



TUTORIAL SCHOOL BY
THE BRAIN

โรงเรียนกวดวิชา คณิต-วิทย์ อันดับ 1 ของประเทศ

ตัว Midterm & Final
.....
คณิตศาสตร์ ม.4

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

แนวข้อสอบ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ตอนที่ 1

กำหนดให้ A, B, C เป็นเซตใดๆ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าข้อใดถูก ข้อใดผิด

_____ 1. ถ้า $(x + 2y, -4) = (1, 2x + y)$ แล้ว $3^{x+y} = \frac{1}{3}$

_____ 2. $A \times B = B \times A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$

_____ 3. ถ้า $A \times B = A \times C$ แล้ว $B = C$

_____ 4. $(B \cap C) \times A = (B \times A) \cap (C \times A)$

_____ 5. $(A \times B) - (A \times C) = A \times (B - C)$

_____ 6. $(A \times B) \cap (C \times B) = (C \cap A) \times B$

_____ 7. ถ้า $n(A) = 7, n(B) = 6$ และ $n(A \cup B) = 10$
แล้ว $n[(A \times B) \cap (B \times A)] = 9$

ตอนที่ 2

8. กำหนด $A = \{3, 9\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 18\}$ ข้อสรุปต่อไปนี้ ข้อใด**ไม่ถูกต้อง**
1. $\emptyset$ เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เพราะ $\emptyset \subset A \times B$
 2. ถ้า r_1 เป็นความสัมพันธ์ “หารลงตัว” จาก A ไป B
แล้ว $r_1 = \{(3, 0), (3, 3), (3, 6), (3, 9), (3, 18), (9, 0), (9, 9), (9, 18)\}$
 3. ถ้า $r_2 = \{(18, 9)\}$ แสดงว่า r_2 เป็นความสัมพันธ์ “เป็นสองเท่า” จาก B ไป A
 4. จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B มีมากกว่าจำนวนความสัมพันธ์บน A อยู่ 1,008 ความสัมพันธ์

9. กำหนดให้

$$r_1 = \{(x, y) / y = \frac{5}{x^2 + 4x - 5}\}$$

$$\text{และ } r_2 = \{(x, y) / y = \frac{5x + 1}{x - 1}\}$$

ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1. $D_{r_1} = \{x/x \neq -5, 1\}$
2. $R_{r_1} = \{y/y \leq -\frac{5}{9} \text{ หรือ } y > 0\}$
3. $D_{r_2} = R - \{1\}$
4. $R_{r_2} = R - \{-5\}$

10. ให้ $f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{x-1}{\sqrt{2-x-x^2}} \right\}$ เมื่อ $\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง

โดเมนของ f ตรงกับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1' 59)

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| 1. $(-\infty, -2)$ | 2. $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ |
| 3. $(-2, 1)$ | 4. $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ |
| 5. $(-1, 2)$ | |

11. ให้ $\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง

และให้ $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{3-x} + \sqrt{2+x}\}$

$r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |y| = |x| + 1\}$

ถ้า A เป็นโดเมนของ r_1 และ B เป็นเรนจ์ของ r_2

แล้ว $A - B$ เป็นสับเซตของช่วงข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1' 61)

- | | |
|--------------------|--------------|
| 1. $(-\infty, -1)$ | 2. $(-2, 0)$ |
| 3. $(-1, 1]$ | 4. $(0, 2)$ |
| 5. $(1, \infty)$ | |

12. ข้อใดต่อไปนี้เป็น

1. เมื่อ $r = \{(x, y) / y = \sqrt{16 - x^2}\}$ แล้ว $D_r = [-4, 4]$ และ $R_r = [0, 4]$
2. เมื่อ $r = \{(x, y) / y = \sqrt{x^2 - 16}\}$ แล้ว $D_r = (-\infty, -4] \cup [4, \infty)$ และ $R_r = [0, \infty)$
3. เมื่อ $r = \{(x, y) / y = \sqrt{3x + 2}\}$ แล้ว $D_{r^{-1}} = [0, \infty)$ และ $R_{r^{-1}} = [-\frac{2}{3}, \infty)$
4. เมื่อ $r = \{(x, y) / y = \sqrt{x^2 + 100}\}$ แล้ว $D_{r^{-1}} = [0, 10]$ และ $R_{r^{-1}} = \mathbb{R}$

13. กำหนดความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3 - \sqrt{x^2 - 16}\}$ โดเมน (D_r) และเรนจ์ (R_r) ของ r คือข้อใด

1. $D_r = \{x \mid x \leq -4 \text{ หรือ } x \geq 4\}; R_r = \mathbb{R}$
2. $D_r = \{x \mid x \leq -4 \text{ หรือ } x \geq 4\}; R_r = \{y \mid y \leq 3\}$
3. $D_r = \{x \mid x \geq 4\}; R_r = \{y \mid y \leq 3\}$
4. $D_r = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}; R_r = \{y \mid y \geq 0\}$

14. กำหนด $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|----------------------------|---------------------------------|
| 1. $D_r \cap R_r = [1, 2)$ | 2. $D_r \cup R_r = [1, \infty)$ |
| 3. $D_r - R_r = [-2, 1)$ | 4. $R_r - D_r = (2, \infty)$ |



15. ความสัมพันธ์ในข้อใดที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนจริง

1. $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^3 = |x| + 1\}$

2. $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid xy = \sqrt{x^2 + 2}\}$

3. $r_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x + 1\}$

4. $r_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2x - y^2 + 4x = 0\}$

16. ให้ $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = |x| - 2\}$

ให้ D_r และ R_r เป็นโดเมนและเรนจ์ของ r ตามลำดับ

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) r^{-1} เป็นฟังก์ชัน

(ข) จำนวนสมาชิกของเซต $r \cap r^{-1}$ เท่ากับ 3

(ค) $D_r \cap R_r = D_r$

ข้อใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง** (PAT 1' 63)

1. ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว
2. ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว
3. ข้อ (ค) ถูกเพียงข้อเดียว
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

17. กำหนดให้ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^- \times \mathbb{R} \mid y = 2 - |x - 3|, x < 0\}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็น **ผล**

1. $r^{-1} = \{(y, x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^- \mid y = 2 - |x - 3|, x < 0\}$

2. $r^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^- \mid x = 2 - |y - 3|, y < 0\}$

3. $r^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^- \mid x = y - 1, y < 0\}$

4. $r^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^- \mid y = x + 1, x < 0\}$

18. อินเวอร์สของความสัมพันธ์ $\{(x, y) \mid y = x^2 + 1, x \geq 0\}$ คือข้อใด

1. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x - 1}, x \geq 1\}$ 2. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \pm\sqrt{x - 1}, x \geq 1\}$

3. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x + 1}, x \geq 0\}$ 4. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \pm\sqrt{x + 1}, x \geq 0\}$

19. อินเวอร์สของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{25 - x^2}\}$ ตรงกับข้อใด

- | | |
|--|--|
| 1. $\{(x, y) \mid y = \sqrt{25 - x^2}, x \leq 0\}$ | 2. $\{(x, y) \mid y = \sqrt{25 - x^2}, x \geq 0\}$ |
| 3. $\{(x, y) \mid y = \pm \sqrt{25 - x^2}, x \leq 0\}$ | 4. $\{(x, y) \mid y = \pm \sqrt{25 - x^2}, x \geq 0\}$ |

20. กำหนดให้ $r = \{(x, y) \mid y = \frac{3x+5}{4-2x}\}$ แล้วอินเวอร์สของความสัมพันธ์ r คือข้อใด

- | | |
|---|---|
| 1. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \frac{2x-5}{2x+3}\}$ | 2. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \frac{3x-5}{2x+3}\}$ |
| 3. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \frac{4x-5}{2x+3}\}$ | 4. $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = \frac{5x-5}{2x+3}\}$ |



21. ถ้า $r = \{(x, y) / y = 4x - x^2; x \leq 2\}$ แล้ว r^{-1} ตรงกับข้อใด

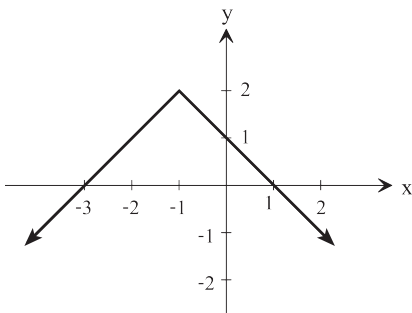
1. $\{(x, y) / y = 2 - \sqrt{4 - x}\}$

2. $\{(x, y) / y = 2 + \sqrt{4 - x}\}$

3. $\{(x, y) / y = 2 - \sqrt{x - 4}\}$

4. $\{(x, y) / y = 2 + \sqrt{x - 4}\}$

22. รูปต่อไปนี้เป็นกราฟของความสัมพันธ์ใด



1. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2 - |x|\}$

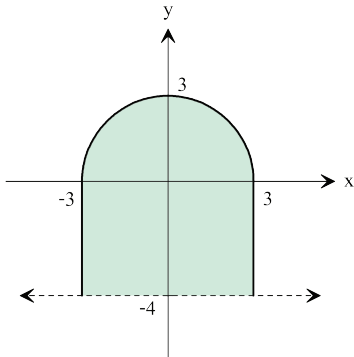
2. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x| + 2\}$

3. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2 + |x + 1|\}$

4. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2 - |x + 1|\}$

23. กำหนดให้ $f(x) = 4 + 2|3 - x|$ ข้อใดต่อไปนี้เป็น **ผิด**
1. f มีค่าต่ำสุดที่ $x = 3$
 2. f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ 4
 3. กราฟ f ไม่ตัดแกน x
 4. ช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มคือ $(-\infty, 3)$

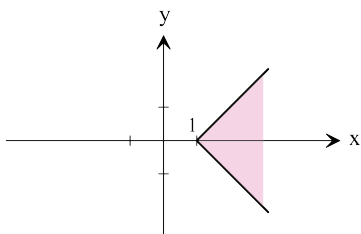
24. กราฟที่กำหนดมีความสัมพันธ์ตรงกับข้อใด



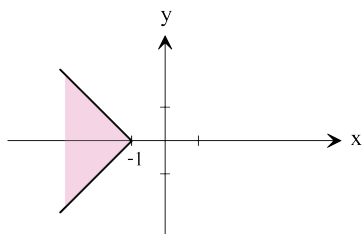
1. $\{(x, y) \mid y \leq \sqrt{9 - x^2} \text{ และ } y < -4\}$
2. $\{(x, y) \mid y \geq \sqrt{9 - x^2} \text{ และ } y > -4\}$
3. $\{(x, y) \mid y \leq \sqrt{9 - x^2} \text{ และ } y > -4\}$
4. $\{(x, y) \mid y \geq \sqrt{9 - x^2} \text{ และ } y < -4\}$

25. กราฟอินเวอร์สของ $\{(x, y) \mid x \geq |y| + 1\}$ คือข้อใด

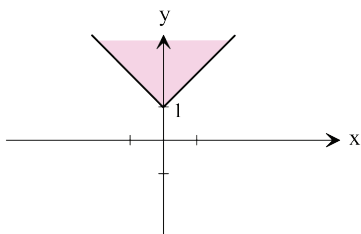
1.



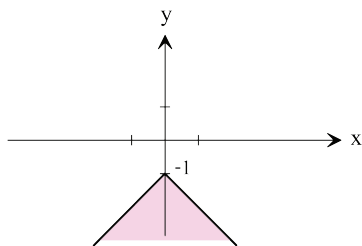
2.



3.



4.



26. ความสัมพันธ์ข้อใดเป็นฟังก์ชัน

1. $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 3 \text{ หรือ } x = 4\}$

2. $r_2 = \{(\{0\}, 1), (\{1\}, 1), (\{0, 1\}, 2)\}$

3. $r_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |y| = x\}$

4. $r_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x^2 + 9y^2 = 18\}$

27. พิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / y = |x| + 2\}$$

$$r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ / x^2 = 4 - y^2\}$$

$$r_3 = \{(x, y) \in A \times A / y > x\}, A = \{1, 2, 3\}$$

$$r_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = x^2, 1 \leq x \leq 4\}$$

จำนวนความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งเท่ากับเท่าใด

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

28. พิจารณาฟังก์ชันต่อไปนี้ ข้อใดต่อไปนี้ **ผิด**

1. $f_1 = \{(x, y) / y = 2^{-x}\}$ เป็นฟังก์ชัน 1 - 1
2. $f_2 = \{(x, y) / y = \sqrt{8 - x^2}\}$ มี f_2^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน
3. $f_3 = \{(x, y) / y = -\sqrt{x+6}\}$ มี f_3^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน
4. $f_4 = \{(x, y) / y = 3 - |x|\}$ มี f_4^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน

29. กำหนด $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ และ

$$f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = |x| + 2\}$$
 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. f เป็นความสัมพันธ์ไม่ใช่ฟังก์ชัน
2. f เป็นฟังก์ชัน 1 - 1
3. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 1. ข้อ 1 ผิด ข้อ 2 และข้อ 3 ถูก | 2. ข้อ 1 และข้อ 2 ผิด ข้อ 3 ถูก |
| 3. ข้อ 1 - ข้อ 3 ถูกทุกข้อ | 4. ข้อ 1 - ข้อ 3 ผิดทุกข้อ |

30. ข้อใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง**

1. $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$ เป็นฟังก์ชันจาก $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึง $\mathbb{R}$
2. $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x| - 2\}$ เป็นฟังก์ชันจาก $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึง $[-2, \infty)$
3. $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 2x + 3\}$ เป็นฟังก์ชันจาก $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึง $[0, \infty)$
4. $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |(x+2)^2 - 3|\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน 1 - 1