

เฉลยข้อสอบ Self-Assessment

คณิตศาสตร์ O-NET ม.3

ตอนที่ 1

แบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด
จำนวน 20 ข้อ (ข้อ 1 - 20) ข้อละ 4 คะแนน (รวม 80 คะแนน)

ข้อ 1 ตอบ 4

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1^0 + 2^0 + 3^0 + \dots + 2564^0}{2564}\right)^0 &= \left(1 - \frac{\overbrace{1+1+1+\dots+1}^{2564 \text{ ตัว}}}{2564}\right)^0 \\ &= \left(1 - \frac{2564}{2564}\right)^0 \\ &= (1-1)^0 \\ \therefore \left(1 - \frac{1^0 + 2^0 + 3^0 + \dots + 2564^0}{2564}\right)^0 &= 0^0 = \text{หาค่าไม่ได้} \end{aligned}$$

ข้อ 2 ตอบ 3

ให้มีเด็กเข้าชมสวนสัตว์ x คน เป็นผู้ใหญ่ $1,000 - x$ คน

โดยมีเด็กเข้าชมฟรี 120 คน แสดงว่าจะมีเด็กที่ต้องจ่ายค่าเข้าชม $x - 120$ คน

ค่าเข้าชมรวมที่ได้ = ค่าเข้าชมของผู้ใหญ่ + ค่าเข้าชมของเด็ก

$$62,000 = 80(1,000 - x) + 50(x - 120)$$

$$62,000 = 80,000 - 80x + 50x - 6,000$$

$$30x = 12,000$$

$$x = 400$$

$\therefore$ มีเด็กเข้าชมสวนสัตว์ 400 คน

ข้อ 3 ตอบ 2

	ชนะ	แพ้
อู๋ม	x	y
อิม	y	x

อู๋มได้รับเงินเพิ่มจากเดิม 37 บาท

แสดงว่า $5x - 2y = 37$ — (1)

อิมได้รับเงินเพิ่มจากเดิม 2 บาท

แสดงว่า $5y - 2x = 2$ — (2)

(1) $\times 5$: $25x - 10y = 185$ — (3)

(2) $\times 2$: $-4x + 10y = 4$ — (4)

(3) + (4) : $21x = 189 \rightarrow x = 9$ $\therefore$ อู๋มเล่นเป่ายิงฉุบชนะอิม 9 ครั้ง

ข้อ 4 ตอบ 1

ให้ตอนที่ 3 เก่งทำข้อสอบถูก x ข้อ

คะแนนเต็มของการสอบ = $3(10) + 4(10) + 5(10) = 120$ คะแนน

ต้องได้ 80% ขึ้นไปถึงจะได้เหรียญทอง แสดงว่าเก่งต้องทำคะแนนได้ $\frac{80}{100} \times 120 = 96$ คะแนน

แสดงว่า ตอนที่ 1 + ตอนที่ 2 + ตอนที่ 3 ≥ 96 คะแนน

$$3(10) + \frac{80}{100}(4)(10) + 5x \geq 96$$

ทำถูกแค่ 80%

$$30 + 32 + 5x \geq 96$$

$$5x \geq 34$$

$$\div 5 : \quad x \geq 6.8$$

$\therefore$ เก่งต้องทำข้อสอบตอนที่ 3 ถูกอย่างน้อย 7 ข้อ

ข้อ 5 ตอบ 3

3^1 มีหลักหน่วยเป็น 3

พบว่า 3^n มีหลักหน่วยเป็น

3 เมื่อ $\frac{n}{4}$ เหลือเศษ 1

3^2 มีหลักหน่วยเป็น 9

9 เมื่อ $\frac{n}{4}$ เหลือเศษ 2

3^3 มีหลักหน่วยเป็น 7

7 เมื่อ $\frac{n}{4}$ เหลือเศษ 3

3^4 มีหลักหน่วยเป็น 1

1 เมื่อ $\frac{n}{4}$ ลงตัว

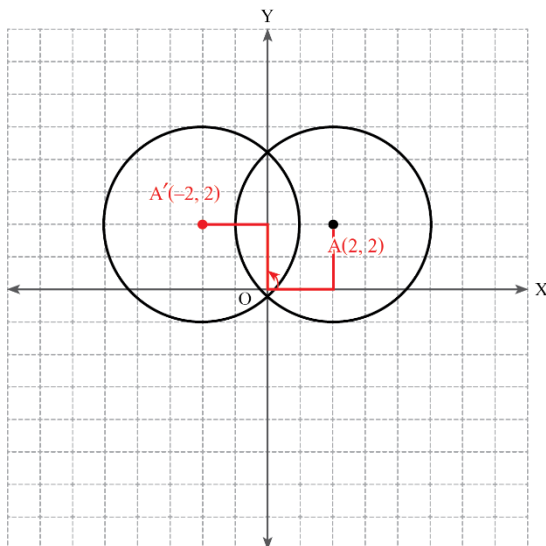
3^5 มีหลักหน่วยเป็น 3

เนื่องจาก 15 หารด้วย 4 เหลือเศษ 3

:

$\therefore 3^{15}$ มีหลักหน่วยเป็น 7

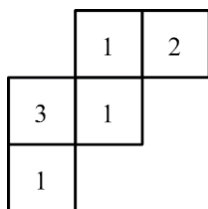
ข้อ 6 ตอบ 3



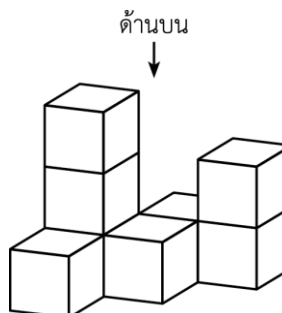
เมื่อสร้างแกน L จากจุด O ไปยัง
จุด A(2, 2) แล้วหมุนทวนเข็มนาฬิกา
รอบจุด O ด้วยมุม 90°
พบว่าจะกลายเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง
ที่ A'(-2, 2) พอดี
 $\therefore$ วงกลมที่มี A'(-2, 2) เป็นจุดศูนย์กลาง
เกิดจากการหมุนวงกลม A รอบจุด O
ทวนเข็มนาฬิกา 90°

ข้อ 7 ตอบ 2

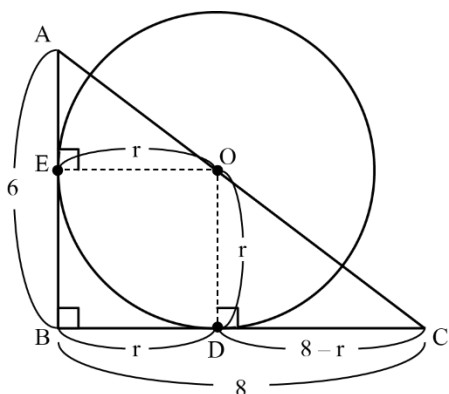
เมื่อมองจากด้านบน



จะได้ว่าภาพด้านบนดังกล่าวคือ ภาพด้านบนของรูป
เรขาคณิตสามมิติในข้อที่ 2



ข้อ 8 ตอบ 3



เมื่อลากเส้นจากจุด O ไปยังจุดสัมผัสที่จุด D และจุด E
จะได้ว่า $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ และ $\overline{OE} \perp \overline{AB}$

และ $OD = r = OE$ ทำให้ $DC = 8 - r$

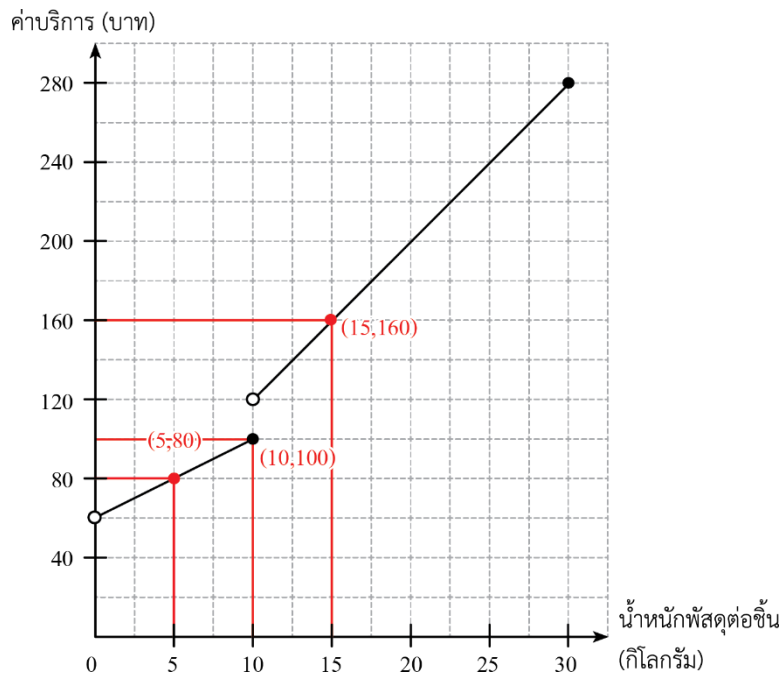
จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle ODC$

$$\text{จะได้ } \frac{r}{6} = \frac{8-r}{8} \rightarrow \frac{r}{3} = \frac{8-r}{4}$$

$$4r = 24 - 3r \rightarrow 7r = 24$$

$$\therefore r = \text{รัศมีของวงกลม} = \frac{24}{7} \text{ หน่วย}$$

ข้อ 9 ตอบ 3



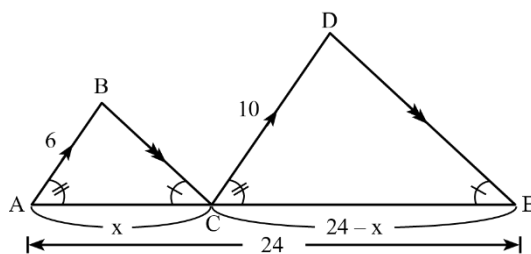
พัสดุดูดขึ้นที่ 1 น้ำหนัก 5 กิโลกรัม จะเสียค่าส่ง 80 บาท

พัสดุดูดขึ้นที่ 2 น้ำหนัก 10 กิโลกรัม จะเสียค่าส่ง 100 บาท

พัสดุดูดขึ้นที่ 3 น้ำหนัก 15 กิโลกรัม จะเสียค่าส่ง 160 บาท

$\therefore$ จะเสียค่าส่งรวม = $80 + 100 + 160 = 340$ บาท

ข้อ 10 ตอบ 4



ให้ $AC = x$ จะได้ $CE = 24 - x$

เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

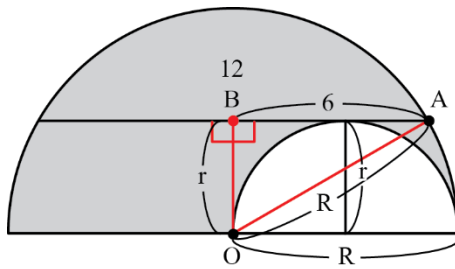
ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle CDE$

จะได้ $\frac{x}{6} = \frac{24-x}{10} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{24-x}{5}$

$$5x = 72 - 3x \rightarrow 8x = 72 \rightarrow x = 9$$

$\therefore \overline{AC}$ ยาว 9 หน่วย

ข้อ 11 ตอบ 4



ให้ r = รัศมีวงกลมเล็ก และ R = รัศมีวงกลมใหญ่

ให้จุด O คือจุดศูนย์กลางวงกลมใหญ่

ลากเส้นจากจุด O ตั้งฉากคอร์ดที่จุด B

จะทำให้ $AB = 6$

จากรูป $\triangle OAB$ เป็น $\triangle$ มุมฉาก พบว่า $AB^2 + BO^2 = AO^2$

จะได้ $6^2 + r^2 = R^2$ ดังนั้น $R^2 - r^2 = 36$

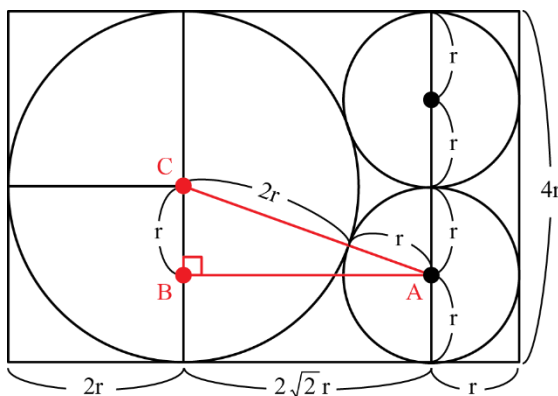
พื้นที่แรเงา = ครึ่งวงกลมใหญ่ - ครึ่งวงกลมเล็ก

$$= \frac{1}{2} \pi R^2 - \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{2} \pi (R^2 - r^2)$$

$$\therefore \text{พื้นที่แรเงา} = \frac{1}{2} \pi (36) = 18\pi$$

ข้อ 12 ตอบ 2



ให้ r = รัศมีวงกลมเล็ก

จะได้ว่า ด้านกว้าง = $4r$

และรัศมีวงกลมใหญ่ = $2r$

ให้ A, B, C คือจุดดังรูป

จะเห็นว่า $AC = 3r$ และ $CB = r$

และ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มุมฉาก

จากพิทาโกรัส : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$AB^2 + r^2 = (3r)^2$$

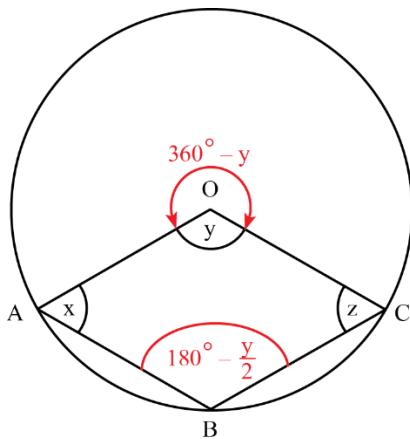
$$AB^2 = 8r^2$$

$$\text{จะได้} \quad AB = 2\sqrt{2}r$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{\text{กว้าง}}{\text{ยาว}} = \frac{4r}{2r + 2\sqrt{2}r + r} = \frac{4r}{(3 + 2\sqrt{2})r} = \frac{4}{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{\text{กว้าง}}{\text{ยาว}} = \frac{4}{3 + 2\sqrt{2}} \times \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = 12 - 8\sqrt{2}$$

ข้อ 13 ตอบ 2



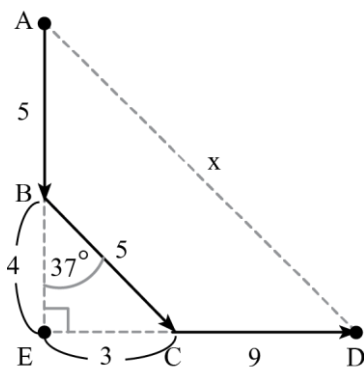
จากรูปจะได้ว่า $\hat{ABC} = \frac{360^\circ - y}{2} = 180^\circ - \frac{y}{2}$

มุมภายในรูปสี่เหลี่ยม ABCO จะได้

$$y + x + 180^\circ - \frac{y}{2} + z = 360^\circ$$

$$\therefore x + z = 180^\circ - \frac{y}{2}$$

ข้อ 14 ตอบ 1



ให้ $AD = x$ และ E คือจุดตั้งรูป

จากรูป $\frac{BE}{BC} = \cos 37^\circ \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{BE}{5} \rightarrow BE = 4$

และทำให้ $CE = 3$ แสดงว่า $AE = 9$ และ $ED = 12$

จากรูป $\triangle AED$ เป็น $\triangle$ มุมฉาก

จากพิทาโกรัส : $9^2 + 12^2 = x^2 \rightarrow x^2 = 225 \rightarrow x = 15$

$\therefore AD$ ยาว 15 หน่วย

ข้อ 15 ตอบ 3

กราฟ $y = x^2 + ax + 1$ สัมผัสกับ $x + y = 0 \rightarrow y = -x$

แทน $y = -x$ ใน $y = x^2 + ax + 1$ จะได้ $-x = x^2 + ax + 1$

ทำให้ $x^2 + (a+1)x + 1 = 0$ ซึ่งกราฟทั้ง 2 สัมผัสกัน

แสดงว่าคำตอบ x ที่แก้ได้จะมีค่าเดียวเท่านั้น

สมการจะมีคำตอบเพียงค่าเดียวเมื่อ $(a+1)^2 - 4(1)(1) = 0$

แสดงว่า $(a+1)^2 = 4$

$$a+1 = 2 \quad \text{หรือ} \quad a+1 = -2$$

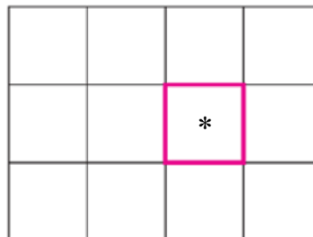
$$a = 1 \quad \text{หรือ} \quad a = -3$$

เนื่องจาก a เป็นจำนวนจริงลบ $\therefore a = -3$

ข้อ 16 ตอบ 3

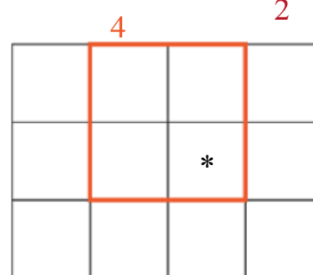
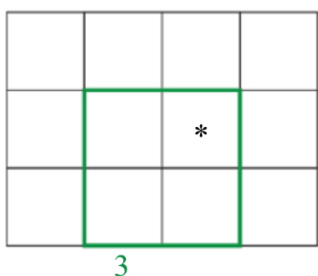
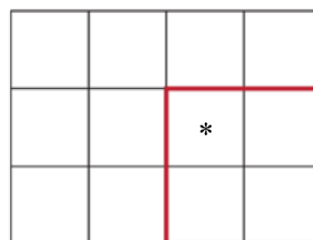
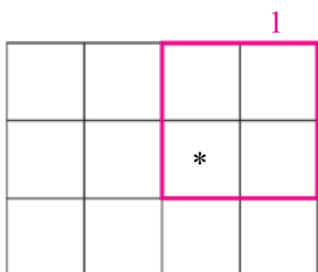
จัดรู็สจาก 1 รูปเล็ก

มี 1 แบบ



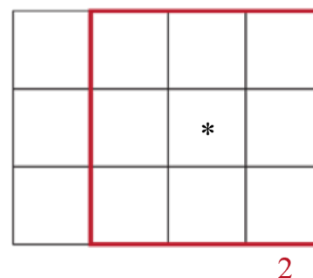
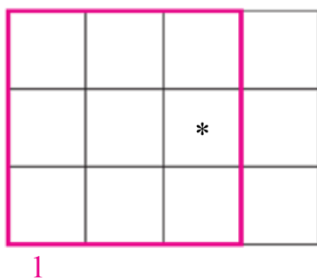
จัดรู็สจาก 4 รูปเล็ก

มี 4 แบบ



จัดรู็สจาก 9 รูปเล็ก

มี 2 แบบ



ข้อ 17 ตอบ 1

เส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันจะมีความชันเท่ากัน

จากสมการ $y = 2x + 0$ อยู่ในรูป $y = mx + c$

จะมีความชัน (m) = 2 ดังนั้น เส้นตรง $y = ax + b$ จะมีความชันเป็น 2

ทำให้ได้ว่า $a = 2$ และจากเส้นตรง $y = 2x + b$ ผ่านจุด $(3, 10)$

จะได้ว่า $10 = 2(3) + b$ จะได้ $b = 4$

$\therefore a + b = 6$

ข้อ 18 ตอบ 4

DATA – A : 12, 13, 13, 15, 17, 19, a มีฐานนิยม = 13

DATA – B : 11, 13, 14, 16, 18, 20, b

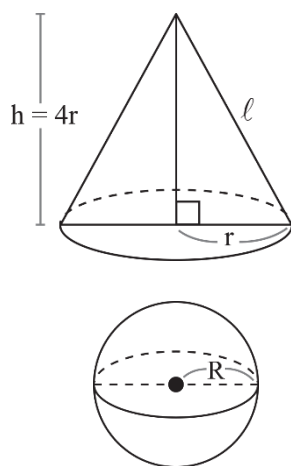
เนื่องจาก DATA – B และ DATA – A มีฐานนิยมเท่ากัน $\therefore b = 13$ แน่ๆ

ดังนั้น DATA – B : 11, 13, 13, 14, 16, 18, 20 มีมัธยฐาน = 14

และจาก DATA – A และ DATA – B มีมัธยฐานเท่ากัน $\therefore a = 14$ แน่ๆ

$$\therefore a + b = 14 + 13 = 27$$

ข้อ 19 ตอบ 3



ปริมาตรกรวยกลม = ปริมาตรทรงกลมตัน

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$r^2(4r) = 4R^3$$

$$4r^3 = 4R^3 \quad \therefore r = R$$

พื้นที่ผิวทรงกลมตัน – พื้นที่ปากกรวย = 12

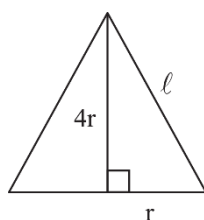
$$4\pi R^2 - \pi r^2 = 12$$

$$\therefore R = r : 4\pi r^2 - \pi r^2 = 12$$

$$3\pi r^2 = 12$$

$$\therefore \pi r^2 = 4 \quad \text{---(1)}$$

พิจารณากรวยกลม



$$l^2 = (4r)^2 + r^2 \rightarrow l^2 = 17r^2$$

$$\text{ดังนั้น } l = \sqrt{17} r$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างกรวย} &= \pi r l = \pi r (\sqrt{17} r) \\ &= \sqrt{17} \pi r^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ผิวข้างกรวย} = 4\sqrt{17}$$

ข้อ 20 ตอบ 4

ครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หยิบลูกบอลสีแดงออกไปแล้วครั้งละ 1 ลูก

จะเหลือลูกบอลในกล่อง 10 ลูก โดยเป็นลูกสีแดง 2 ลูกเหลืออยู่ในกล่อง

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ในครั้งที่ 3 จะหยิบได้สีแดง} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

ตอนที่ 2

แบบอัตนัยเติมคำตอบ

จำนวน 5 ข้อ (ข้อ 21 - 25) ข้อละ 4 คะแนน (รวม 20 คะแนน)

ข้อ 21 ตอบ 13

$$\frac{a}{b} = \frac{(25642563)^2}{(25642563 - 1)^2 + (25642563 + 1)^2 - 2} \text{ ให้ } x = 25642563$$

จะได้ $\frac{a}{b} = \frac{x^2}{(x-1)^2 + (x+1)^2 - 2}$ เนื่องจาก $(x-1)^2 + (x+1)^2 = 2x^2 + 2(1)^2$

$$\frac{a}{b} = \frac{x^2}{2x^2 + 2 - 2} = \frac{x^2}{2x^2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \text{ ทำให้ } a = 1, b = 2 \quad \therefore 3a + 5b = 13$$

ข้อ 22 ตอบ 1,649

นักเรียนชายและหญิง เมื่อจับคู่ 1 : 1 แล้ว นักเรียนหญิงไม่มีคู่ 32 คน

แสดงว่า มีนักเรียนหญิงมากกว่านักเรียนชาย 32 คน แสดงว่า

ชาย	หญิง
x	x + 32

เมื่อจับคู่แบบ ชาย 1 หญิง 2 จะเหลือนักเรียนชาย 48 คน

จะได้ว่า $\frac{x+32}{2} = x - 48$

$$x + 32 = 2x - 96$$

$$x = 128 \quad \therefore \text{มีชาย } 128 \text{ คน และหญิง } 160 \text{ คน}$$

ดังนั้น $\frac{\text{ชาย}}{\text{หญิง}} = \frac{128}{160} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{128}{160} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$

$$\therefore a^b + b^a = 4^5 + 5^4 = 1,649$$

ข้อ 23 ตอบ 1

$P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ โดยจากโจทย์ $P(2) = 2$, $P(1) = 1$ และ $P(9) = 9$

แสดงว่า $P(x) = (x-2)(x-1)(x-9) + x$ แน่ๆ

ดังนั้น $P(13) = (13-2)(13-1)(13-9) + 13 = 11 \times 12 \times 4 + 13$

$\therefore P(13)$ หารด้วย 12 แล้วจะเหลือเศษ 1

ข้อ 24 ตอบ 11

DATA : 3, 4, 4, 5, 8, 8, 9, 10, a, b 2 ข้อมูลที่เพิ่มเข้ามา

ฐานนิยม = 4 ดังนั้น ในข้อมูลต้องมี 4 อย่างน้อย 3 ตัว

ให้ $a = 4$ จะได้

DATA : 3, 4, 4, 4, 5, 8, 8, 9, 10, b

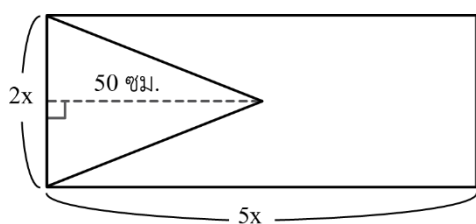
ข้อมูลตอนนี้มี มัธยฐาน = $\frac{5+8}{2} = 6.5$ แต่โจทย์ต้องการให้ Med = 6

ดังนั้น เพื่อให้ข้อมูลชุดนี้มีมัธยฐาน = 6 แสดงว่า $b = 7$

DATA : 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 8, 9, 10

$\therefore$ ผลบวกของข้อมูลสองจำนวนที่เพิ่มเข้ามา = $a+b = 4+7 = 11$

ข้อ 25 ตอบ 80



ให้ ความกว้าง และ ความยาวของ □ ผืนผ้า

เท่ากับ $2x$ และ $5x$ ตามลำดับ

จากโจทย์ พื้นที่สามเหลี่ยม = 800 ตารางเซนติเมตร

$$\frac{1}{2}(2x)(50) = 800 \rightarrow x = 16$$

$\therefore$ สีเหลี่ยมผืนผ้ายาว = $5(16) = 80$ เซนติเมตร
