



โรงเรียนกวดวิชา คณิต-วิทย์ อันดับ 1 ของประเทศ

ตัว TCAS-64 คณิตศาสตร์

ตรรกศาสตร์, จำนวนจริง, ความสัมพันธ์, เวกเตอร์และสถิติ

โดย อ.วิเศษ กี่สูงพันธ์ (พี่เอ)

ตัว TCAS-64
เรื่อง ตรรกศาสตร์, จำนวนจริง, ความสัมพันธ์, เวกเตอร์และสถิติ

1. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ คือ $\{x \in R / \frac{1}{x} \geq 1\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $\exists x \left[\frac{1}{|x-3|} > \frac{1}{2} \right] \rightarrow \forall x \left[|x+5| > \frac{9}{2} \right]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

(ข) $\forall x [|x+10| = |x| + 10]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

(ค) $\forall x \left[x - \frac{1}{x} \geq 0 \rightarrow |x| \leq |x-1| \right]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) , ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) , ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) , ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) , ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก |
| 5. ข้อ (ก) , ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิด | |

2. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$\sqrt{x+6} \leq x+8 \leq |x|$$

และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$|x^2 - 5| = 2x + 3$$

แล้วจำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ $A \cup B$ มีทั้งหมดกี่จำนวน

1. 0 2. 1 3. 2 4. 3 5. 4

3. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

$$\text{ให้ } f = \left\{ (x, y) \in R \times R / y = \frac{24 - x^3}{5} \right\}$$

$$g = \left\{ (x, y) \in R \times R / y = \begin{cases} x + 3, & x < 1 \\ \frac{1}{2}(x + 7), & x \geq 1 \end{cases} \right\}$$

ถ้า $a \in R$ และ $f^{-1}og(a) = -1$

แล้ว $(f^{-1} - g^{-1})\left(-\frac{a}{5}\right)$ เท่ากับเท่าใด

4. กำหนดให้ \vec{u} , \vec{v} และ \vec{w} เป็นเวกเตอร์ใดๆ ที่ไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 + |\vec{u} \times \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 |\vec{v}|^2$

(ข) ถ้า $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ โดยที่ $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$
และ $|\vec{w}| = 5$ ค่าของ $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{u} = 25$

(ค) กำหนดให้ $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} + a\vec{k}$
และ $\vec{w} = 5\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ ถ้า \vec{v} ตั้งฉากกับ \vec{w}
แล้ว พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} เป็นด้านประชิด
มีค่าเท่ากับ $\sqrt{6}$ ตารางหน่วย

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|---|---|
| 1. ข้อ (ก), ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก), ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข), ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก), ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก |
| 5. ข้อ (ก), ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิด | |

5. น้ำหนักของประชากรเพศหญิงของหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ จากการสำรวจพบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 62 กิโลกรัม และเมื่อสุ่มประชากรหญิงมา 1 คน จะมีความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้น้ำหนักเกิน 77 กิโลกรัม คือ 0.0668 และถ้าคนในหมู่บ้านแห่งนี้มีประชากรเพศหญิงทั้งหมด 10,000 คน จงหาว่าจะมีประชากรเพศหญิงที่มีน้ำหนักในช่วง 49 – 76 กิโลกรัม อยู่ประมาณกี่คน

กำหนดให้ $P(z < 1.3) = 0.9032$

$$P(z < 1.4) = 0.9192$$

และ $P(z < 1.5) = 0.9332$

6. มีข้อมูลอยู่ 2 ชุด ชุดละ 5 จำนวน

ชุดแรก คือ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 และ ชุดที่สอง คือ y_1, y_2, y_3, y_4, y_5

โดยที่ x_k และ y_k เป็นจำนวนจริงสำหรับทุกค่า $k = 1, 2, 3, 4, 5$

สมมติว่าข้อมูลทั้งสองชุด มีสมบัติดังต่อไปนี้

(ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดแรก คือ 15

(ข) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่สอง คือ 3

(ค) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดแรก คือ 8

(ง) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดที่สอง คือ 4

(จ) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3, x_4y_4, x_5y_5$ คือ 65

ความแปรปรวนของข้อมูล $2(x_1 + y_1) + 3, 2(x_2 + y_2) + 3, 2(x_3 + y_3) + 3, 2(x_4 + y_4) + 3$

, $2(x_5 + y_5) + 3$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 320

2. 360

3. 400

4. 440

5. 480

6. **ตอบ 5**

วิธีทำ

DATA : $x_1 + y_1$, $x_2 + y_2$, ... , $x_5 + y_5$

$$\begin{aligned} \text{จะมี } \mu_{x+y} &= \frac{(x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + \dots + (x_5 + y_5)}{5} \\ &= \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_5) + (y_1 + y_2 + \dots + y_5)}{5} \\ &= \frac{5(\mu_x) + 5(\mu_y)}{5} \\ &= \mu_x + \mu_y = 15 + 3 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จะมี } \sum_{i=1}^5 (x_i + y_i)^2 &= \sum_{i=1}^5 (x_i^2 + 2x_i y_i + y_i^2) \\ &= \sum_{i=1}^5 x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^5 x_i y_i + \sum_{i=1}^5 y_i^2 \\ &= 5 \cdot 289 + 2 \cdot 5 \cdot 65 + 5 \cdot 25 \quad * \\ &= 5(289 + 130 + 25) = 5 \cdot 444 \end{aligned}$$

$$* \text{ จาก } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \mu_x^2} \rightarrow 8 = \sqrt{\frac{\sum x^2}{5} - 15^2}$$

$$\therefore \sum x^2 = 5 \cdot 289$$

$$\text{จาก } \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N} - \mu_y^2} \rightarrow 4 = \sqrt{\frac{\sum y^2}{5} - 3^2}$$

$$\therefore \sum y^2 = 5 \cdot 25$$

$$\text{และ } \mu_{xy} = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_5 y_5}{5}$$

$$65 = \frac{\sum xy}{5} \rightarrow \sum xy = 5 \cdot 65$$

$$\sigma_{x+y}^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i + y_i)^2}{5} - \mu_{x+y}^2$$

$$= \frac{5 \cdot 444}{5} - 18^2$$

$$= 120$$

$$\sigma_{2(x+y)+3}^2 = 2^2 \cdot \sigma_{x+y}^2$$

$$= 4 \cdot 120$$

$$= 480$$