

ติวพีคกับ WE

PAT1 และ คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

5. ตอบ 5

$$\left(\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta}\right)^2 - \left(\frac{\cos 3\theta}{\cos \theta}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{3\sin \theta - 4\sin^3 \theta}{\sin \theta}\right)^2 - \left(\frac{4\cos^3 \theta - 3\cos \theta}{\cos \theta}\right)^2 = 1$$

$$(3 - 4\sin^2 \theta)^2 - (4\cos^2 \theta - 3)^2 = 1$$

$$[(3 - 4\sin^2 \theta) + (4\cos^2 \theta - 3)][(3 - 4\sin^2 \theta) - (4\cos^2 \theta - 3)] = 1$$

$$4(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)[6 - 4(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)] = 1$$

$$(4\cos 2\theta)(2) = 1 \rightarrow 8(2\cos^2 \theta - 1) = 1 \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{9}{16}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{3}{4}, \left(-\frac{3}{4}\right) \text{ ใช้ไม่ได้ เพราะ } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

6. ตอบ 2

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{12} \right)^2 \right]^n &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^n \\ &= \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^0 + \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^1 + \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^2 + \dots \\ &= 1 + 2 \sin^2 \frac{\pi}{12} + \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)^2 + \dots \text{ เป็นอนุกรมเรขาคณิตมี } r = 2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \\ &= \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}}, \quad S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r}, \quad |r| < 1 \\ &= \frac{1}{\cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

7. ตอบ 0

$$2 \cos A - \sec A = 2 \cos A - \frac{1}{\cos A} = \frac{2 \cos^2 A - 1}{\cos A} = \frac{\cos 2A}{\cos A}$$

$$a = (2 \cos 12^\circ - \sec 12^\circ)(2 \cos 24^\circ - \sec 24^\circ)(2 \cos 48^\circ - \sec 48^\circ)(2 \cos 96^\circ - \sec 96^\circ)$$

$$a = \left(\frac{\cos 24^\circ}{\cos 12^\circ} \right) \left(\frac{\cos 48^\circ}{\cos 24^\circ} \right) \left(\frac{\cos 96^\circ}{\cos 48^\circ} \right) \left(\frac{\cos 192^\circ}{\cos 96^\circ} \right)$$

$$a = \frac{\cos 192^\circ}{\cos 12^\circ} = \frac{-\cos 12^\circ}{\cos 12^\circ} = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{n=1}^{2564} \sqrt{a} &= \sum_{n=1}^{2564} (\sqrt{-1})^n = \sum_{n=1}^{2564} i^n \\ &= i^1 + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{2564} \\ &= 0 \end{aligned}$$

*หมายเหตุ $i^1 + i^2 + i^3 + i^4 = 0 = i^5 + i^6 + i^7 + i^8 = \dots = i^{2561} + i^{2562} + i^{2563} + i^{2564}$

8. ตอบ c

จาก $x^2 + y^2 = 1$ จะได้ $x = \cos \theta$, $y = \sin \theta$

$$P = (3x - 4x^3)^2 + (4y^3 - 3y)^2$$

$$P = (4x^3 - 3x)^2 + (3y - 4y^3)^2$$

$$P = (4\cos^3 \theta - 3\cos \theta)^2 + (3\sin \theta - 4\sin^3 \theta)^2$$

$$P = (\cos 3\theta)^2 + (\sin 3\theta)^2 = \sin^2 3\theta + \cos^2 3\theta = 1$$

9. ตอบ 1

$$a = \cos 50^\circ + \cos 15^\circ = 2 \cos 32.5^\circ \cos 17.5^\circ \quad \text{---(1)}$$

$$b = \sin 50^\circ + \sin 15^\circ = 2 \sin 32.5^\circ \cos 17.5^\circ \quad \text{---(2)}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \text{ จะได้ } \tan 32.5^\circ = \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} &= \frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2+b^2} + \frac{2ab}{a^2+b^2} \\ &= 1 + \frac{2ab}{a^2+b^2} = 1 + \frac{\frac{2ab}{a^2}}{\frac{a^2+b^2}{a^2}} \\ &= 1 + \frac{2\left(\frac{b}{a}\right)}{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2} = 1 + \frac{2 \tan 32.5^\circ}{1+\tan^2 32.5^\circ} \\ &= 1 + \sin 2(32.5^\circ) = 1 + \sin 65^\circ = 1 + \cos 25^\circ \end{aligned}$$

10. ตอบ 0.5

$$\begin{aligned} \cos 36^\circ - \cos 72^\circ &= \sin 54^\circ - \sin 18^\circ = 2 \cos 36^\circ \sin 18^\circ \\ &= \frac{2 \sin 18^\circ \cos 18^\circ \cos 36^\circ}{\cos 18^\circ}, \text{ นำ } \cos 18^\circ \text{ คูณทั้งเศษและส่วน} \\ &= \frac{\sin 36^\circ \cos 36^\circ}{\sin 72^\circ} = \frac{\sin 36^\circ \cos 36^\circ}{2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ} = \frac{1}{2} = 0.5 \end{aligned}$$

จำนวนจริง

3. ตอบ 5

$$2x^3 + ax^2 + bx + c = \underbrace{k(x+1)(x+2)(x+3)}_{kx^3}$$

$$2x^3 = kx^3 \quad \therefore k = 2$$

$$2x^3 + ax^2 + bx + c = 2(x+1)(x+2)(x+3)$$

แทน $x = 1$

$$2+a+b+c = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$a+b+c = 46$$

4. ตอบ 1

เมื่อ $x-1$, $x-2$ และ $x-3$ หาร $P(x)$ เหลือเศษ 1

แสดงว่า $x-1$, $x-2$ และ $x-3$ หาร $P(x) - 1$ ลงตัว

$\therefore x-1$, $x-2$ และ $x-3$ เป็นตัวประกอบของ $P(x) - 1$

$$P(x) - 1 = k(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) + 1 \quad \text{--- (1)}$$

จาก $x-4$ หาร $P(x)$ ลงตัว (เศษ = 0)

$$\therefore P(4) = 0$$

แทน $x = 4$ ใน (1)

$$P(4) = k \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 1$$

$$0 = 6k + 1 \quad \therefore k = -\frac{1}{6}$$

$$P(x) = -\frac{1}{6}(x-1)(x-2)(x-3) + 1$$

แทน $x = 5$

$$\therefore P(5) = -\frac{1}{6}(4)(3)(2) + 1 = -3$$

5. ตอบ 1

เมื่อ $x+2$ หาร $P(x)$ เหลือเศษ 2

$$\therefore P(-2) = 2$$

จากโจทย์ เมื่อแทน $x = -2$

$$P(-2) = (-2)^3 + a(-2)^2 + b(-2) + 2$$

$$2 = -8 + 4a - 2b + 2$$

$$4a - 2b = 8$$

$$2a - b = 4 \quad \text{---(1)}$$

และจากสมการ $P(x) = 0$ จะมีคำตอบเป็นจำนวนตรรกยะ

แสดงว่า คำตอบจะต้องเป็นตัวประกอบของเลขท้ายของ $P(x)$ (ซึ่งก็คือ 2 นั่นเอง)

ดังนั้น $x = 1$ หรือ -1 หรือ 2 หรือ -2

กรณี $x = -2$ เป็นไปไม่ได้ เพราะ $P(-2) = 2$ จึงเหลือ 3 กรณี คือ

กรณีที่ 1 $x = 1 \rightarrow P(1) = 0 \rightarrow P(1) = 1^3 + a(1)^2 + b(1) + 2$

$$0 = 1 + a + b + 2$$

$$a + b = -3$$

เป็นไปไม่ได้ เพราะ $a, b \in \mathbb{I}^+$ จะได้ $a + b > 0$ เสมอ

กรณีที่ 2 $x = -1 \rightarrow P(-1) = 0 \rightarrow P(-1) = (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 2$

$$0 = -1 + a - b + 2$$

$$a - b = -1 \quad \text{---(2)}$$

$$(1) - (2), a = 5$$

แทน $a = 5$ ใน (2) ได้ $b = 6$

กรณีที่ 3 $x = 2 \rightarrow P(2) = 0 \rightarrow P(2) = 2^3 + a(2)^2 + b(2) + 2$

$$0 = 8 + 4a + 2b + 2$$

$$4a + 2b = -10$$

$$2a + b = -5$$

เป็นไปไม่ได้ เพราะ $a, b \in \mathbb{I}^+$ จะได้ $2a + b > 0$ เสมอ

$$\therefore a + b = 5 + 6 = 11$$

6. ตอบ 1

ให้แผนกชายมี x คน

และแผนกบัญชีมี $12-x$ คน

ทั้ง 2 แผนก โบนัสที่ได้รวมเท่ากันคือ 35,000 บาท

แสดงว่า แผนกชายได้คนละ $\frac{35,000}{x}$ บาท

แผนกบัญชีได้คนละ $\frac{35,000}{12-x}$ บาท

$$\text{จากโจทย์ } \frac{35,000}{x} - \frac{35,000}{12-x} = 2,000$$

$$\div 1,000, \quad \frac{35}{x} - \frac{35}{12-x} = 2$$

$$\frac{35(12-x) - 35x}{(x)(12-x)} = 2$$

$$420 - 70x = 2(12x - x^2)$$

$$\div 2, \quad 210 - 35x = 12x - x^2$$

$$x^2 - 47x + 210 = 0$$

$$(x-42)(x-5) = 0 \quad \therefore x = \del{42}, 5 \quad (x = 42 \text{ ไม่ได้ เพราะรวม 2 แผนก ต้องได้ 12 คน)}$$

แผนกชายมีจำนวนคนน้อยกว่าแผนกบัญชี $= 7-5 = 2$ คน

7. ตอบ 3

วิธีที่ 2

ให้ขายไอติมรสส้ม x แห่ง

และขายไอติมรสกะทิ $26-x$ แห่ง

กำไรจากการขายไอติมรสส้มคือ y บาทต่อแห่ง

และกำไรจากการขายไอติมรสกะทิคือ $y-1$ บาทต่อแห่ง

กำไรจากการขายไอติมรสส้มทั้งหมดคือ xy บาท และ กำไรจากการขายไอติมรสกะทิทั้งหมดคือ $(26-x)(y-1)$ บาท

จากโจทย์ กำไรจากการขายไอติมรสส้มเป็น 2 เท่าของกำไรจากการขายไอติมรสกะทิ และ กำไรจากการขายไอติมทั้ง 2 รส รวมกันได้ 120 บาท

จะได้ว่า กำไรจากรสส้ม + กำไรจากรสกะทิ = 120

$$2(\text{กำไรจากรสกะทิ}) + \text{กำไรจากรสกะทิ} = 120$$

$$3(\text{กำไรจากรสกะทิ}) = 120$$

$$\therefore \text{กำไรจากรสกะทิ} = 40 \text{ บาท}$$

$$\text{และ} \quad \text{กำไรจากรสส้ม} = 2(40) = 80 \text{ บาท}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad xy = 80 \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{และ} \quad (26-x)(y-1) = 40 \quad \text{--- (2)}$$

พิจารณา (1), (2) โดย $x < 26$

	$xy = 80$	$(26-x)(y-1) = 40$
$x = 20, y = 4$	$20 \cdot 4 = 80$	$6 \cdot 3 \neq 40$ ✗
$x = 16, y = 5$	$16 \cdot 5 = 80$	$10 \cdot 4 = 40$ ✓

ดังนั้น ขายไอติมรสส้ม 16 แห่ง

และขายไอติมรสกะทิ $26-16 = 10$ แห่ง

8. ตอบ 2

ให้ผลิตขนมปังวันละ x ก้อน

และให้กำไรต่อวันเป็น y บาท

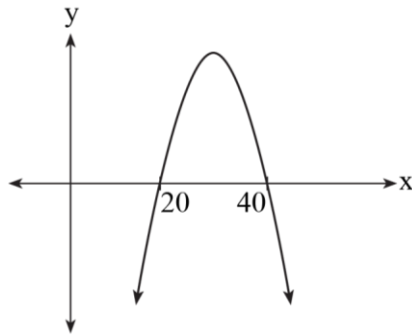
จากโจทย์ กำไร = รายได้ - ต้นทุน

$$\therefore y = (140 - 2x)(x) - [20x + 1,600]$$

$$y = -2x^2 + 120x - 1,600$$

$$y = -2(x^2 - 60x + 800)$$

$$y = -2(x - 20)(x - 40)$$



จากกราฟพบว่า ถ้าผลิตมาขาย 20 ก้อนหรือ 40 ก้อน จะเท่าทุน

และถ้าถามว่าผลิตอย่างน้อยที่สุดกี่ก้อนจึงกำไร ตอบ 21 ก้อน

(เป็นค่า x ที่เป็นจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่ทำให้ y เป็นบวก)

9. ตอบ 4

จาก ข้อ 8 ได้ $y = -2(x - 20)(x - 40)$

วันที่ 1 $x = 25$, $y = -2(25 - 20)(25 - 40)$

$$= -2 \cdot 5(-15) = 150 \text{ บาท}$$

วันที่ 2 ต้นทุนเพิ่ม 100 บาท ทำให้เมื่อผลิตและขาย x ก้อนเท่าเดิม กำไรจะลดลง 100 บาท

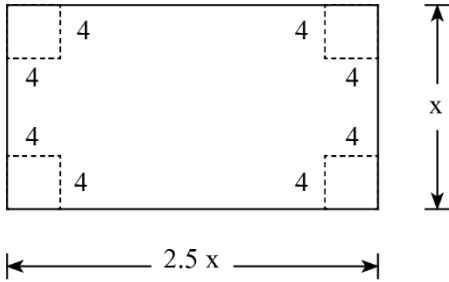
ได้ $y = -2(x - 20)(x - 40) - 100$

$$x = 30 \text{ , } y = -2(30 - 20)(30 - 40) - 100$$

$$= -2(10)(-10) - 100 = 100 \text{ บาท}$$

\therefore กำไรจะลดลงจากวันที่ 1 50 บาท

10. **ตอบ** 4



ให้กระดาษกว้าง x เซนติเมตร

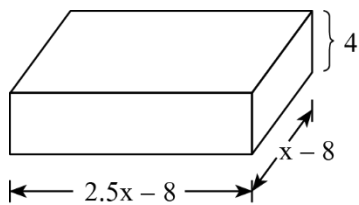
\therefore กระดาษยาว $2.5x$ เซนติเมตร

เมื่อตัดมุมเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีพื้นที่ 16 ตารางเซนติเมตร

แสดงว่าสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้มีความยาวด้านละ 4 เซนติเมตร

เพราะ ด้าน² = 16 ตารางเซนติเมตร \rightarrow ด้าน = 4 เซนติเมตร

และเมื่อพับเป็นกล่องจะได้กล่องดังรูป



กว้าง = $x - 8$ เซนติเมตร

ยาว = $2.5x - 8$ เซนติเมตร

สูง = 4 เซนติเมตร

จากปริมาตร = กว้าง \times ยาว \times สูง

$$\therefore 3,328 = (x - 8)(2.5x - 8)(4)$$

หารด้วย 2 ทั้ง 2 ข้าง

$$1,664 = (x - 8)(2.5x - 8)(2)$$

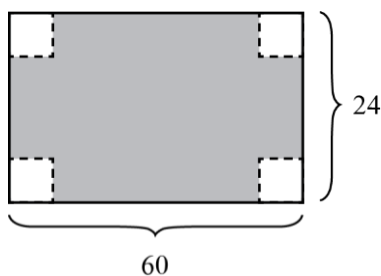
$$1,664 = (x - 8)(5x - 16)$$

$$1,664 = 5x^2 - 56x + 128$$

$$0 = 5x^2 - 56x - 1,536$$

$$0 = (5x + 64)(x - 24)$$

$$\therefore x = \cancel{-\frac{64}{5}}, 24$$



เราจะได้ว่า พื้นที่ผิวภายนอกทั้งหมด

ของกล่องใบนี้ = พื้นที่แรเงา

$$= 24 \times 60 - 4 \times 16$$

$$= 1,376 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม

5. ตอบ 243

$$\frac{(2\log_3 x) - 4}{\log_3\left(\frac{x}{9}\right)} = \log_3(x^7) - \left(\frac{1}{\log_x 3}\right)^2 - 8$$

$$\frac{2\log_3 x - 4}{\log_3 x - \log_3 9} = 7\log_3 x - (\log_3 x)^2 - 8$$

ให้ $\log_3 x = A$ จะได้ $\frac{2A-4}{A-2} = 7A - A^2 - 8$

$$2\frac{(A-2)}{A-2} = 7A - A^2 - 8$$

$$2 = 7A - A^2 - 8 \quad \text{เมื่อ } A \neq 2$$

$$A^2 - 7A + 10 = 0$$

$$(A-5)(A-2) = 0$$

$$A = 2, 5 \quad \text{แต่ } A \neq 2$$

ดังนั้น $A = 5$

แทน $A = \log_3 x$, $\log_3 x = 5$

$$\therefore x = 3^5 = 243$$

6. ตอบ 5

ให้ $A = 2^a$, $B = \log_2 b$

จากโจทย์ $\frac{2^a - \log_2 b}{2\log_2 b - 4} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{A-B}{2B-4} = \frac{1}{2}$

$$2A - 2B = 2B - 4 \rightarrow 2A - 4B = -4 \quad \text{---(1)}$$

จาก $\frac{3 + \log_2 B}{2^a + 4} = \frac{\log_2 b}{2^a} \rightarrow \frac{3+B}{A+4} = \frac{B}{A} \rightarrow 3A + AB = AB + 4B$

$$3A - 4B = 0 \quad \text{---(2)}$$

(2) - (1) , $A = 4$ แทน A ใน (2) จะได้ $B = 3$

จาก $A = 4 \rightarrow 2^a = 4 \quad \therefore a = 2$

$B = 3 \rightarrow \log_2 b = 3 \quad \therefore b = 2^3 = 8$

$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + 8^2 = 68$

7. ตอบ 2

$$2^{2x^2} + 2^{x^2+2x+2} = 2^{4x+5}$$

นำ 2^{4x+5} ทหารตลอด จะได้

$$\frac{2^{2x^2}}{2^{4x+5}} + \frac{2^{x^2+2x+2}}{2^{4x+5}} = \frac{2^{4x+5}}{2^{4x+5}}$$

$$2^{2x^2-4x-5} + 2^{x^2-2x-3} = 1$$

$$\frac{2^{2(x^2-2x)}}{2^5} + \frac{2^{x^2-2x}}{2^3} = 1, \text{ ให้ } 2^{x^2-2x} = A \text{ และ } 2^{2(x^2-2x)} = A^2$$

จะได้ $\frac{A^2}{32} + \frac{A}{8} = 1$

$$A^2 + 4A - 32 = 0$$

$$(A+8)(A-4) = 0$$

$$A = -8, 4$$

$$2^{x^2-2x} = (-8), 4$$

ใช้ไม่ได้

$\therefore x^2 - 2x = 2$

8. ตอบ 12

$$\begin{aligned}
 A &= \log \left[\left(\frac{ab + \sqrt{(ab)^2 - 4(a+b)}}{2} \right) \left(\frac{ab - \sqrt{(ab)^2 - 4(a+b)}}{2} \right) \right] \\
 &= \log \left[\frac{1}{4} \left((ab)^2 - ((ab)^2 - 4(a+b)) \right) \right] = \log(a+b) = \log(43+57) \\
 &= \log 100 = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (2^{\log_6 18})(3^{\log_6 3}) \\
 &= (18^{\log_6 2})(3^{\log_6 3}) = (6 \times 3)^{\log_6 2} \cdot (3^{\log_6 3}) \\
 &= (6^{\log_6 2})(3^{\log_6 2})(3^{\log_6 3}) \\
 &= (2)(3^{\log_6 2 + \log_6 3}) = (2)(3^{\log_6 6}) = (2)(3) = 6
 \end{aligned}$$

$$\therefore A \cdot B = (2)(6) = 12$$

9. ตอบ 1,000

$$\text{จาก } R = \frac{2}{3} \log \left(\frac{E}{E_0} \right)$$

$$\frac{3}{2}R = \log \left(\frac{E}{E_0} \right)$$

$$10^{\frac{3}{2}R} = \frac{E}{E_0} \rightarrow E = (E_0)(10^{\frac{3}{2}R})$$

ให้ $R_1 = 8.5$, $R_2 = 6.5$ โจทย์ถาม $\frac{E_1}{E_2}$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \frac{E_1}{E_2} &= \frac{(E_0)(10^{\frac{3}{2}R_1})}{(E_0)(10^{\frac{3}{2}R_2})} = 10^{\frac{3}{2}R_1 - \frac{3}{2}R_2} = 10^{\frac{3}{2}(R_1 - R_2)} \\
 &= 10^{\frac{3}{2}(8.5 - 6.5)} = 10^3 = 1,000
 \end{aligned}$$

10. ตอบ 3

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ให้เริ่มต้นที่วันที่ 5 พ.ค. ทั้ง A และ B

A : วันที่ 1 มี 1,000 เซลล์ ดังนั้น วันที่ 5 จะมี $1,000 \times 2^4 = 16,000$ เซลล์

B : วันที่ 5 พ.ค. มี 1,000 เซลล์

จากนั้นพิจารณาทีละ 2 วัน

A : เพิ่ม 2 เท่าทุกๆ วัน แสดงว่า ทุกๆ 2 วัน จะมีเพิ่ม 4 เท่า

B : ทุกๆ 2 วัน จะเพิ่ม 5 เท่า

วันที่	5	7	9	11
A	16,000	16,000(4)	16,000(4 ²)	16,000(4 ³)
B	1,000	1,000(5)	1,000(5 ²)	1,000(5 ³)

ให้วันที่ B มากกว่า A ครั้งแรกตอนที่ A มี $16,000(4^x)$

B มี $1,000(5^x)$

จะได้สมการ $1,000(5^x) > 16,000(4^x)$

$$5^x > 16(4^x)$$

$$5^x > 4^{x+2}$$

$$\log 5^x > \log 4^{x+2}$$

$$x \log 5 > (x+2) \log 4$$

$$x(1 - \log 2) > (x+2)(2 \log 2)$$

$$x(1 - 0.3) > (x+2)(0.6)$$

$$0.1x > 1.2$$

$$x > 12$$

แสดงว่า B มากกว่า A ครั้งแรก ตอนที่ $x = 13$

นั่นคือ นับจากวันที่ 5 พ.ค. ไปอีก $(13)(2) = 26$ วัน

∴ ตรงกับวันที่ 31 พ.ค. 63

เซต

3. ตอบ 2

ให้ a, b, c, x, y และ z คือจำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

จะได้ว่า $x+y+z = 35$

และจากแผนภาพ

$$n(A \cup B \cup C) = \underbrace{x+y+z}_{35} + a+b+c+9$$

$$100 = 35 + a+b+c+9$$

$$a+b+c = 56$$

จากสูตร

$$n(A \cup B \cup C) = \underbrace{n(A)+n(B)+n(C)}_{199} - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

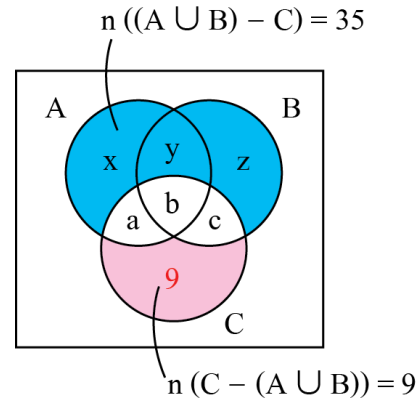
$$100 = 199 - n(A \cap B) - (b+c) - (a+b) + b$$

$$n(A \cap B) = 199 - 100 - b - c - a - b + b$$

$$= 99 - (a+b+c)$$

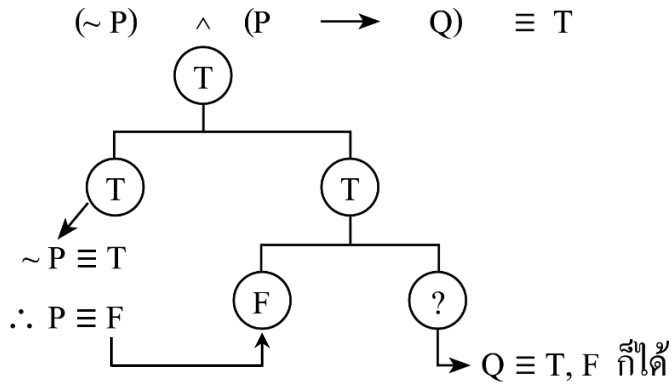
$$= 99 - 56$$

$$\therefore n(A \cap B) = 43$$

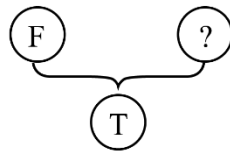


ตรรกศาสตร์

5. ตอบ 3

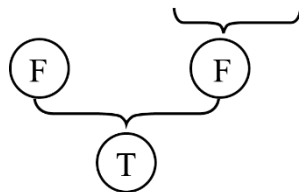


(ก) $(\sim P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow \sim Q) \equiv T$



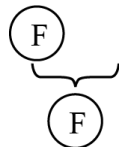
\therefore (ก) ผิด ไม่ตอบคำตอบ 3 ก็ตอบคำตอบ 5

(ข) $P \leftrightarrow (Q \wedge \sim Q) \equiv T$



\therefore (ข) ถูก ดังนั้น ตอบคำตอบ 3

สำหรับ (ค) $P \wedge Q \rightarrow Q \equiv T$



\therefore (ค) ถูก

7. ตอบ 1

จากโจทย์ $4^x + 2^x = 72$

$$(2^2)^x + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x)^2 + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x + 9)(2^x - 8) = 0$$

$$\therefore 2^x = \cancel{8}, 8$$

$$2^x = 8 \rightarrow x = 3$$

$$\exists x[4^x + 2^x = 72] \equiv \exists x[x = 3]$$

ดังนั้น u ที่จะทำให้ $\exists x[x = 3]$ เป็นจริงต้องมี 3 เป็นสมาชิก เราจะใช้วิธีแทน $x = 3$

ลงในแต่ละคำตอบ คำตอบใดแทน $x = 3$ แล้วสอดคล้องกับเงื่อนไข (จริง) แสดงว่า

มี 3 เป็นสมาชิกและเป็นคำตอบ ซึ่งเมื่อเราแทน $x = 3$ ลงใน 5 คำตอบ พบว่า

มีเพียงคำตอบที่ 1 เท่านั้นที่สอดคล้อง ($|2 \cdot 3 - 3| \leq 7$ จริง)

เวกเตอร์

10. ตอบ 4

$$\begin{aligned}\vec{u} \times \vec{v} &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2 \\ -(-6) \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

จาก เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับ $\vec{u} \times \vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่ dot กับ $\vec{u} \times \vec{v}$ แล้วได้ 0

ดังนั้น เวกเตอร์ที่ไม่ตั้งฉากกับ $\vec{u} \times \vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่ dot กับ $\vec{u} \times \vec{v}$ แล้วไม่ได้ 0

พิจารณาแต่ละคำตอบ พบว่า

$$1. \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (3) \cdot (-2) + (1) \cdot (6) + (0) \cdot (5) = 0$$

$$2. \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (1) \cdot (-2) + (-3) \cdot (6) + (4) \cdot (5) = 0$$

$$3. \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (4) \cdot (-2) + (3) \cdot (6) + (-2) \cdot (5) = 0$$

$$4. \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (1) \cdot (-2) + (1) \cdot (6) + (-1) \cdot (5) = -1 \neq 0$$

$$5. \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = (0) \cdot (-2) + (-5) \cdot (6) + (6) \cdot (5) = 0$$
