

TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

โรงเรียนกวดวิชา คณิต-วิทย์ อันดับ 1 ของประเทศ

เอกสารประกอบการเรียน

ติวคณิตศาสตร์สอบเข้า ม.4 ปี 2

โดย

อ.สิทธิเดช เลนุกูล (พี่ภูมิ)

อ.ชวลิต กุลกีรติการ (พี่กอล์ฟ)

ติวเข้ม ม.3 สอบเข้า ม.4 วิชา คณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกที่สุด
จำนวน 15 ข้อ (ข้อ 1 - 15) ข้อละ 4 คะแนน (รวม 60 คะแนน)

1. $\frac{2^{-3} \times (-5)^{10}}{50 \times (-2)^4 \times 15^0}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
   1. $2^{-7} \times 5^7$
   2. $(-2)^{-8} \times 5^8$
   3. $2^{-7} \times (-5)^{-8}$
   4. $(-2)^8 \times 5^{-7}$

2. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง
   ถ้า $a^{-3} = -\frac{1}{8}$, $(b^3)^2 = 729$ และ $c^4 = 0.0016$ แล้วค่าของ $a + b + c$ ที่เป็นไปได้มีทั้งหมดกี่ค่า
   1. 4 2. 3 3. 2 4. 1

3. ติ๋มและต้อยขับรถพาครอบครัวไปเที่ยวต่างจังหวัดด้วยกัน โดยใช้รถยนต์คนละคันและออกเดินทางจากบ้านของติ๋มพร้อมกัน และไม่แวะพักระหว่างทาง ปรากฏว่าติ๋มใช้เวลาขับรถจนถึงที่หมาย 2 ชั่วโมง แต่ต้อยขับรถด้วยอัตราเร็วที่ช้ากว่าติ๋ม 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ทำให้ใช้เวลาถึงที่หมายมากกว่าติ๋ม 15 นาที แล้วติ๋มและต้อยขับรถด้วยอัตราเร็วเท่ากับเท่าใด
   1. ติ๋มขับรถด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ ต้อยขับรถด้วยอัตราเร็ว 65 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
   2. ติ๋มขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ ต้อยขับรถด้วยอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
   3. ติ๋มขับรถด้วยอัตราเร็ว 85 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ ต้อยขับรถด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
   4. ติ๋มขับรถด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ ต้อยขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

4. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับสมการ $(3x + 1)^2 - (x - 5)^2 = 8[(ax + b)^2 - c^2]$ แล้ว $a^2 + b^2 + c^2 - abc$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
   1. 0 2. 1 3. 2 4. 4

5. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $(3x + 16y)(3x - 4y) = 9x^2 + 60xy - 64y^2$

(ข) $3(x^2 + 3x - 10) + 6(x^2 - x - 30) = 3(x + 5)(3x - 14)$

(ค) $x^2 + z(x - 4) - 16 = (x - 4)(x + z + 4)$

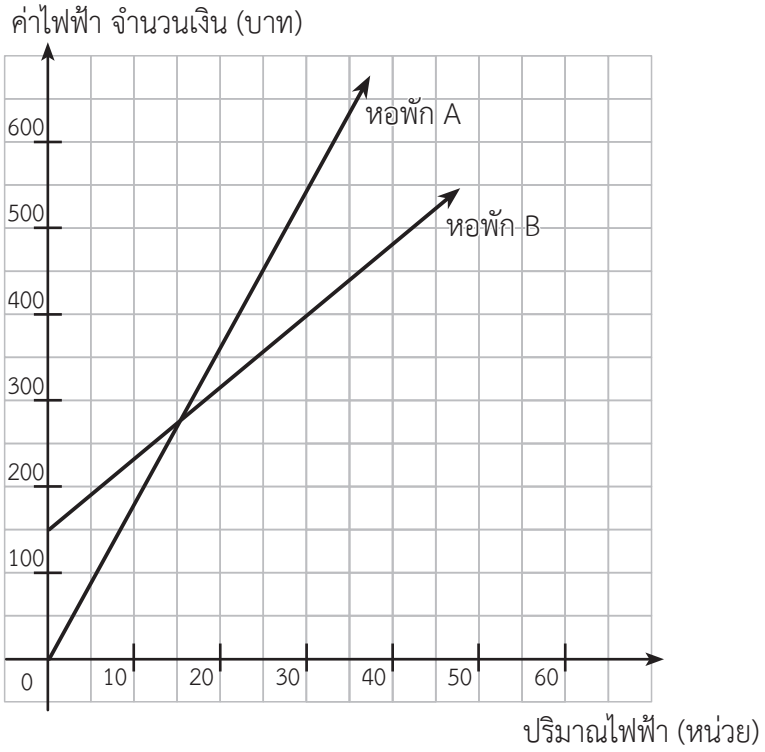
จำนวนข้อความที่ถูกต้องมีทั้งหมดกี่ข้อความ

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูกต้อง)
2. 1
3. 2
4. 3

6. ณ โรงเรียนแห่งหนึ่ง ในช่วงเปิดภาคเรียน ต้าวอ้วนเป็นนักเรียนใหม่ของโรงเรียนแห่งนี้ ได้ซื้อสมุดที่มีตราสัญลักษณ์ของโรงเรียนจากสหกรณ์ร้านค้าของโรงเรียน โดยเป็นสมุดปกอ่อน 40 หน้า จำนวน 9 เล่ม และสมุดปกแข็ง 100 หน้า จำนวน 4 เล่ม รวมเป็นเงิน 196 บาท ส่วนป๋องแป๋งซึ่งเป็นนักเรียนเก่ายังมีสมุดเหลือใช้จากปีที่แล้วอยู่จำนวนหนึ่ง จึงซื้อสมุดปกอ่อนเพียง 5 เล่ม และสมุดปกแข็ง 3 เล่ม รวมเป็นเงิน 126 บาท แล้วราคาสมุดปกแข็งแพงกว่าสมุดปกอ่อนอยู่กี่บาท

1. 8 บาท
2. 9 บาท
3. 10 บาท
4. 12 บาท

7. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณไฟฟ้าที่ใช้กับค่าไฟฟ้าของผู้อยู่อาศัยในหอพัก A และหอพัก B ที่มีการเสียค่าไฟฟ้าด้วยอัตราที่แตกต่างกันในเดือนหนึ่ง เป็นดังนี้



พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้าผู้อยู่อาศัยของหอพัก A และหอพัก B ใช้ปริมาณไฟฟ้า 15 หน่วยเท่ากัน แล้วจะเสียค่าใช้ไฟฟ้าเท่ากันเป็นเงิน 275 บาท

(ข) เพื่อให้ค่าใช้ไฟฟ้าของผู้อยู่อาศัยหอพัก A น้อยกว่าหอพัก B ผู้ที่อยู่หอพัก A ไม่ควรใช้ไฟฟ้าเกิน 15 หน่วย

(ค) ถ้าผู้ที่อยู่อาศัยของหอพัก A ใช้ปริมาณไฟฟ้า 25 หน่วยและผู้ที่อยู่อาศัยของหอพัก B ใช้ไฟฟ้า 30 หน่วย แล้วผู้ที่อยู่อาศัยหอพัก B จะเสียค่าไฟฟ้าน้อยกว่าผู้ที่อยู่อาศัยหอพัก A อยู่ประมาณ 50 บาท

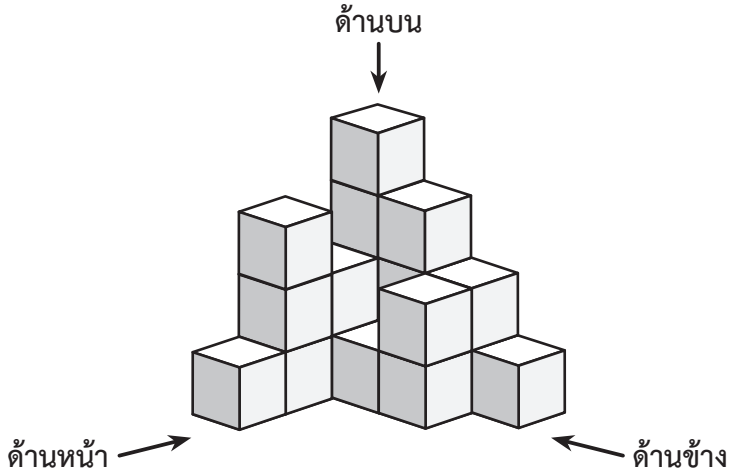
จำนวนข้อความที่ถูกต้องมีทั้งหมดกี่ข้อความ

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูกต้อง)
2. 1
3. 2
4. 3

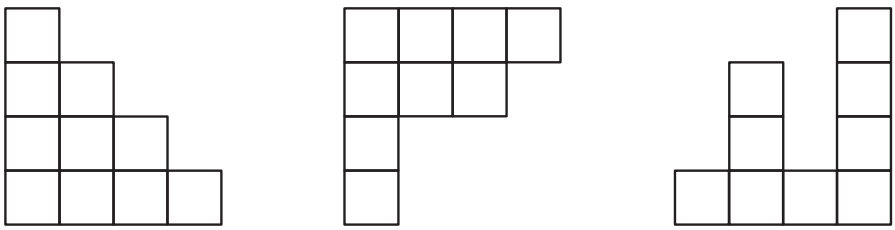
8. ร้านขายตุ๊กตาแห่งหนึ่งขายตุ๊กตาหมีและตุ๊กตาแมวน้ำรวมกัน 30 ตัว ได้เงินมาไม่เกิน 12,000 บาท ถ้าตุ๊กตาหมีราคาตัวละ 300 บาท และตุ๊กตาแมวน้ำราคาตัวละ 450 บาท แล้วร้านขายตุ๊กตาแห่งนี้ขายตุ๊กตาหมีไปอย่างน้อยกี่ตัว

1. 10 ตัว 2. 11 ตัว 3. 12 ตัว 4. 13 ตัว

9. รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากการวางซ้อนกันของลูกบาศก์ขนาดเท่ากัน ดังรูป



ภาพวาดสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านบน และด้านข้างเป็นดังนี้



ข้อสรุปในข้อใดถูกต้อง

1. ภาพด้านบนและภาพด้านหน้าถูกต้อง แต่ภาพด้านข้างผิด
2. ภาพด้านบนและภาพด้านข้างถูกต้อง แต่ภาพด้านหน้าผิด
3. ภาพด้านหน้าและภาพด้านข้างถูกต้อง แต่ภาพด้านบนผิด
4. ภาพด้านหน้า ภาพด้านบน และภาพด้านข้างถูกต้องทั้งสามภาพ

10. ในปัจจุบัน ภูผามีอายุมากกว่าสายธารอยู่ 5 ปี ถ้าอีก 10 ปีข้างหน้ากำลังสองของอายุของภูผาจะมากกว่า 60 เท่าของอายุของสายธารอยู่ 25 ปี แล้วในปัจจุบันผลรวมของอายุภูผาและสายธารมีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 45 ปี 2. 85 ปี 3. 95 ปี 4. 100 ปี

11. โรงงานผลิตและจำหน่ายเสื้อแห่งหนึ่ง ผลิตเสื้อได้วันละ x ตัว โดยจะมีต้นทุนในการผลิตวันละ $x^2 - 20x + 4000$ บาท ถ้าเสื้อที่ผลิตได้แต่ละตัวจะจำหน่ายตัวละ 200 บาท และในแต่ละวันสามารถจำหน่ายเสื้อได้หมดแล้วเพื่อให้ได้กำไรสูงสุดเท่าที่จะเป็นไปได้ โรงงานแห่งนี้จะต้องผลิตเสื้อวันละกี่ตัว

1. 10 ตัว 2. 110 ตัว 3. 165 ตัว 4. 220 ตัว

12. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 5 คน เมื่อเรียงอายุบุตรทั้ง 5 คน จากน้อยไปมากจะได้ 2, 6, x, 10 และ y ปี โดยที่ x และ y เป็นจำนวนเต็ม ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุบุตรทั้ง 5 คน มีค่าเท่ากับ 8 ปี และ 4 ปี ตามลำดับ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก.) พิสัยของอายุบุตรทั้ง 5 คนมีค่าเท่ากับ 10 ปี

(ข.) ข้อมูลชุดนี้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่ามากกว่าค่ามัธยฐาน

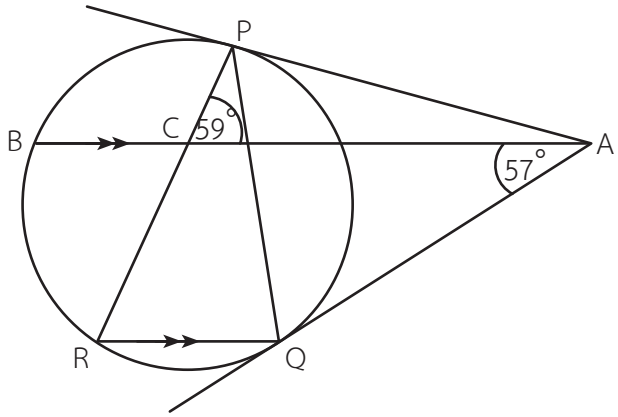
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก.) ถูกต้อง แต่ (ข.) ผิด
2. (ข.) ถูกต้อง แต่ (ก.) ผิด
3. (ก.) และ (ข.) ถูกต้องทั้งสองข้อความ
4. (ก.) และ (ข.) ผิดทั้งสองข้อความ

13. เด็กชายป๋องยืนอยู่ระหว่างตึก A และตึก B ซึ่งตึกทั้งสองหลังมีความสูงเท่ากันและอยู่ห่างกัน 100 เมตร เมื่อป๋องมองไปที่ยอดตึก A จะมองเป็นมุมเงย 30° แต่เมื่อหันหลังกลับไปมองยอดตึก B จะมองเป็นมุมเงย 45° โดยไม่คิดความสูงของป๋อง แล้วตึกแต่ละหลังสูงกี่เมตร

1. $50(\sqrt{3}-1)$ เมตร
2. $\frac{100}{\sqrt{3}-1}$ เมตร
3. $100(\sqrt{3}-1)$ เมตร
4. $\frac{50}{\sqrt{3}-1}$ เมตร

14.



จากรูปสามเหลี่ยม PQR แนบในวงกลม โดยที่ $\overline{AP}$ และ $\overline{AQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด P และจุด Q ถ้า $\overline{BA}$ ขนานกับ $\overline{RQ}$ ทำให้ $P\hat{C}A = 59^\circ$ และ $Q\hat{A}B = 57^\circ$ แล้ว $P\hat{Q}A - B\hat{A}P$ มีขนาดกี่องศา

1. 54°
2. 59°
3. 64°
4. 68°

15. กำหนดภาชนะ 3 แบบดังนี้

ภาชนะ A เป็นภาชนะทรงกลมที่มีรัศมียาว r หน่วย

ภาชนะ B เป็นภาชนะทรงกรวยที่ฐานมีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 2r หน่วย และสูง 2r หน่วย

ภาชนะ C เป็นภาชนะรูปพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีฐานยาวด้านละ 2r หน่วย และสูง 4r หน่วย

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) อัตราส่วนของปริมาตรของภาชนะ A ต่อ ปริมาตรของภาชนะ B ต่อ ปริมาตรของภาชนะ C เป็น $2\pi : \pi : 16$

(ข) ถ้าเพิ่มความสูงของภาชนะ B เป็นสองเท่าของเดิมแล้วจะทำให้ภาชนะ B มีปริมาตรเท่ากับภาชนะ A

(ค) ภาชนะ A มีพื้นที่ผิวมากกว่าภาชนะ C

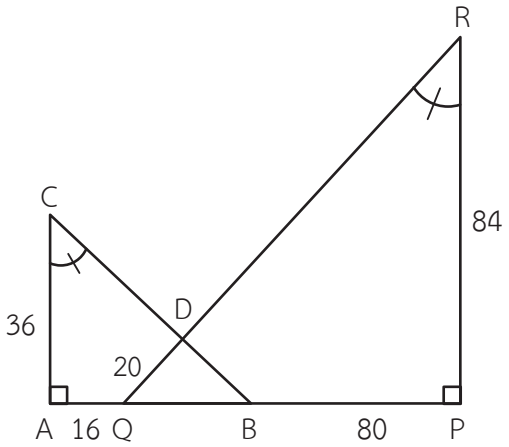
(ง) พื้นที่ผิวของภาชนะ B เท่ากับ $(\sqrt{5} - 1)\pi r^2$ ตารางหน่วย

จำนวนข้อความที่ถูกต้องมีทั้งหมดกี่ข้อความ

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูกต้อง)
2. 1
3. 2
4. มากกว่า 2 ข้อความ

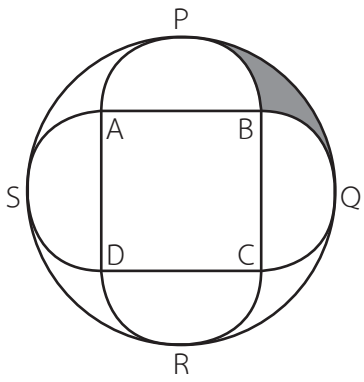
ตอนที่ 2 **แบบเติมคำตอบ**
จำนวน 15 ข้อ (ข้อ 16 - 30) ข้อละ 4 คะแนน (รวม 60 คะแนน)

16. กำหนด รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC และ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR ดังรูป



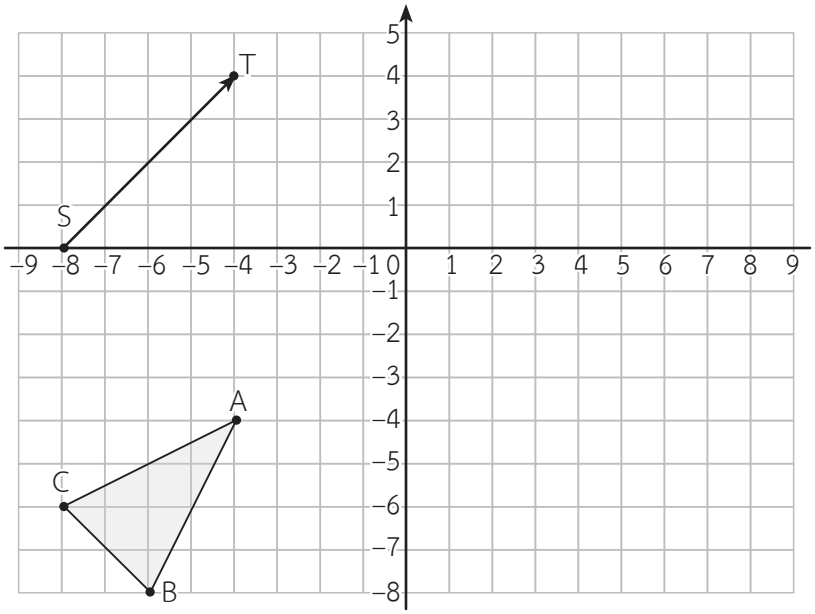
โดยที่ $A\hat{C}B = P\hat{R}Q$ และ $\overline{QR}$ ตัดกับ $\overline{BC}$ ที่จุด D ทำให้ QD = 20 หน่วย แล้ว $\overline{DR}$ ยาวกี่หน่วย

17.



จากรูป ถ้ารูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านแต่ละด้านยาวเท่ากับ 2x เซนติเมตร และพื้นที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับ 112 ตารางเซนติเมตร แล้วความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม ABCD มีค่าเท่ากับเท่าใด (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

18. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปต้นแบบและเวกเตอร์ $\overrightarrow{ST}$ ดังรูป



เมื่อเลื่อนขนานรูปต้นแบบด้วยเวกเตอร์ $\overrightarrow{ST}$ และหมุนภาพที่ได้รอบจุด O ในทิศทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 90° ถ้าสามเหลี่ยม A′B′C′ เป็นภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิตข้างต้นโดยที่ B′ และ C′ มีพิกัดเป็น (a, b) และ (c, d) ตามลำดับ แล้ว $\frac{ad}{bc}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

19. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงานเพศชายมากกว่าพนักงานเพศหญิงอยู่ 15 คน ต่อมามีพนักงานชายขอลาออก 15 คน จึงได้รับพนักงานหญิงเข้ามาเพิ่มอีก 20 คน ทำให้ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มพนักงาน 1 คนจากทั้งหมดแล้วได้เพศชายเท่ากับ $\frac{3}{8}$ แล้วเดิมบริษัทแห่งนี้มีพนักงานทั้งหมดกี่คน

20. ในการผลิตลวดเหล็กจะนำเหล็กแท่งมารีดให้มีลักษณะเป็นทรงกระบอกที่มีหน้าตัดขนาดเล็ก ถ้าในการผลิตลวดเส้นหนึ่งได้นำเหล็กแท่งที่มีปริมาตร 1.54×10^{-3} ลูกบาศก์เมตร มารีดเป็นลวดที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 7 มิลลิเมตร แล้วลวดเส้นนี้ที่ผลิตได้จะมีความยาวกี่เมตร (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

21. เจนนี่สะสมเหรียญ 4 ประเภท ได้แก่ เหรียญหนึ่งบาท เหรียญสองบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท ไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อเธอนำออกมานับพบว่าคิดเป็นเงินรวมกันได้ 1,500 บาท พอดี

โดยที่ อัตราส่วนของจำนวนเหรียญสิบบาทต่อจำนวนเหรียญสองบาทเป็น 1 : 3

อัตราส่วนของจำนวนเหรียญห้าบาทต่อจำนวนเหรียญหนึ่งบาทเป็น 1 : 2

อัตราส่วนของจำนวนเหรียญสิบบาทต่อจำนวนเหรียญห้าบาทเป็น 1 : 2

แล้วจำนวนเหรียญที่เจนนี่สะสมไว้มีทั้งหมดกี่เหรียญ

22. กล่องใบหนึ่งบรรจุเหรียญ 3 เหรียญ คือ เหรียญ 2 บาท, เหรียญ 5 บาท และเหรียญ 10 บาท ชนิดละ 1 เหรียญ สุ่มหยิบเหรียญสองเหรียญจำนวน 2 ครั้ง จากกล่องใบนี้ โดยใส่เหรียญทั้งสองเหรียญกลับคืนลงในกล่องก่อนการสุ่มหยิบครั้งต่อไป ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญมีมูลค่ารวมน้อยกว่า 20 บาท เท่ากับเท่าใด

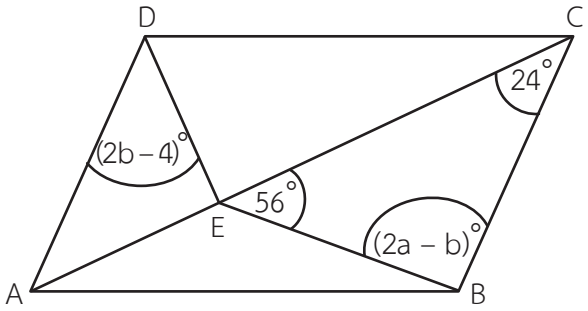
23. จำนวนนับจำนวนหนึ่งเมื่อนำไปคูณกับ 6.4 จะได้คำตอบเป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง แต่ถ้าหากไม่ได้ใส่จุดทศนิยมในคำตอบจะทำให้คำตอบที่ได้มีค่ามากกว่าคำตอบที่ถูกต้องอยู่ 3283.2 แล้วจำนวนนับดังกล่าวมีค่าเท่ากับเท่าใด

24. ผลคะแนนการสอบในวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 12 คน เป็นดังนี้

x, 70, 48, 91, 66, 89, 72, 94, 78, 46, 65, 92

ถ้ามัธยฐานของคะแนนสอบเท่ากับ 73 คะแนนแล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบมีค่าเท่ากับเท่าใด

25. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังรูป

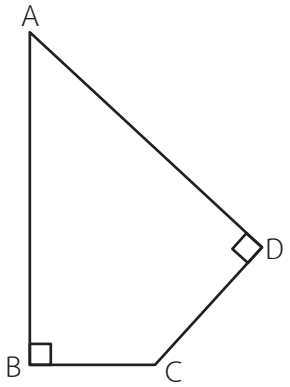


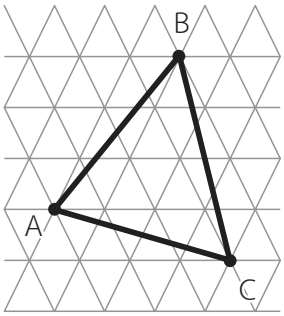
โดยมี $\overline{AC}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{E}D$ ถ้า $B\hat{C}E = 24^\circ$, $B\hat{E}C = 56^\circ$, $C\hat{B}E = (2a - b)^\circ$ และ $A\hat{D}E = (2b - 4)^\circ$ แล้วค่าของ $\frac{(a + 1)(b + 2)}{100}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

26. ถ้า $\frac{x^2+y^2}{x+y}=\frac{5}{3}$ แล้ว $\frac{x^3+5y^3+(5y-1)x^2+(x-5)y^2-6xy}{x^3+xy^2+5x^2y+5y^3}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

27. ถังใบหนึ่งมีท่อเปิดน้ำเข้า 2 ท่อ คือ ท่อใหญ่และท่อเล็กโดยถ้าเปิดน้ำเข้าถัง 2 ท่อพร้อมกัน แล้วน้ำจะเต็มถังในเวลา 10 นาที แต่ถ้าเปิดน้ำท่อใหญ่ท่อเดียวน้ำจะเต็มถังเร็วกว่าเปิดท่อเล็กท่อเดียว 15 นาที ถ้าเปิดน้ำเข้าถังด้วยท่อเล็กเพียงท่อเดียว แล้วน้ำจะเต็มถังเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาที

28. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD ดังรูป
มี $B\hat{A}D = 60^\circ$ โดยที่ $A\hat{B}C = C\hat{D}A = 90^\circ$
มีด้าน BC ยาว 4 หน่วย และด้าน CD ยาว 6 หน่วย
ถ้าผลบวกของความยาวด้าน AB และ AD
สามารถเขียนในรูป $m\sqrt{n}$ โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก
และ n มีค่าน้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้แล้ว m + n มีค่าเท่ากับเท่าใด



29. 

จากรูปกำหนดให้รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดเล็กแต่ละรูปมีความยาวด้านแต่ละด้าน 1 หน่วย และสามเหลี่ยม ABC มีจุดยอดอยู่ที่จุดยอดของสามเหลี่ยมรูปเล็กดังรูป ถ้าพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่ากับ $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ ตารางหน่วย โดยที่ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม b เป็นจำนวนเฉพาะ และห.ร.ม. ของ a กับ c เท่ากับ 1 แล้ว a + b + c มีค่าเท่ากับเท่าใด

30. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสABCD ดังรูป ถ้า $\overline{CE}$ สัมผัสวงกลมที่จุด E แล้วมุม ECB มีขนาดเท่ากับกี่องศา

