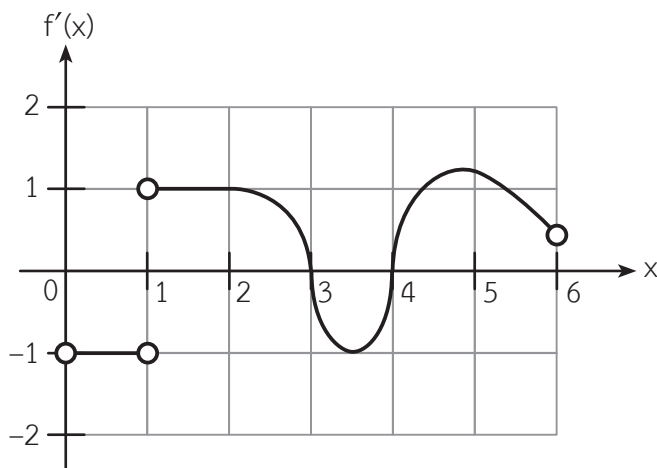


PAT1 มี.ค. 64

24. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงเปิด $(0, 6)$ และกราฟของ f' เป็นดังรูป



ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. f มีจุดวิกฤตที่ $x = 1$
2. f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ และ $x = 4$
3. f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์บนช่วง $[2, 5]$
4. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(1, 3)$
5. f เป็นฟังก์ชันค่าคงตัวบนช่วง $(0, 1)$

ข้อ 24 ตอบ 5

พิจารณา $x \in (0, 1)$ $f'(x) = -1 \rightarrow$ แปลว่า ความชันของกราฟ $f(x) = -1$
จะได้กราฟ $f(x)$ เป็นเส้นตรง $\searrow$ ซึ่งต้องเป็นฟังก์ชันลด

ดังนั้น ข้อ 5 ไม่ถูกต้องแน่ๆ

พิจารณา $x \in (1, 2]$ $f'(x) = 1 \rightarrow$ แปลว่า ความชันของกราฟ $f(x) = 1$
จะได้กราฟ $f(x)$ เป็นเส้นตรง $\nearrow$

และโจทย์บอกว่า f ต่อเนื่องบน $(0, 6)$ แสดงว่า ที่ $x = 1$ ต่อเนื่องแน่ๆ

จึงได้กราฟ $f(x)$ ที่ $x = 1$ เป็นรูปแบบนี้คือ $\vee$

ดังนั้น f มีจุดวิกฤตที่ $x = 1$ และเป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ $\therefore$ ข้อ 1 ถูก

พิจารณากราฟ f' พบว่า ที่ $x = 4$ $f'(4) = 0$

และ $f'(4^-) < 0$, $f'(4^+) > 0$ คือเปลี่ยนจากลบไปเป็นบวก

ดังนั้นที่ $x = 4$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ $\therefore$ ข้อ 2 ถูก

เนื่องจากในช่วง $[2, 5]$ $f'(x)$ หาค่าได้ทุกจุด และ f ต่อเนื่องในช่วง $(0, 6)$

ดังนั้น ในช่วง $[2, 5]$ f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์และต่ำสุดสัมบูรณ์ $\therefore$ ข้อ 3 ถูก

บนช่วง $(1, 3)$ $f'(x) > 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม $\therefore$ ข้อ 4 ถูก

PAT1 มี.ค. 64

41. ในช่วงเทศกาลวันปีใหม่ ร้านเบเกอรี่แห่งหนึ่งผลิตเค้กสูตรพิเศษที่มีข้อจำกัดในการผลิต จึงจะผลิตตามสั่งได้ไม่เกิน 12 ก้อน โดยมีกำไรจากการขายเค้ก n ก้อน เท่ากับ $300n - 45n^2 + 2n^3$ บาท ร้านเบเกอรี่แห่งนี้จะได้กำไรมากที่สุด เมื่อขายเค้กกี่ก้อน

ข้อ 41 ตอบ 5

ให้ x แทนจำนวนเค้กที่ผลิต และ $f(x)$ แทนกำไรจากการขาย x ก้อน

จะได้ $f(x) = 300x - 45x^2 + 2x^3$, $x \in [0, 12]$

$$f'(x) = 300 - 90x + 6x^2 = 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$(x - 5)(x - 10) = 0 \quad \therefore x = \underset{\text{Max}}{5}, \underset{\text{Min}}{10}$$

พบว่า x มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 5$ และต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 10$

พิจารณาขอบเขต ที่ $x = 0$ และ 12

$$f(5) = 300(5) - 45(5^2) + 2(5^3) = 625$$

$$f(0) = 0$$

$$f(12) = 300(12) - 45(12^2) + 2(12^3) = 576$$

$\therefore$ ร้านจะมีกำไรสูงสุด เมื่อขาย 5 ก้อน

คณิต 1 สามัญ 64

22. ให้ฟังก์ชัน $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ โดยที่ $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$

เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ถ้า $f(0) = 3$ และ f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$

และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$ แล้ว $f(1)$ เท่ากับเท่าใด

1. -1

2. 1

3. 3

4. 5

5. 7

ข้อ 22 ตอบ 4

วิธีที่ 1 จากโจทย์ ถ้า f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ แสดงว่า $f'(1) = 0$
 f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$ แสดงว่า $f'(-1) = 0$

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c \rightarrow f'(x) = -3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(1) = 0 \rightarrow -3 + 2a + b = 0 \rightarrow 2a + b = 3 \quad \text{--- (1)}$$

$$f'(-1) = 0 \rightarrow -3 - 2a + b = 0 \rightarrow 2a - b = -3 \quad \text{--- (2)}$$

$$(1) + (2), 4a = 0 \rightarrow \therefore a = 0$$

แทน $a = 0$ ใน (1) จะได้ $b = 3$

$$\text{จาก } f(0) = 3 \rightarrow C = 3$$

$$\text{ดังนั้น } f(x) = -x^3 + 3x + 3 \quad \therefore f(1) = -1 + 3 + 3 = 5$$

วิธีที่ 2 จาก $f'(1) = 0$ และ $f'(-1) = 0$ ทำให้ $f'(x) = A(x - 1)(x + 1) = Ax^2 - A$

$$f(x) = \int f'(x)dx = A \frac{x^3}{3} - Ax + C$$

$$\text{เทียบกับ } f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c \text{ จะได้ } \frac{A}{3} = -1 \rightarrow \boxed{A = -3}$$

$$\text{จากโจทย์ } f(0) = 3 \rightarrow \boxed{C = 3}$$

$$\text{ดังนั้น } f(x) = -x^3 + 3x + 3 \quad \therefore f(1) = 5$$

คณิต 1 สามัญ 64

25. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง ซึ่ง $f(0) = 10$, $f(3) = 9$

$$\text{และ } f'(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{เมื่อ } x < 1 \\ x^2 + a & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{โดยที่ } a \text{ เป็นจำนวนจริง}$$

a เท่ากับเท่าใด

1. 4 2. 2 3. 0 4. -2 5. -4

ข้อ 25 ตอบ 5

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{เมื่อ } x < 1 \\ x^2 + a & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} + a\frac{x^2}{2} + c & \text{เมื่อ } x < 1 \\ \frac{x^3}{3} + ax + d & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$$

ขณะ $x = 0$ $f(x) = \frac{x^3}{3} + a\frac{x^2}{2} + c$

$$f(0) = 10 \rightarrow \boxed{c = 10}$$

ขณะ $x = 3$ $f(x) = \frac{x^3}{3} + ax + d$

$$f(3) = 9 \rightarrow 9 + 3a + d = 9 \rightarrow \boxed{d = -3a}$$

f ต่อเนื่องที่ $x = 1$: $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$$\frac{1}{3} + a + d = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x^3}{3} + a\frac{x^2}{2} + 10 \right)$$

$$\frac{1}{3} + a - 3a = \frac{1}{3} + \frac{a}{2} + 10$$

$$\therefore a = -4$$

คณิต 1 สามัญ 64

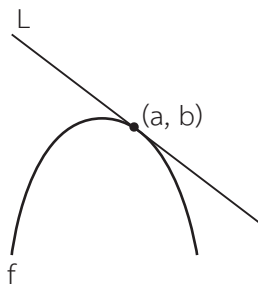
26. ให้ L เป็นเส้นตรงซึ่งมีความชันเท่ากับ -2 และสัมผัสพาราโบลา $y = 17 - x^2$

พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยแกน X แกน Y และเส้นตรง L เท่ากับกี่ตารางหน่วย

ข้อ 26 ตอบ 81

ให้พาราโบลาที่มีสมการเป็น $f(x) = 17 - x^2$

สมมุติเส้นสัมผัส L สัมผัสพาราโบลาที่ (a, b) จะได้ $f'(a) = -2$



และ $f(a) = b$

$f'(x) = -2x$

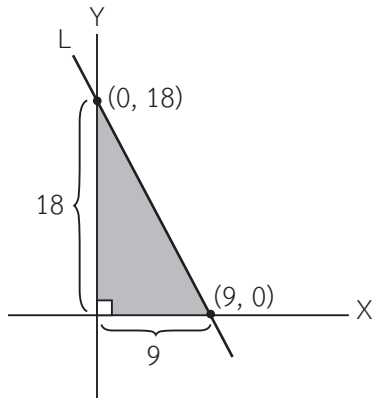
$f'(a) = -2a = -2 \quad \therefore a = 1$

$b = f(a) = f(1) = 17 - 1 = 16$

$\therefore$ จุดสัมผัสคือ $(1, 16)$

สมการ L คือ $y - 16 = -2(x - 1)$

$y = -2x + 18$ — แทน $x = 0, y = 18$
— แทน $y = 0, x = 9$



$\therefore$ พื้นที่ปิดล้อมด้วยแกน X แกน Y และ L คือ $\frac{1}{2}(9)(18)$
 $= 81$ ตารางหน่วย