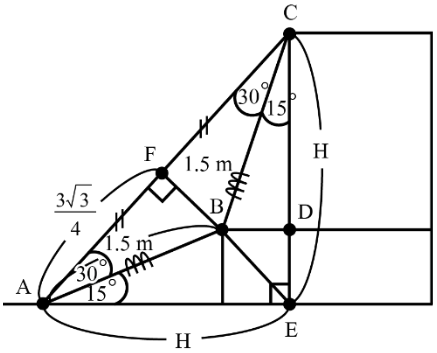
$$\sin x = \cancel{\frac{2}{\sqrt{5}}}, \ -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

เพราะ $x \in Q_4$



$$\therefore \ \tan x - \cot x = \left(-\frac{1}{2}\right) - (-2) = \frac{3}{2}$$

ข้อ 43 <u>**ตอบ**</u> ตัวเลือกที่ 5



ให้ $CE = H$ เมตร

เมื่อขึงลวดจาก C ไปยังจุด A จะทำมุม 45° กับ $\overline{CD}$

และจะได้ว่า $CAE = 45^\circ$

ทำให้ $AE = CE = H$

จากเส้น $\overline{EF}$ ตั้งฉาก $\overline{AC}$ และจะแบ่งครึ่ง $\overline{AC}$ ที่จุด F

จากรูปจะได้ว่า ΔBFA เป็น Δ มุมฉาก และ $AF = 1.5\cos 30^\circ \rightarrow AF = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

ทำให้ $AC = 2AF \rightarrow AC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

จาก ΔAEC เป็น Δ มุมฉาก และ $H = AC\sin 45^\circ \rightarrow H = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow H = \dfrac{3\sqrt{6}}{4}$

$\therefore$ จุด C อยู่สูงจากพื้นราบ $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ เมตร

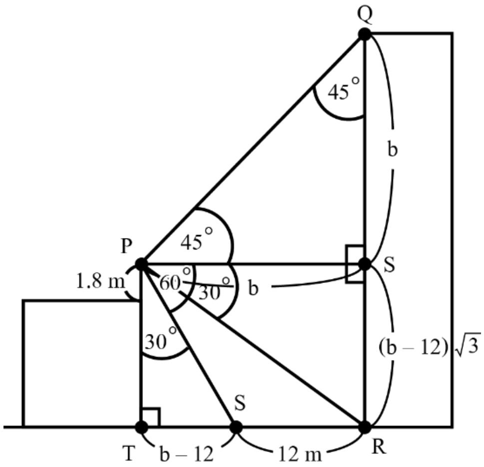
วิธีที่ 2 จากรูป $AB = BC = 1.5$ m

จะได้ว่า $H = 1.5\sin 15^\circ + 1.5\cos 15^\circ$

$$H = 1.5\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)$$

$H = \dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ $\therefore$ จุด C อยู่สูงจากพื้นราบ $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ เมตร

ข้อ 44 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 2



ให้ $QS = b$ เมตร

จะได้ $PS = b$ เมตร และ $TS = b$ เมตร

ทำให้ $TS = b-12$ เมตร

พิจารณา ΔPST จะได้ว่า

$\cot 30^{\circ} = \dfrac{PT}{b-12} \rightarrow PT = (b-12)\sqrt{3}$

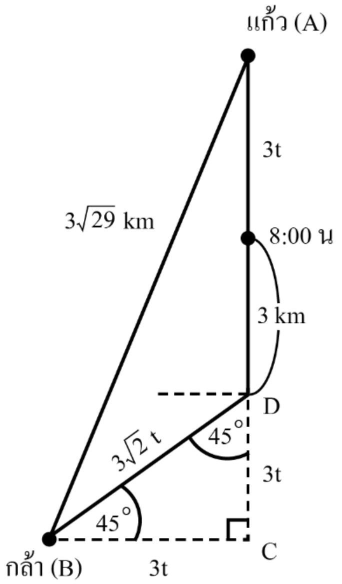
ทำให้ $SR = (b-12)\sqrt{3}$ เมตร

และเมื่อพิจารณา ΔRSP จะได้ว่า $\tan 30^{\circ} = \dfrac{(b-12)\sqrt{3}}{b}$

จะได้ $\dfrac{1}{3} = \dfrac{(b-12)\sqrt{3}}{b} \rightarrow b = 3b-36 \rightarrow 2b = 36 \rightarrow b = 18$ เมตร

$\therefore$ ตึกสองสูงกว่าตึกหนึ่งเท่ากับ $18+1.8 = 19.8$ เมตร

ข้อ 45 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 3



แก้วออกเดินตั้งแต่ 7:00 น. ไปทางเหนือ

ด้วยอัตราเร็ว $3\ \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ผ่านไป 1 ชั่วโมง เดินได้ 3 km

กล้าจึงเริ่มออกเดินไปทางทิศตะวันตกเฉียงใต้

ด้วยอัตราเร็ว $3\sqrt{2}\ \frac{\text{km}}{\text{hr}}$

ให้แต่ละคนเดินไปอีกเป็นเวลา t ชั่วโมง

แก้วจะเดินได้ 3t กิโลเมตร

และกล้าจะเดินได้ $3\sqrt{2}\ t$ กิโลเมตร ดังรูป

ทิศตะวันตกเฉียงใต้จะทำมุม 45° กับทิศใต้ จะสามารถวาดได้ดังรูป

ทำให้ $CD = CB = 3\sqrt{2}\ t \sin 45^\circ$ ดังนั้น $CD = CB = 3t$

พิจารณารูป ΔABC จากพิทาโกรัส จะได้ว่า $BC^2 + CA^2 = AB^2$

$(3t)^2 + (6t+3)^2 = (3\sqrt{29})^2 \rightarrow 9t^2 + 9(4t^2+4t+1) = 9(29)$

$t^2 + 4t^2 + 4t + 1 = 29 \rightarrow 5t^2 + 4t - 28 = 0 \rightarrow (5t+14)(t-2) = 0$

$t = \cancel{-\frac{14}{5}}, 2$ ดังนั้น $t = 2$ ชั่วโมง

(อีก 2 ชั่วโมงนับจาก 8:00 น. ทั้ง 2 คนจะห่างกัน $3\sqrt{29}$ km)

$\therefore$ ทั้ง 2 คน จะอยู่ห่างกันเป็นระยะ $3\sqrt{29}$ km เวลา 10:00 น.

ข้อ 46 <u>**ตอบ**</u> 3030

เนื่องจาก $i + 5i^5 + 9i^9 + ... + 2017i^{2017} = i + 5i + 9i + ... + 2017i$

$$= i[\underbrace{1+5+9+\overset{d\,=\,4}{\cdots\cdots}+2017}_{505\text{ พจน์}}]$$

$$= i\left[\frac{505}{2}(2018)\right]$$

ในทำนองเดียวกัน

$$2i^2 + 6i^6 + 10i^{10} + ... + 2018i^{2018} = (-1)\left[\frac{505}{2}(2020)\right]$$

$$3i^3 + 7i^7 + 11i^{11} + ... + 2019i^{2019} = (-i)\left[\frac{505}{2}(2022)\right]$$

$$4i^4 + 8i^8 + 12i^{12} + ... + 2020i^{2020} = (1)\left[\frac{505}{2}(2024)\right]$$

จากโจทย์

$1010 + i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + 5i^5 + ... + 2020i^{2020}$

$$= 1010 + (i)\left[\frac{505}{2}(2018)\right] + (-1)\left[\frac{505}{2}(2020)\right] + (-i)\left[\frac{505}{2}(2022)\right] + (1)\left[\frac{505}{2}(2024)\right]$$

$$= 1010 - i(1010) + 1010 = 2020 - 1010i$$

จะได้ $a = 2020 , b = -1010$ $\therefore a - b = 2020 - (-1010) = 3030$

ข้อ 47 <u>**ตอบ**</u> ตัวเลือกที่ 4

ให้ $z = a + bi$

$z-(1+i) = a+bi-1-i = (a-1)+(b-1)i$ เป็นจำนวนจินตภาพแท้

$a-1 = 0 \rightarrow \boxed{a = 1} \rightarrow z = 1+bi$

$z^2 - 2(1+i)^2 = (1+bi)^2 - 2(2i) = 1+2bi-b^2-4i$

$= (1-b^2)+(2b-4)i$ เป็นจำนวนจริง $2b-4 = 0 \rightarrow \boxed{b = 2}$

$\therefore z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 1+4 = 5$

ข้อ 48 **<u>ตอบ</u>** 5

ให้ $z = a+bi$ จะได้ว่า

$$(2z-1)(1+i)+(\overline{z}+1)(1-i) = 2-2i$$

$$(2a+2bi-1)(1+i)+(a-bi+1)(1-i) = 2-2i$$

$$\big((2a-1)+2bi\big)(1+i)+\big((a+1)-bi\big)(1-i) = 2-2i$$

$$[(2a-1-2b)+(2a-1+2b)i]+[(a+1-b)-(a+1+b)i] = 2-2i$$

$$(3a-3b)+(a+b-2)i = 2-2i$$

ดังนั้น $3a-3b = 2$ —— (1)

$a+b-2 = -2$

$a+b = 0$ —— (2)

จาก (1) และ (2) จะได้ $a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{1}{3}$

$$z = \frac{1}{3}-\frac{1}{3}i$$

$$3z = 1-i$$

$$3z+1 = 2-i$$

$$\therefore \quad |3z+1|^2 = 2^2+(-1)^2 = 5$$

ข้อ 49 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 3

$$(\overline{z})^2|z|^2+2(\overline{z})^3+z+2 = 0$$

$$(\overline{z})^2(z\overline{z})+2(\overline{z})^3+z+2 = 0 \ , \ |z|^2 = z\overline{z}$$

$$(\overline{z})^3z+2(\overline{z})^3+z+2 = 0$$

$$(\overline{z})^3(z+2)+(z+2) = 0$$

$$(z+2)\Big[(\overline{z})^3+1\Big] = 0$$

กรณีที่ 1 $z+2 = 0 \rightarrow z = -2$

กรณีที่ 2 $(\overline{z})^3+1 = 0 \rightarrow \overline{(z^3)} = -1 \rightarrow \overline{\overline{(z^3)}} = \overline{-1}$

$$z^3 = -1 \rightarrow z = -1\ ,\ \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\ ,\ \boxed{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

ข้อ 50 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 4

ให้ $z = a + bi$

$|z+1| = |z+i| \rightarrow |a+bi+1| = |a+bi+i| \rightarrow |(a+1)+bi| = |a+(b+1)i|$

$|(a+1)+bi|^2 = |a+(b+1)i|^2 \rightarrow (a+1)^2 + b^2 = a^2 + (b+1)^2$

$a^2 + 2a+1+b^2 = a^2 + b^2 + 2b+1 \rightarrow a = b$ ดังนั้น $z = a+bi = a+ai$

$|z-2+i| = |z+2-2i| \rightarrow |a+ai-2+i| = |a+ai+2-2i|$

$|(a-2)+(a+1)i| = |(a+2)+(a-2)i|$

$|(a-2)+(a+1)i|^2 = |(a+2)+(a-2)i|^2$

$(a-2)^2 + (a+1)^2 = (a+2)^2 + (a-2)^2$

$a^2 + 2a+1 = a^2 + 4a+4 \rightarrow a = -\frac{3}{2} \rightarrow z = a+ai = -\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i$

$\therefore \ |2z|^2 = \left|2(-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i)\right|^2 = |-3-3i|^2 = (-3)^2 + (-3)^2 = 18$

ข้อ 52 **<u>ตอบ</u>** 1553

$$z_1 = \left(1-\frac{1}{1+i}\right)^{2020} = \left(1-\frac{(1-i)}{2}\right)^{2020}$$

$$= \left(\frac{1}{2}+\frac{i}{2}\right)^{2020} \begin{cases} r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \theta \in Q_1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$z_1 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{cis}\frac{\pi}{4}\right]^{2020} \rightarrow z_1 = \frac{1}{2^{1010}}\operatorname{cis}505\pi$$

$$z_1 = \frac{1}{2^{1010}}(\cos 505\pi + i\sin 505\pi) \rightarrow z_1 = -\frac{1}{2^{1010}}$$

$$z_2 = \left(\frac{5+3\sqrt{3}\,i}{1-2\sqrt{3}\,i}\right)^{543} = \left(\frac{-13+13\sqrt{3}\,i}{13}\right)^{543}$$

$$= (-1+\sqrt{3}\,i)^{543} \begin{cases} r = 2 \\ \theta \in Q_2 \rightarrow \tan\theta = -\sqrt{3} \rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$z_2 = \left(2\operatorname{cis}\frac{2\pi}{3}\right)^{543} = 2^{543}\operatorname{cis}\left(\frac{2\pi}{3}(543)\right)$$

$$z_2 = 2^{543}\operatorname{cis}(362\pi) \rightarrow z_2 = 2^{543}(\cos 362\pi + i\sin 362\pi)$$

$$z_2 = 2^{543}$$

ดังนั้น $\frac{z_2}{z_1} = \frac{2^{543}}{-\frac{1}{2^{1010}}} \rightarrow \frac{z_2}{z_1} = -2^{1553} \rightarrow \frac{z_2}{z_1}+2^{1553} = 0$

$\therefore$ $n = 1553$

ข้อ 53 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 2

$z_1 = \text{cis}\frac{\pi}{5}$ เป็นรากที่ 10 ของ z

รากที่ 10 ของ z แต่ละรากที่ติดกันจะทำมุม $\frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

ดังนั้น รากทั้ง 10 ของ z คือ

$$z_1 = \text{cis}\frac{\pi}{5} \quad , \quad z_2 = \text{cis}\frac{2\pi}{5} \quad , \quad z_3 = \text{cis}\frac{3\pi}{5} \quad , \quad z_4 = \text{cis}\frac{4\pi}{5} \quad , \quad z_5 = \text{cis}\,\pi$$

$$z_6 = \text{cis}\frac{6\pi}{5} \quad , \quad z_7 = \text{cis}\frac{7\pi}{5} \quad , \quad z_8 = \text{cis}\frac{8\pi}{5} \quad , \quad z_9 = \text{cis}\frac{9\pi}{5} \quad , \quad z_{10} = \text{cis}\,2\pi = \text{cis}\,0$$

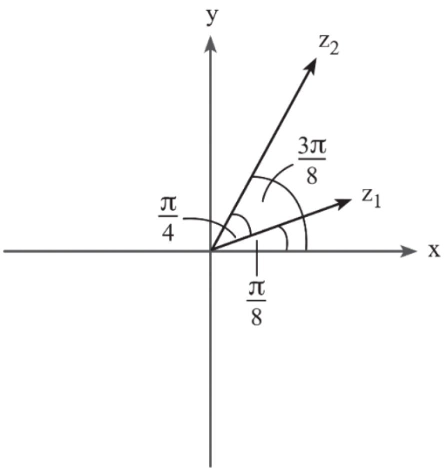
$\therefore$ ในตัวเลือกจะพบว่า $\text{cis}\frac{\pi}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ไม่ใช่รากที่ 10 ของจำนวนเชิงซ้อน z

ข้อ 54 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 1

$$z_1 = \sqrt{2}\text{cis}\frac{\pi}{8} \rightarrow |z_1| = \sqrt{2} \quad , \quad \text{Arg}(z_1) = \frac{\pi}{8}$$

$$z_2 = 3\text{cis}\frac{3\pi}{8} \rightarrow |z_2| = 3 \quad , \quad \text{Arg}(z_2) = \frac{3\pi}{8}$$

มุมระหว่าง z_1 และ z_2 คือ $\frac{\pi}{4}$



จากความรู้เรื่องเวกเตอร์จะได้ว่า

$$|z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2|z_1||z_2|\cos\frac{\pi}{4}$$

$$= (\sqrt{2})^2 + (3)^2 - 2(\sqrt{2})(3)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$|z_1 - z_2|^2 = 2 + 9 - 6 = 5$$

$$\therefore \quad |z_1 - z_2| = \sqrt{5}$$

ข้อ 55 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 5

โจทย์กำหนด $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 5 = 0$

มี $1+2i$ เป็นคำตอบของสมการ จากทฤษฎีบทคู่คอนจุเกตจะได้ว่า $1-2i$ เป็นคำตอบของสมการด้วย และเนื่องจากสัมประสิทธิ์หน้า x^4 เท่ากับ 1 ทำให้ทราบว่าคำตอบที่เหลืออีก 2 คำตอบต้องเป็นจำนวนเต็มแน่นอน

ให้คำตอบที่เหลือมีค่าเป็น m และ n

จากสูตรของวีตจะได้ว่า
$$\begin{aligned}(1+2i)(1-2i)(m)(n) &= -5\\ (5)(m)(n) &= -5\\ (m)(n) &= -1\end{aligned}$$

จะได้ว่า $m = 1$, $n = -1$ จากทฤษฎีบทตัวประกอบจะได้ว่า
$$\begin{aligned}P(x) &= [x-(1+2i)][x-(1-2i)](x-1)(x+1)\\ \therefore\ P(2) &= [2-(1+2i)][2-(1-2i)](2-1)(2+1)\\ &= (1-2i)(1+2i)(1)(3) = (5)(1)(3) = 15\end{aligned}$$

ข้อ 56 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 2

$$9^x + 6^x - 2^{2x+1} = 0$$

$$(3^x)^2 + (3^x)(2^x) - 2(2^x)^2 = 0$$

$$(3^x - 2^x)(\underbrace{3^x + 2\cdot 2^x}_{>0\text{ แน่ๆ เพราะ } 3^x>0,\ 2^x>0}) = 0$$

จะได้ $3^x = 2^x \rightarrow x = 0$ ทำให้ $A = \{0\}$

$$B = \{2^x / x \in A\} = \{2^0\}$$

$$B = \{1\}$$

$\therefore$ ผลบวกสมาชิกภายใน $B = 1$

ข้อ 57 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 2

$(2^2)^{|3x-1|}-16 = 6(2^{|3x-1|})$, ให้ $A = 2^{|3x-1|}$

จะได้ $A^2-6A-16 = 0$

$$(A-8)(A+2) = 0$$

$$A = 8, -2$$

$$2^{|3x-1|} = 8, -2$$ ใช้ไม่ได้

$$|3x-1| = 3$$

$$3x-1 = 3, -3$$

$$3x = 4, -2$$

$$x = \frac{4}{3}, -\frac{2}{3}$$

$\therefore$ ผลบวกคำตอบ $= \frac{4}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$

ข้อ 60 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 1

$$x^{\log_5 x^2} = \frac{25}{x^3}$$

$$\log_5 x^{2\log_5 x} = \log_5\left(\frac{25}{x^3}\right)$$

$$(2\log_5 x)(\log_5 x) = \log_5 25-\log_5 x^3$$

$$2(\log_5 x)^2 = 2-3\log_5 x$$

$$2(\log_5 x)^2+3\log_5 x-2 = 0$$

$$(2\log_5 x-1)(\log_5 x+2) = 0$$

$$\log_5 x = \frac{1}{2}, -2$$

$$x = 5^{\frac{1}{2}}, 5^{-2} = \sqrt{5}, \frac{1}{25}$$

ตรวจคำตอบแล้วใช้ได้ทั้งคู่

$\therefore$ ผลคูณคำตอบ $= \frac{\sqrt{5}}{25}$

ข้อ 61 **ตอบ** 0.5

จาก $(\sqrt{2})^{\log_2 x} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_2 x} = \left(2^{\log_2 x}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

จากโจทย์ $\log_2\left[2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - 4^{\log 8}\right] = \sqrt{x}$

$$\begin{aligned}
2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - (2^2)^{\log 2^3} &= 2^{\sqrt{x}} \\
(2x)^{\log x} &= 2^{6\log 2} \\
\log(2x)^{\log x} &= \log 2^{6\log 2} \\
(\log x)(\log(2x)) &= 6\log 2(\log 2) \\
(\log x)(\log 2 + \log x) - 6(\log 2)^2 &= 0 \\
(\log x)^2 + (\log 2)(\log x) - 6(\log 2)^2 &= 0 \\
(\log x - 2\log 2)(\log x + 3\log 2) &= 0 \\
\log x &= 2\log 2\ ,\ -3\log 2 \\
\log x &= \log 2^2\ ,\ \log 2^{-3} \\
\therefore \quad x &= 2^2\ ,\ 2^{-3} = 4\ ,\ \frac{1}{8}
\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบแล้วใช้ได้ทั้งคู่ ดังนั้น $A = \left\{4\ ,\ \frac{1}{8}\right\}$

$\therefore$ ผลคูณของสมาชิกทั้งหมดใน A คือ $4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

ข้อ 62 **ตอบ** 10

$f(2) = 1 \rightarrow 1 = \log_a 2 \rightarrow a = 2$

$g(1) = 2 \rightarrow 2 = \log_2(1-b) \rightarrow b = -3$

$h(1) = 5 \rightarrow 5 = \log_2 1 + c \rightarrow c = 5$

ดังนั้น $13a - 2b = 32$ และ $h(x) = \log_2 x + 5$

จะได้
$$\begin{aligned}
h(13a-2b) &= h(32) \\
&= \log_2(32) + 5 \\
&= \log_2 2^5 + 5 \\
&= 5\log_2 2 + 5 \\
&= 5 + 5
\end{aligned}$$

$\therefore \ h(13a-2b) = 10$

ข้อ 63 **<u>ตอบ</u>** 9

$x+\log_3 y = 3 \rightarrow \log_3 y = 3-x \rightarrow y = 3^{3-x}$

$y = \frac{3^3}{3^x} \rightarrow 3^x = \frac{27}{y}$ แทนในสมการ $(2y^2-y+12)(3^x) = 81y$

จะได้ $(2y^2-y+12)\left(\frac{27}{y}\right) = 81y$

$$2y^2-y+12 = 3y^2$$

$$y^2+y-12 = 0$$

$$(y+4)(y-3) = 0$$

$$y = \cancel{-4}, 3$$

เพราะ $y > 0$

เมื่อ $y = 3$ จะได้ $x = 2$

ดังนั้น $\frac{2^{x+y}+4}{2^y-2^x} = \frac{2^{2+3}+4}{2^3-2^2}$ $\quad \therefore \frac{2^{x+y}+4}{2^y-2^x} = \frac{36}{4} = 9$

ข้อ 64 **ตอบ** 5

$$x\log_2 3+\log_2 y = y+\log_2 \frac{3x}{2} \quad \text{โดย} \quad x, y > 0$$

$$\log_2(y\cdot 3^x) = \log_2(2^y\cdot \frac{3x}{2})$$

$$y\cdot 3^x = 2^y\cdot \frac{3x}{2} \quad \text{——(1)}$$

$$x\log_3 12+\log_3 x = y+\log_3 \frac{2y}{3}$$

$$\log_3(12^x\cdot x) = \log_3(3^y\cdot \frac{2y}{3})$$

$$(12^x\cdot x) = 3^y\cdot \frac{2y}{3} \quad \text{——(2)}$$

$$(1)\times(2) \; : \quad \cancel{y}\cdot 3^x\cdot 12^x\cdot \cancel{x} = 2^y\cdot \frac{\cancel{3x}}{\cancel{2}}\cdot 3^y\cdot \frac{\cancel{2y}}{\cancel{3}}$$

$$36^x = 6^y \rightarrow 6^{2x} = 6^y \qquad \text{ดังนั้น } 2x = y$$

$$\text{แทน } y = 2x \text{ ใน } (1) : 2\cancel{x}\cdot 3^x = 2^{2x}\cdot \frac{3\cancel{x}}{2}$$

$$\frac{2\times 2}{3} = \frac{4^x}{3^x} \rightarrow \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

จะได้ $x = 1$ และ $y = 2$

แสดงว่า $A = \{(1, 2)\}$ ดังนั้น $B = \{1^2 + 2^2\} = \{5\}$

$\therefore$ ผลบวกสมาชิกภายใน $B = 5$

ข้อ 65 <u>**ตอบ**</u> ตัวเลือกที่ 1

$(x^2-2x-16)\log_2(2-\sqrt{3}) \;<\; \log_2(2+\sqrt{3})$

$\log_2(2-\sqrt{3})^{x^2-2x-16} \;<\; \log_2(2+\sqrt{3})$ $\because$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มเพราะ $2>1$

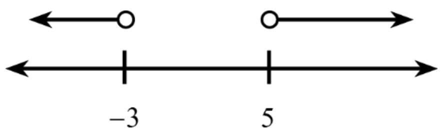
จะได้ $(2-\sqrt{3})^{x^2-2x-16} \;<\; (2+\sqrt{3})$ $\because$ $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 1 \rightarrow 2+\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^{-1}$

$(2-\sqrt{3})^{x^2-2x-16} \;<\; (2-\sqrt{3})^{-1}$ $\because$ เป็นฟังก์ชันลดเพราะ $0 < 2-\sqrt{3} < 1$

จะได้ $x^2-2x-16 \;>\; -1$

$x^2-2x-15 \;>\; 0$

$(x-5)(x+3) \;>\; 0$



ดังนั้น $A = \{x \,/\, x<-3 \cup x>5\} = (-\infty,-3)\cup(5,\infty)$

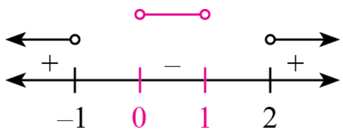
$\therefore\; A \subset (-\infty,-3)\cup(4,\infty)$

ข้อ 66 **<u>ตอบ</u>** ตัวเลือกที่ 2

$A : \log_x(x+2) > 2$ โดย $x > 0$ และ $x \neq 1$

พิจารณา $0 < x < 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 < x^2$

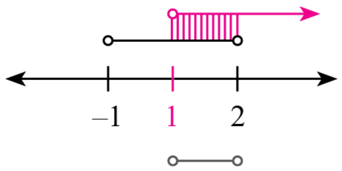
$$x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow (x-2)(x+1) > 0$$



พบว่าไม่มีช่วงซ้ำ ดังนั้น ไม่มี x ในช่วง (0, 1) ที่ทำให้อสมการเป็นจริง

พิจารณา $x > 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 > x^2$

$$x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0$$



ดังนั้น $A = (1, 2)$

$B : \log_2 2^{x-1} + \log_2(2^{x+1}+1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$

$$\log_2(2^{x-1})(2^{x+1}+1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$2^{2x} + 2^{x-1} < 7 \cdot 2^x + 12$$

$\times 2 \quad : \quad 2(2^x)^2 + (2^x) < 14 \cdot (2^x) + 24$

ให้ $m = 2^x$

$$2m^2 + m < 14m + 24 \rightarrow 2m^2 - 13m - 24 < 0$$

$$(2m+3)(m-8) < 0 \rightarrow (2 \cdot 2^x + 3)(2^x - 8) < 0$$

เนื่องจาก $2^x > 0$ เสมอ ดังนั้น $2 \cdot 2^x + 3 > 0$ เสมอ ตัดได้

แสดงว่า $2^x - 8 < 0 \rightarrow 2^x < 2^3 \rightarrow x < 3$ ดังนั้น $B = (-\infty, 3)$

จะได้ว่า $A \cap B = (1, 2) \subset (1, 2]$ (ตัวเลือกที่ 2)

****