

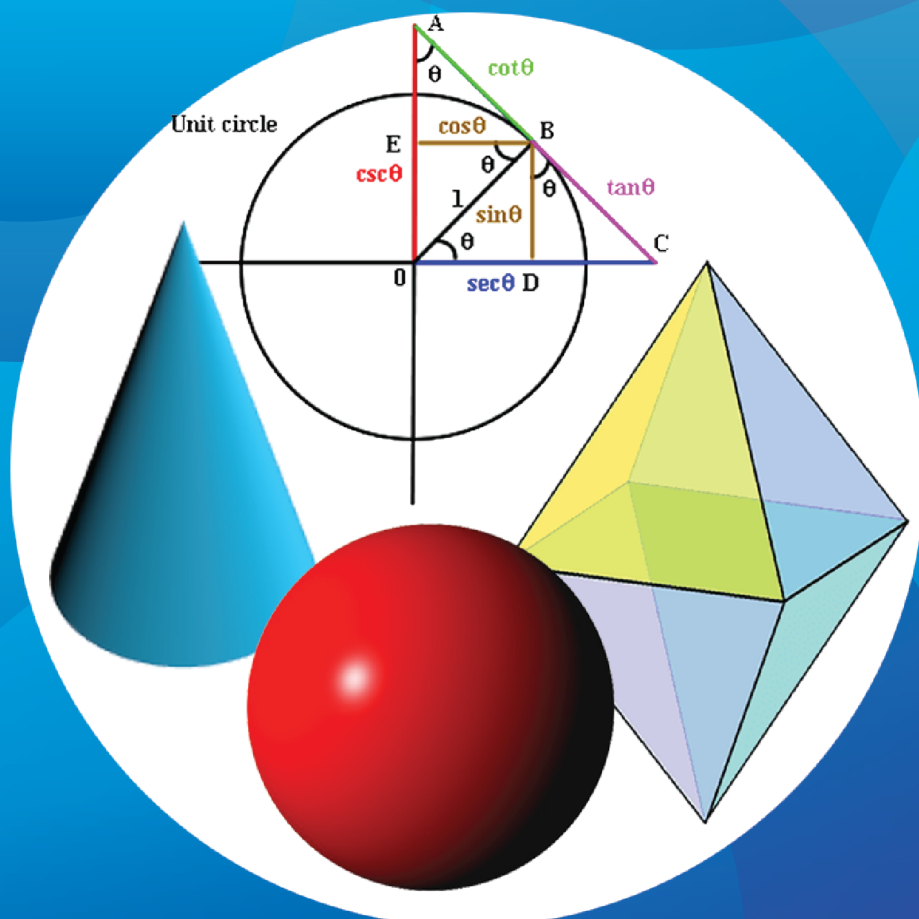


Fight for Final exam

วิชา คณิตศาสตร์

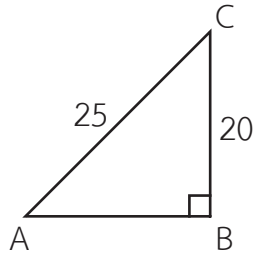
อัตราส่วนตรีโกณมิติ

พีระมิด กรวย และทรงกลม



ติวสอบ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. กำหนดสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



จงหาค่าของ $\tan A + \sin C$

1. $\frac{29}{15}$ 2. $\frac{32}{15}$ 3. $\frac{27}{20}$ 4. $\frac{31}{20}$

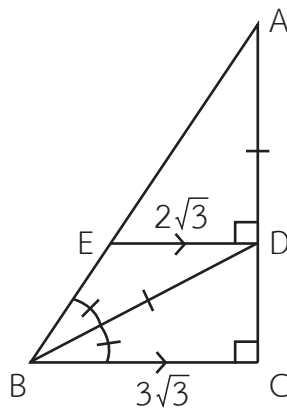
2. ค่าของ $\tan^2 30^\circ + \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ - \cot 45^\circ$ ตรงกับข้อใด

1. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 3. $-\frac{1}{3}$ 4. $\frac{1}{3}$

3. สามเหลี่ยม ABC มีด้าน AB และ AC ยาว 5 และ 10 หน่วยตามลำดับ มีมุม $\hat{BAC} = 45^\circ$ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $\frac{25}{2}$ ตารางหน่วย | 2. $\frac{25}{2}\sqrt{2}$ ตารางหน่วย |
| 3. 25 ตารางหน่วย | 4. $25\sqrt{2}$ ตารางหน่วย |

4. จากรูปต่อไปนี้



ค่าของ $(\tan \hat{AED}) (\tan \hat{BDC})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|------------------|------|------|------|
| 1. $\frac{1}{3}$ | 2. 1 | 3. 2 | 4. 3 |
|------------------|------|------|------|

5. ถ้า $\tan A = \frac{1}{3}$ แล้ว $\frac{4\sin A + 3\cos A}{4\cos A - 4\sin A}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{9}{20}$

2. $\frac{13}{8}$

3. $\frac{17}{15}$

4. $\frac{25}{7}$

6. ถ้า $\tan A + \cot A = 5$ แล้วค่าของ $\tan^3 A + \cot^3 A$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 110

2. 115

3. 120

4. 125

7. ถ้า $x > 0$ และ $(x \cot 30^\circ)^2 - x(\tan 60^\circ)^2 = 8(\cos 30^\circ)^2$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $\frac{1}{3}$

2. $\frac{1}{2}$

3. 2

4. 3

8. $\sec 60^\circ \left(\frac{\sin 39^\circ \sin 55^\circ}{\cos 55^\circ \cos 51^\circ} \right) \tan 35^\circ$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sqrt{2}$

2. $\sqrt{3}$

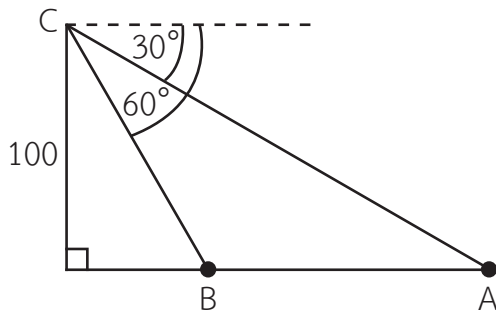
3. 2

4. 3

9. พีชังยืนอยู่ระหว่างตึกสองหลังที่มีความสูงเท่ากัน และอยู่ห่างกันเป็นระยะทาง 80 เมตร เมื่อพีชังมองไปที่ยอดตึกหลังแรกจะมองเป็นมุมเงย 30° แต่เมื่อหันกลับไปมองยอดตึกอีกหลังจะเห็นเป็นมุมเงย 60° โดยไม่คิดความสูงของพีชัง อยากทราบว่าตึกแต่ละหลังสูงกี่เมตร

1. $\frac{20}{\sqrt{3}}$ เมตร 2. 20 เมตร 3. $20\sqrt{3}$ เมตร 4. 40 เมตร

10. ผู้สังเกตการณ์คนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาที่จุด C มองเห็นเรือ A และ B ทอดสมอยู่เป็นมุมก้ม 30° และ 60° ตามลำดับ จากเส้นระดับสายตาเส้นเดียวกัน ถ้าน้ำผาสูง 100 เมตร เหนือระดับน้ำทะเล แล้วเรือทั้งสองลำอยู่ห่างกันเท่ากับข้อใด

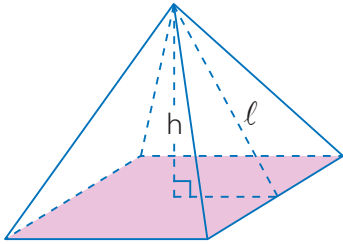


1. $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ เมตร
 2. $\frac{150\sqrt{3}}{3}$ เมตร
 3. $\frac{200\sqrt{3}}{3}$ เมตร
 4. $\frac{250\sqrt{3}}{3}$ เมตร

ติวสอบ เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม

1. พีระมิด (Pyramid)

เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น

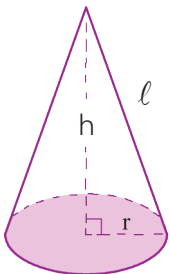


$$\text{ปริมาตรพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$\text{พื้นที่ผิวพีระมิด} = \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ฐาน}$$

2. กรวย (Cone)

เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆ บนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง



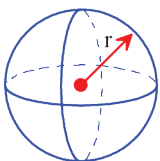
$$\text{ปริมาตรกรวย} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้าง} = \pi r l$$

$$\text{พื้นที่ผิวกรวย} = \pi r l + \pi r^2$$

3. ทรงกลม (Sphere)

เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบและจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน

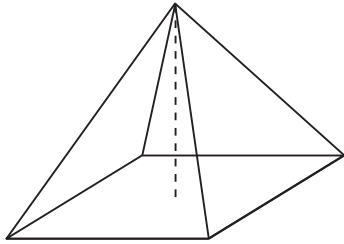


$$\text{ปริมาตรทรงกลม} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

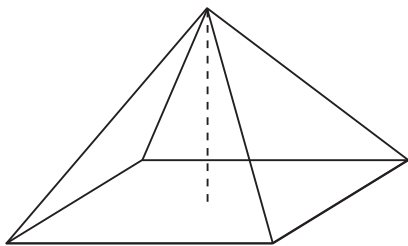
$$\text{พื้นที่ผิวทรงกลม} = 4\pi r^2$$

PROBLEMS

1. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ฐาน 144 ตารางหน่วย สูงตรงยาว $6\sqrt{2}$ หน่วย
จะมีความยาวของเส้นพีระมิดกี่หน่วย
1. 8 2. $8\sqrt{2}$ 3. 12 4. $12\sqrt{2}$



2. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 20 หน่วย ยาว 36 หน่วย และพีระมิดมีความสูงตรง
เท่ากับ 24 หน่วย แล้วพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดมีค่าเท่ากับกี่ตารางหน่วย



3. พีระมิดมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และมีความสูงเท่ากับรัศมีวงกลมที่มีความยาวเส้นรอบวงเท่ากับควมยาวรอบฐานพีระมิด ถ้าพีระมิดมีความยาวฐานด้านละ a หน่วย จะมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์หน่วย

1. $\frac{2a^3}{3\pi}$

2. $\frac{2a^3}{\pi}$

3. $\frac{4a^3}{3\pi}$

4. $\frac{4}{3}\pi a^3$

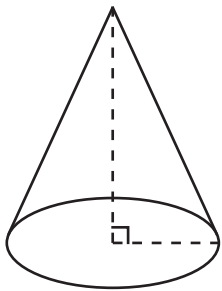
4. กรวยกลมตรงใบหนึ่งมีสูงเอียงยาว 13 เซนติเมตร มีพื้นที่ผิวทั้งหมด 90π ตารางเซนติเมตร จงหาความสูงตรงของกรวยใบนี้ว่ามีค่ากี่เซนติเมตร

1. 8

2. 9

3. 12

4. 13



5. ต้องการหามวกกระดาษรูปกรวยโดยให้ความยาวรอบฐานหมวกยาว 56 เซนติเมตร สูงเอียง 25 เซนติเมตร จะต้องใช้กระดาษหามวกใบนี้พื้นที่น้อยที่สุดกี่ตารางเซนติเมตร
1. 600 2. 620 3. 700 4. 800
6. โลหะกรวยกลมตัน 2 ชิ้น มีความสูงเท่ากัน รัศมีฐานเท่ากับ 9 และ 12 นิ้ว ตามลำดับ นำมาหลอมเป็นกรวยใบใหญ่ให้มีความสูงคงเดิม จงหาว่ากรวยใบใหม่จะมีพื้นที่ฐานเท่ากับกี่ตารางนิ้ว
1. 184π 2. 196π 3. 212π 4. 225π

7. กรวยกลมใบหนึ่งมีรัศมีปากกรวยเป็นครึ่งหนึ่งของความสูง เทน้ำใส่กรวยจนระดับน้ำสูง 5 นิ้ว ถ้ากรวยใบนี้มีรัศมีปากกรวย 14 นิ้ว จงหาว่าปริมาตรน้ำที่เทลงไปมีค่ากี่ลูกบาศก์นิ้ว

1. $\frac{103\pi}{12}$

2. $\frac{125\pi}{12}$

3. $\frac{133\pi}{12}$

4. $\frac{145\pi}{12}$

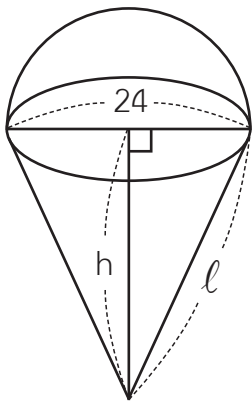
8. ปูนซีเมนต์ปริมาตร $1,920\pi$ ลูกบาศก์เซนติเมตร ถูกหล่อเป็นรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 24 เซนติเมตร ดังรูป จากรูป จงหาว่า $h + \ell$ มีค่ากี่เซนติเมตร

1. 16

2. 30

3. 36

4. 48



9. นำโลหะทรงกระบอกอันหนึ่งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 18 นิ้ว และสูง 16 นิ้ว มาหลอมเป็นครึ่งทรงกลมตันที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 12 นิ้ว จงหาพื้นที่ผิวรวมของครึ่งทรงกลมทั้งหมดว่ามีค่ากี่ตารางนิ้ว

1. 684π 2. 810π 3. 864π 4. 972π

10. แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งมีรัศมี 4 เซนติเมตร และมีน้ำอยู่ภายในเล็กน้อย เมื่อหย่อนลูกแก้วทรงกลมลูกหนึ่งรัศมี 3 เซนติเมตรลงไป ปรากฏว่าน้ำที่มีอยู่ท่วมมิดลูกแก้วพอดี จงหว่าก่อนหย่อนลูกแก้วลงไป ระดับความสูงของน้ำเป็นกี่เซนติเมตร

1. 2.75 2. 3.5 3. 3.75 4. 4



TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN



www.WeByTheBrain.com