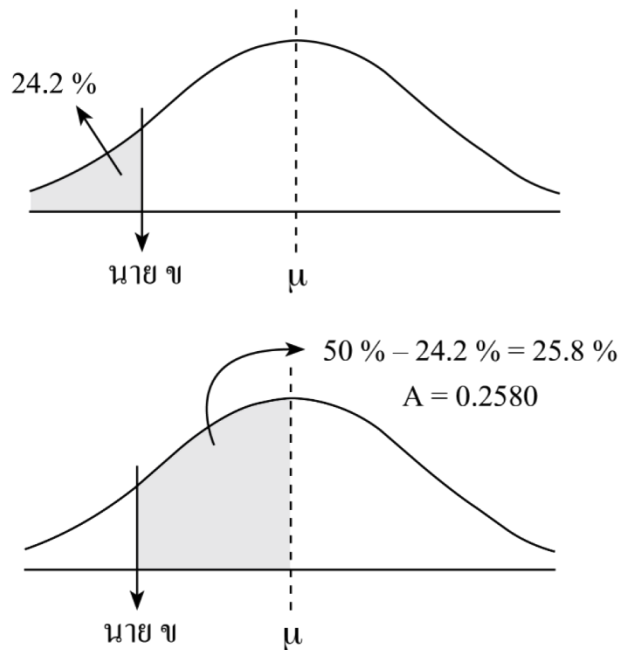


เฉลย เฉาะเกราะ ข้อสอบ PAT1 & คณิตศาสตร์ 1

> PAT1

45. ตอบ 54



จากตาราง $A = 0.2580 \rightarrow z = 0.7$

แต่เนื่องจาก นาย ข มีคะแนนน้อยกว่า μ (ด้านซ้ายของ μ)

$$\therefore z_{\text{ข}} = -0.7$$

จากสูตร $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

$$z_{\text{หญิง}} = \frac{x_{\text{หญิง}} - \mu}{\sigma} \quad \text{--- (1)}$$

$$z_{\text{นัก}} = \frac{x_{\text{นัก}} - \mu}{\sigma} \quad \text{--- (2)}$$

$$(2) - (1) , \quad z_{\text{นัก}} - z_{\text{หญิง}} = \frac{x_{\text{นัก}} - x_{\text{หญิง}}}{\sigma}$$

เมื่อ $x_{\text{นัก}} = 2x_{\text{หญิง}}$, $z_{\text{นัก}} = 1.3$, $z_{\text{หญิง}} = -0.7$ และ $\sigma = 20$

$$1.3 - (-0.7) = \frac{2x_{\text{หญิง}} - x_{\text{หญิง}}}{20}$$

$$2 = \frac{x_{\text{หญิง}}}{20} \quad \therefore x_{\text{หญิง}} = 40$$

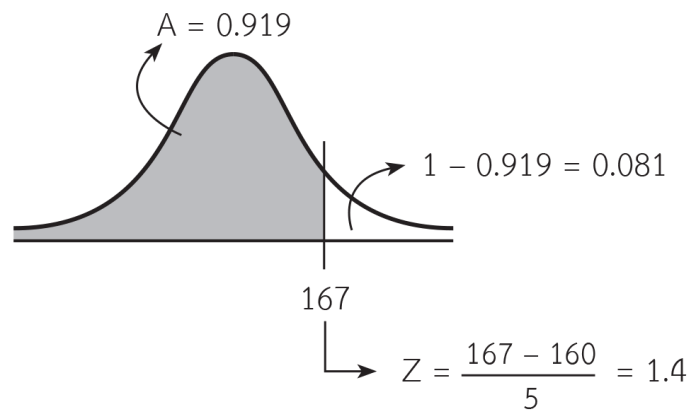
จาก (1) $-0.7 = \frac{40 - \mu}{20}$

$$\therefore \mu = 54$$

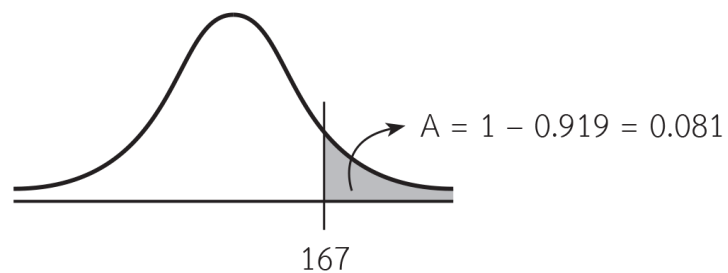
40. **ตอบ** 81 คน

จากโจทย์ $\mu = 160$ เซนติเมตร , $\sigma^2 = 25$ เซนติเมตร² $\rightarrow \sigma = 5$ เซนติเมตร

$N = 1000$ คน



จาก $Z = 1.4 \rightarrow A = 0.919$



คาดว่าจะมีนักเรียนที่มีความสูงมากกว่า 167 เซนติเมตร

$= (0.081)(1000) = 81$ คน

▶ ระบบจำนวนจริงและอื่นๆ

43. **ตอบ** 0144.00

จากโจทย์จะพบว่า $(x + \frac{b}{6})$ เป็นตัวประกอบที่เหลือ

$$\text{ดังนั้น } x^4 - 10x^3 + 25x^2 + b = (x^3 + \underbrace{ax^2 + x + 6})(x + \frac{b}{6})$$

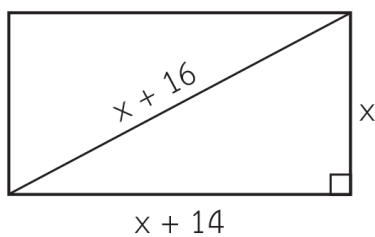
พิจารณาพจน์ x^2 ของสมการ

ด้านซ้ายมือ คือ $25x^2$, ด้านขวามือ คือ $(\frac{ab}{6} + 1)x^2$

จากการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ว่า $\frac{ab}{6} + 1 = 25 \rightarrow ab = 144$

$$\therefore |ab| = |144| = 144$$

1. **ตอบ** 3



ให้ด้านกว้าง ยาว x เมตร

จะได้ด้านยาว ยาว $x + 14$ เมตร

และเส้นทแยงมุมยาว $x + 16$ เมตร

จากพิทาโกรัส

$$(x + 16)^2 - (x + 14)^2 = x^2$$

$$[(x + 16) - (x + 14)] [(x + 16) + (x + 14)] = x^2$$

$$2[2x + 30] = x^2$$

$$4x + 60 = x^2$$

$$0 = x^2 - 4x - 60$$

$$0 = (x - 10)(x + 6)$$

$$\therefore x = 10, \cancel{-6}$$

$\therefore$ พื้นที่ห้อง = $10 \times 24 = 240$ ตารางเมตร

จึงเสียค่าแรงในการปรับปรุงพื้นที่ = 240×120

$$= 28,800$$

6. ตอบ 1

ให้แผนกขายมี x คน

และแผนกบัญชีมี $12 - x$ คน

ทั้ง 2 แผนก โบนัสที่ได้รวมเท่ากันคือ 35,000 บาท

แสดงว่า แผนกขายได้คนละ $\frac{35,000}{x}$ บาท

แผนกบัญชีได้คนละ $\frac{35,000}{12 - x}$ บาท

$$\text{จากโจทย์ } \frac{35,000}{x} - \frac{35,000}{12 - x} = 2,000$$

$$\div 1000, \quad \frac{35}{x} - \frac{35}{12 - x} = 2$$

$$\frac{35(12 - x) - 35x}{(x)(12 - x)} = 2$$

$$420 - 70x = 2(12x - x^2)$$

$$\div 2, \quad 210 - 35x = 12x - x^2$$

$$x^2 - 47x + 210 = 0$$

$$(x - 42)(x - 5) = 0 \quad \therefore x = \cancel{42}, 5 \quad (x = 42 \text{ ไม่ได้ เพราะรวม 2 แผนก ต้องได้ 12 คน})$$

แผนกขายมีจำนวนคนน้อยกว่าแผนกบัญชี $= 12 - 5 = 7$ คน

19. ตอบ 3

ให้ขายไอติมรสส้ม x แท่ง

และขายไอติมรสกะทิ $26 - x$ แท่ง

กำไรจากการขายไอติมรสส้มคือ y บาท ต่อแท่ง

และกำไรจากการขายไอติมรสกะทิคือ $y - 1$ บาทต่อแท่ง

กำไรจากการขายไอติมรสส้มทั้งหมดคือ xy บาท และ กำไรจากการขายไอติมรสกะทิทั้งหมดคือ $(26 - x)(y - 1)$ บาท
จากโจทย์ กำไรจากการขายไอติมรสส้มเป็น 2 เท่าของกำไรจากการขายไอติมรสกะทิ และกำไรจากการขายไอติม
ทั้ง 2 รส รวมกันได้ 120 บาท

จะได้ว่า กำไรจากรสส้ม + กำไรจากรสกะทิ = 120

$$2 (\text{กำไรจากรสกะทิ}) + \text{กำไรจากรสกะทิ} = 120$$

$$3 (\text{กำไรจากรสกะทิ}) = 120$$

$$\therefore \text{กำไรจากรสกะทิ} = 40 \text{ บาท}$$

$$\text{และ กำไรจากรสส้ม} = 2(40) = 80 \text{ บาท}$$

ดังนั้น $xy = 80$ ——— (1)

และ $(26 - x)(y - 1) = 40$ ——— (2)

พิจารณา (1) , (2) โดย $x < 26$

	$xy = 80$	$(26 - x)(y - 1) = 40$
$x = 20, y = 4$	$20 \cdot 4 = 80$	$6 \cdot 3 \neq 40$ ✗
$x = 16, y = 5$	$16 \cdot 5 = 80$	$10 \cdot 4 = 40$ ✓

ดังนั้น ขายไอติมรสส้ม 16 แท่ง

$$\text{และขายไอติมรสกะทิ } 26 - 16 = 10 \text{ แท่ง}$$

► ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

15. ตอบ 3

ให้ x แทนจำนวนกล่องคุกกี้ที่ขายได้ต่อวัน (หน่วยเป็นกล่อง)

y แทนกำไรต่อกล่อง (หน่วยเป็นบาท)

และให้ $y = ax^2 + bx + c$

จากโจทย์ ได้ว่า $x = 20 \rightarrow y = 20$

$$x = 10 \rightarrow y = 0$$

และ $x = 0 \rightarrow y = -40$

ดังนั้น จาก $x = 0 \rightarrow y = -40$

$$-40 = a(0)^2 + b(0) + c \quad \therefore c = -40$$

ได้สมการเป็น $y = ax^2 + bx - 40$

จาก $x = 20 \rightarrow y = 20$

$$20 = a(20)^2 + b(20) - 40$$

$$\div 20, 1 = 20a + b - 2 \rightarrow 20a + b = 3 \quad \text{--- (1)}$$

จาก $x = 10 \rightarrow y = 0$

$$0 = a(10)^2 + b(10) - 40$$

$$\div 10, 0 = 10a + b - 4 \rightarrow 10a + b = 4 \quad \text{--- (2)}$$

(1) - (2), $10a = -1$ ได้ $a = -\frac{1}{10}$ แทนใน (2) ได้ $b = 5$

จาก $y = ax^2 + bx + c, a < 0$

จะมีค่า y สูงสุด เมื่อ $x = -\frac{b}{2a}$

$$\therefore x = -\frac{5}{2(-\frac{1}{10})} = 25$$

หรือขายวันละ 25 กล่อง จะได้กำไรต่อกล่องมากที่สุด

30. ตอบ 2

ให้ผลิตขนมปังวันละ x ก้อน

และให้กำไรต่อวันเป็น y บาท

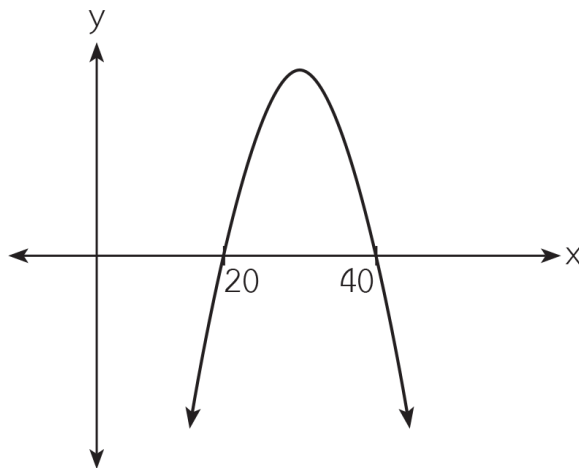
จากโจทย์ กำไร = รายได้ - ต้นทุน

$$\therefore y = (140 - 2x)(x) - [20x + 1,600]$$

$$y = -2x^2 + 120x - 1,600$$

$$y = -2(x^2 - 60x + 800)$$

$$y = -2(x - 20)(x - 40)$$



จากกราฟพบว่า ถ้าผลิตมาขาย 20 ก้อน หรือ 40 ก้อนจะเท่าทุน และถ้าถามว่าผลิต

อย่างน้อยที่สุดกี่ก้อนจึงกำไร ตอบ 21 ก้อน (เป็นค่า x ที่เป็นจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่ทำให้ y เป็นบวก)

31. ตอบ 4

จาก ข้อ 30 ได้ $y = -2(x - 20)(x - 40)$

วันที่ 1 $x = 25, y = -2(25 - 20)(25 - 40)$

$$= -2 \cdot 5 (-15) = 150 \text{ บาท}$$

วันที่ 2 ต้นทุนเพิ่ม 100 บาท ทำให้เมื่อผลิตและขาย x กล่องเท่าเดิม กำไรจะลดลง 100 บาท

$$\text{ได้ } y = -2(x - 20)(x - 40) - 100$$

$$x = 30, y = -2(30 - 20)(30 - 40) - 100$$

$$= -2(10)(-10) - 100 = 100 \text{ บาท}$$

$\therefore$ กำไรจะลดลงจากวันที่ 1 50 บาท

12. ตอบ 5

พิจารณา q

$$r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x^2 + (y^2 - 9)^2 = 0\}$$

จาก $a^2 + b^2 = 0$ เมื่อ $a = 0$ และ $b = 0$

ดังนั้น $x = 0$ และ $y^2 - 9 = 0$

$$y^2 = 9$$

$$y = 3, -3$$

จะได้ $r = \{(0, 3), (0, -3)\}$

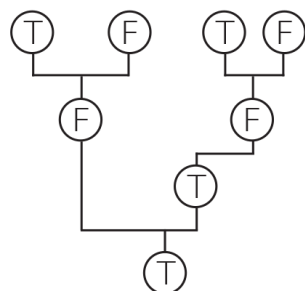
$$\therefore D_r = \{0\} \text{ และ } R_r = \{3, -3\}$$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเรนจ์ของ $r = 3 + (-3) = 0$

ดังนั้น q เป็นเท็จ

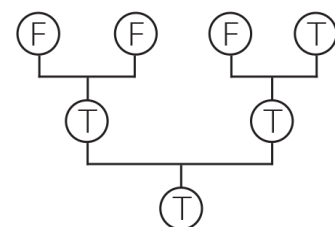
พิจารณาคำตอบที่ 1

$$(p \leftrightarrow q) \vee \sim(p \wedge q) \equiv T$$



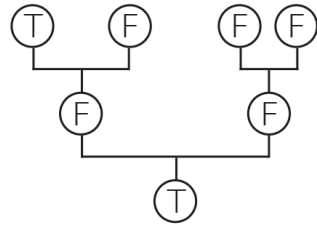
พิจารณาคำตอบที่ 2

$$(q \leftrightarrow \sim p) \wedge (q \rightarrow p) \equiv T$$



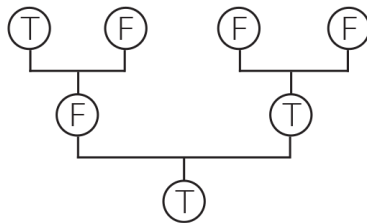
พิจารณาคำตอบที่ 3

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \vee q) \equiv T$$



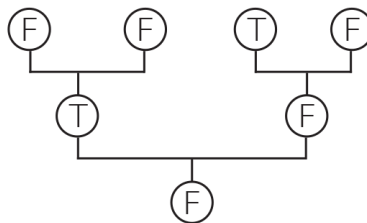
พิจารณาคำตอบที่ 4

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow \sim p) \equiv T$$



พิจารณาคำตอบที่ 5

$$(q \rightarrow \sim p) \rightarrow (p \rightarrow q) \equiv F$$



16. ตอบ 2

$(\frac{g}{f})(x)$ ต่อเนื่องที่ $x = a$ ก็ต่อเมื่อ $(\frac{g}{f})(a)$ หาค่าได้ , $\lim_{x \rightarrow a} (\frac{g}{f})(x)$ หาค่าได้

$$\text{และ } (\frac{g}{f})(a) = \lim_{x \rightarrow a} (\frac{g}{f})(x)$$

$$\text{จากโจทย์ } (\frac{g}{f})(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{2\sin 2x}{\frac{1}{2}\cos(\frac{\pi x}{2})}$$

จะพบว่า $(\frac{g}{f})(1) = \frac{2\sin 2}{\frac{1}{2}\cos \frac{\pi}{2}} = \frac{2\sin 2}{0}$ ซึ่งหาค่าไม่ได้ ทำให้ $(\frac{g}{f})(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$

ดังนั้น $\frac{g}{f}$ ไม่ใช่ฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[0, 2]$ $\therefore$ ข้อความ ก. ผิด

จากความรู้เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$y = a \sin bx \text{ จะมีแอมพลิจูด} = |a| \text{ และมีคาบ} = \frac{2\pi}{b}$$

$$y = a \cos bx \text{ จะมีแอมพลิจูด} = |a| \text{ และมีคาบ} = \frac{2\pi}{b}$$

$$\text{จากโจทย์ } f(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \text{ มีแอมพลิจูด} = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}, \text{ มีคาบ} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 = \frac{4}{\pi} (\pi)$$

$$g(x) = 2 \sin(2x) \text{ มีแอมพลิจูด} = |2| = 2 = 4\left(\frac{1}{2}\right), \text{ มีคาบ} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

จะได้ว่าแอมพลิจูดของฟังก์ชัน g เป็น 4 เท่าของแอมพลิจูดของฟังก์ชัน f

และคาบของฟังก์ชัน f เป็น $\frac{4}{\pi}$ เท่าของคาบของฟังก์ชัน g

$\therefore$ ข้อความ ข. ถูก และข้อความ ค. ผิด

45. ตอบ 2

พิจารณา ขณะ $x \rightarrow a^-$ $f(x) = x + 1$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2$$

$$\text{จะได้ } \lim_{x \rightarrow a^-} (g \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} (x + 1)^2 = (a + 1)^2$$

พิจารณา $g(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} (f \circ g)(\sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow a^+} (f(g(\sqrt{x}))) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = a + 5$$

$$\text{จากโจทย์ } \lim_{x \rightarrow a^-} (g \circ f)(x) - \lim_{x \rightarrow a^+} (f \circ g)(\sqrt{x}) = 2$$

$$(a + 1)^2 - (a + 5) = 2$$

$$(a^2 + 2a + 1) - a - 5 - 2 = 0$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$(a + 3)(a - 2) = 0$$

$$a = -3, 2$$

แต่โจทย์กำหนด $a > 0 \quad \therefore a = 2$

► ความน่าจะเป็น

13. ตอบ 2

Sample space คือ เลือกบัตรสีละ 1 ใบ แล้วสลับหลักกันได้

$$n(s) = \binom{5}{1} \binom{7}{1} \times 2! = 70 \text{ วิธี}$$

เหตุการณ์ที่ได้จำนวน 2 หลักเป็นจำนวนคู่

กรณีที่ 1 หลักหน่วยเป็นบัตรสีแดงเลขคู่

$$\underbrace{7}_{\text{เลขอะไรก็ได้}} \times \underbrace{2}_{2, 4} = 14 \text{ วิธี}$$

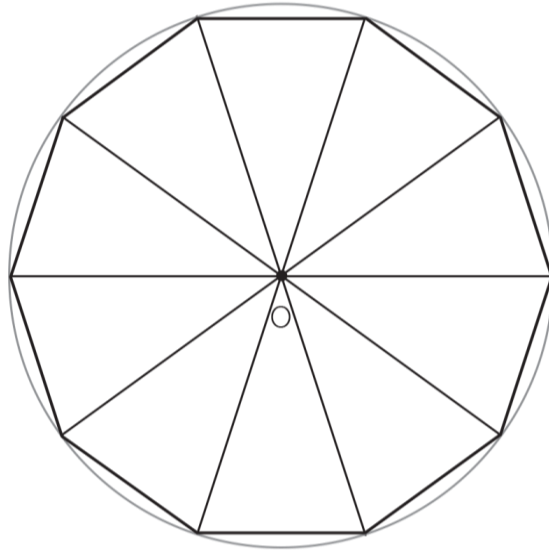
กรณีที่ 2 หลักหน่วยเป็นบัตรสีน้ำเงินเลขคู่

$$\underbrace{5}_{\text{เลขอะไรก็ได้}} \times \underbrace{3}_{2, 4, 6} = 15 \text{ วิธี}$$

$$\text{ดังนั้น } n(E) = 14 + 15 = 29$$

$$\therefore P(E) = \frac{29}{70}$$

14. ตอบ 1



จำนวนเส้นเชื่อมจุด 2 จุดใดๆ ทั้งหมด $= \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$ เส้น

จำนวนเส้นเชื่อมจุดที่เป็นด้าน = 10 เส้น

จำนวนเส้นเชื่อมจุดที่ผ่านจุดศูนย์กลาง = 5 เส้น

$\therefore$ จำนวนส่วนของเส้นตรงที่ไม่เป็นด้าน และไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
 จะมี $45 - 10 - 5 = 30$ เส้น

28. ตอบ 1

ชุดตรวจ A มีผู้ป่วย 3 คน เลือก 2 คน ทำได้ $\binom{3}{2}$ วิธี

ชุดตรวจ B มีผู้ป่วย 12 คน เลือก 7 คน ทำได้ $\binom{12}{7}$ วิธี

$\therefore$ นักวิจัยจะเลือกผู้ป่วยได้ $= \binom{3}{2} \times \binom{12}{7}$ วิธี

26. ตอบ 4

เนื่องจาก สมาชิกทั้ง 6 คน สามารถช่วยได้ทุกท่า

คนที่ 1 เลือกได้ 6 วิธี

คนที่ 2 เลือกได้ 5 วิธี

คนที่ 3 เลือกได้ 4 วิธี

คนที่ 4 เลือกได้ 3 วิธี

$\therefore$ วิธีจัดสมาชิกเพื่อแข่ง = $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ วิธี

27. ตอบ 2

คนที่ 1 ท่ากรรเชียง เลือกได้ 1 วิธี (ต้องเลือกแถม)

คนที่ 2 ท่ากบ เลือกได้ 2 วิธี (ข้าวหรือคิม)

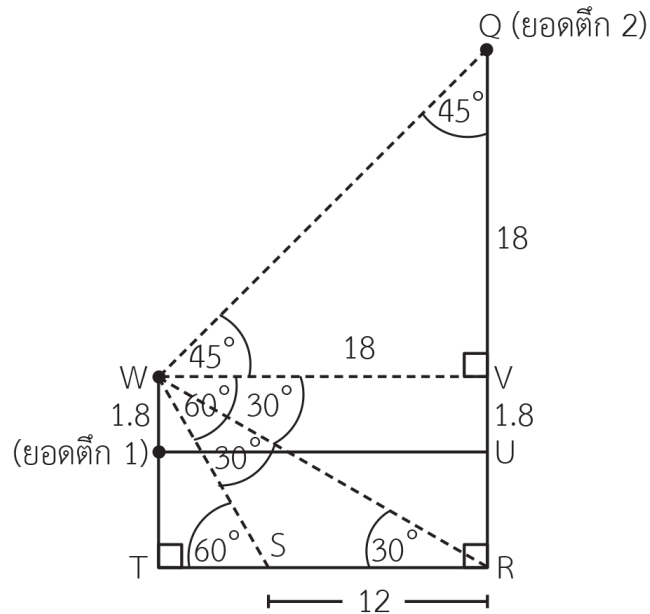
คนที่ 3 ท่าผีเสื้อ เลือกได้ 2 วิธี (เงาะหรือเจต)

คนที่ 4 ท่าฟรีสไตล์ เลือกได้ 2 วิธี (ตัดแถมกับเงาะหรือเจตออก)

$\therefore$ วิธีจัดสมาชิกเพื่อแข่ง = $1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$ วิธี

▶ **ตรีโกณมิติ**

22. ตอบ 2



จากรูป $\angle WSR = 30^\circ$ ทำให้ $\triangle RSW$ เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว จะได้ว่า $RS = SW = 12$

พิจารณา $\triangle STW$, $\frac{TS}{SW} = \cos 60^\circ \rightarrow TS = SW \cos 60^\circ = 12 \left(\frac{1}{2} \right) = 6$

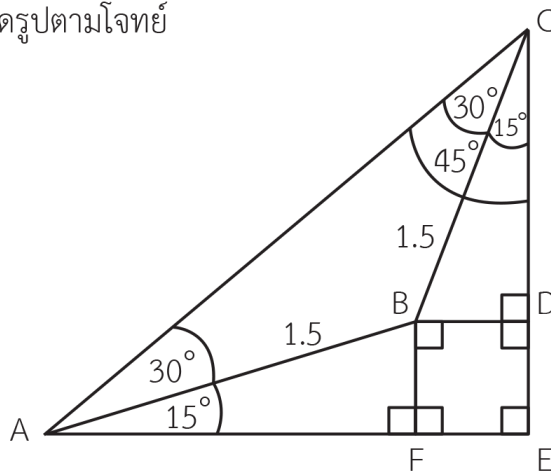
เพราะว่า $WV = TR = TS + SR = 6 + 12 = 18$

พิจารณา $\triangle WVQ$, $WV = QV = 18$

$\therefore$ ดึกสองสูงกว่าดึกหนึ่ง = $QV + VU = 18 + 1.8 = 19.8$ เมตร

17. ตอบ 5

วาดรูปตามโจทย์



พิจารณา $\triangle ACE$

$\angle CAE = 45^\circ$ ดังนั้น $\angle CAB = 30^\circ$

พิจารณา $\triangle ACB$

$\angle CAB = \angle ACB = 30^\circ$

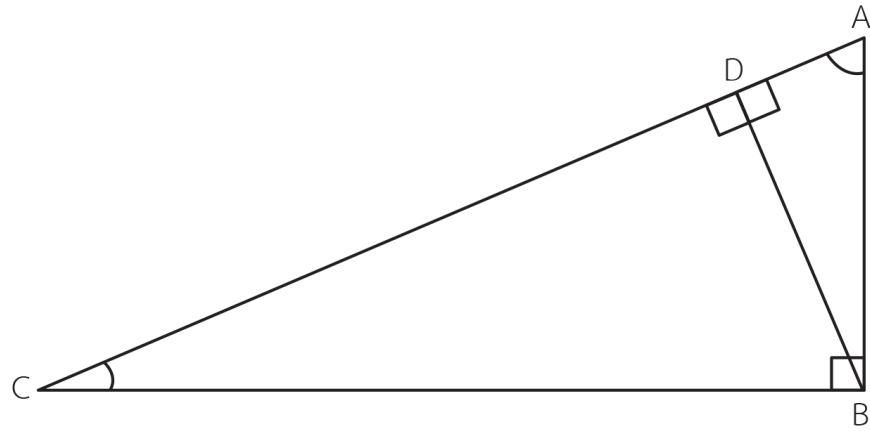
ดังนั้น $\triangle ACB$ เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

$AB = BC = 1.5$

จากรูป $CE = CD + DE = CD + BF$

$$\begin{aligned}
 CE &= BC \cos 15^\circ + AB \sin 15^\circ = 1.5 \cos 15^\circ + 1.5 \sin 15^\circ \\
 &= 1.5(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ) = 1.5(\sin 75^\circ + \sin 15^\circ) \\
 &= 1.5(2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ) = 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{6}}{4}
 \end{aligned}$$

21. ตอบ 2



จากรูป $A + C = 90^\circ \rightarrow A = 90^\circ - C$

จะได้ว่า $n \cos(A - C) = n \cos(90^\circ - C - C) = n \cos(90^\circ - 2C)$

$$= n \sin 2C = n(2 \sin C \cos C)$$

$$= 2n \left(\frac{BD}{BC} \right) \left(\frac{BC}{AC} \right) = \frac{2n(BD)}{AC} = \frac{2n(BD)}{n(BD)} = 2$$

* ใน $\triangle BDC$, $\sin C = \frac{BD}{BC}$

* ใน $\triangle ABC$, $\cos C = \frac{BC}{AC}$

▶ สถิติ, ตัวแปรสุ่ม และการแจกแจงความน่าจะเป็น

42. ตอบ 5

จากโจทย์ การคำนวณครั้งแรกที่ผิด

ได้ $\mu = 55$ และคำนวณ $\sigma^2 = 30$ โดยใช้ $\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2$

จากสูตร
$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$30 = \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2}{46}$$

$$\text{ได้ } \sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2 = 30 \cdot 46$$

ต่อมาพบว่าคำนวณ μ ผิด ต้องได้ $\mu = 60$

จากสูตร

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 60)^2}{46} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55) - 5)^2}{46} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10(x_i - 55) + 25)}{46} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10x_i + 550 + 25)}{46} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10x_i + 575)}{46} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2 - 10 \sum_{i=1}^{46} x_i + \sum_{i=1}^{46} 575}{46} \quad ** \\
 &= \frac{30 \cdot 46 - 10 \cdot 46 \cdot 60 + 46 \cdot 575}{46} \\
 &= 30 - 600 + 575 = 5
 \end{aligned}$$

$$** \sum_{i=1}^{46} x_i = N \cdot \mu = 46 \cdot 60$$

8. ตอบ 3

พิจารณา ก. นักเรียนที่มีความสูงเท่ากับมัธยฐานของความสูงคือ E ซึ่ง E มีน้ำหนักเท่ากับมัธยฐานของน้ำหนักคือ 58
เรียงน้ำหนักจากน้อย → มาก : 46 , 48 , 50 , 54 , (58) , 64 , 65 , 69 , 70

↑
Med

∴ ก. ถูก

พิจารณา ข. P_{20} ของความสูงมีตำแหน่ง $= \frac{20}{100}(9 + 1) = 2$

เรียงความสูงจากน้อย → มาก : (I) 155 , (H) 158 , 160 , 163 , 167 , 171 , 175 , 180 , 182
↑
 P_{20}

นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่า $P_{20}(H)$ คือ I โดย I มีน้ำหนัก 48 กิโลกรัม ซึ่งมากกว่าน้ำหนักของ H (46 กิโลกรัม)

∴ ข. ถูก

พิจารณา ค. Q_3 ของน้ำหนักมีตำแหน่ง $= \frac{3}{4}(9 + 1) = 7.5$

เรียงน้ำหนักจากน้อย → มาก : 46 , 48 , 50 , 54 , 58 , 64 , 65 , (D) (B) 69 , 70
↑
 Q_3

นักเรียนที่น้ำหนักมากกว่า Q_3 ของน้ำหนักคือ D และ B ซึ่งทั้ง 2 มีอายุ 15 และ 16 ปี ตามลำดับ
ซึ่งมีเพียง B ที่อายุมากกว่า 15 ปี ∴ ค. ผิด

29. ตอบ 5

จากเรื่องการแจกแจงทวินาม ให้ตัวแปรสุ่ม X คือ จำนวนครั้งที่เกิดความผิดพลาดในการทดสอบ

$$p = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ และ } 1 - p = 0.99$$

$$\begin{aligned} \text{โดย } n = 15, P(X = 1) &= \binom{15}{1} p^1 (1 - p)^{14} \\ &= 15(0.01)(0.99)^{14} \\ &= 15(0.99)^{14}(0.01) \end{aligned}$$

▶ ลำดับและอนุกรม

2. ตอบ 1

$$(x+3)^2 + (x+3)^4 + (x+3)^6 + \dots + (x+3)^{2n} + \dots$$

เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $r = (x+3)^2$

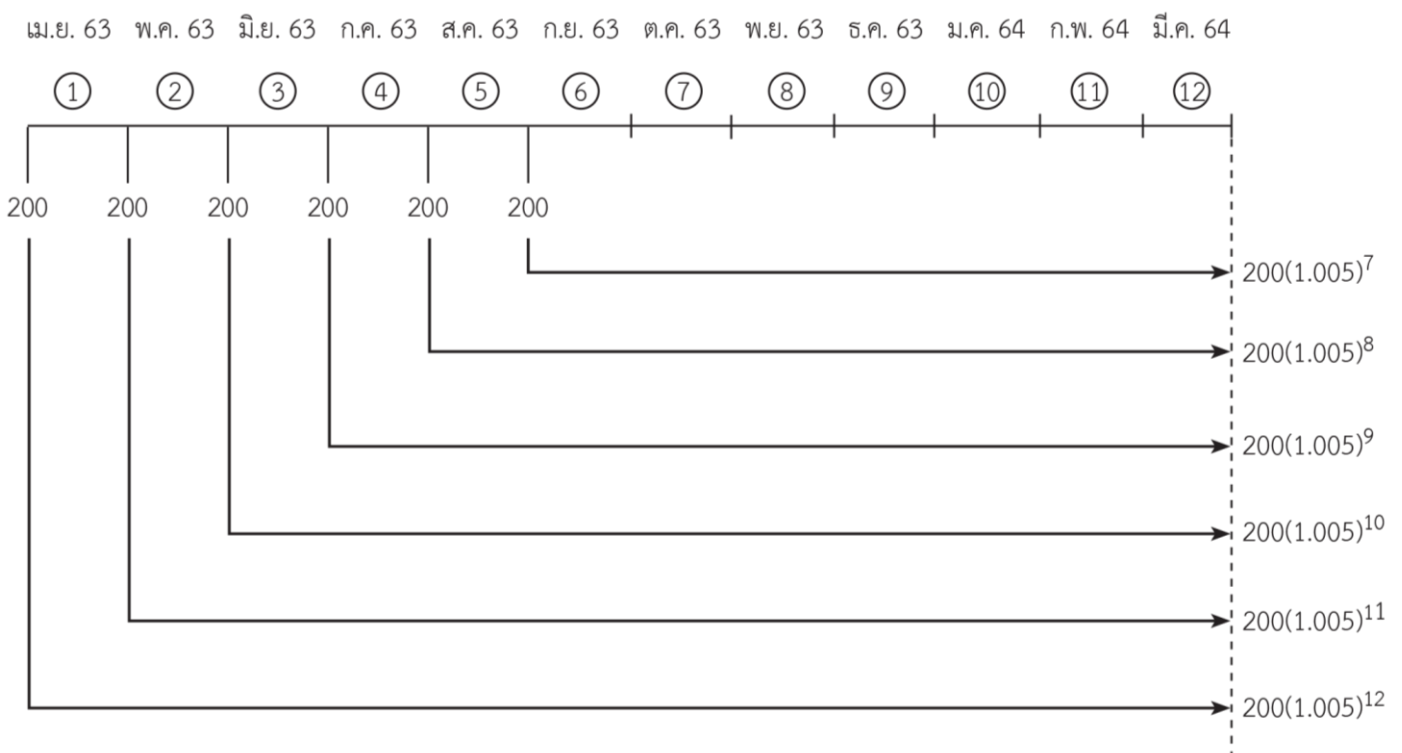
และจะเป็นอนุกรมลู่เข้า (คอนเวอร์เจนต์) เมื่อ $|r| < 1$

$$\text{ดังนั้น } |(x+3)^2| < 1 \rightarrow (x+3)^2 < 1 \rightarrow (x+3)^2 - 1 < 0$$

$$(x+3-1)(x+3+1) < 0 \rightarrow (x+2)(x+4) < 0 \rightarrow -4 < x < -2$$

$\therefore$ อนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่เข้า เมื่อ $x \in (-4, -2)$

5. ตอบ 1



$$i = \frac{6\%}{12} = 0.5\% \text{ ต่อเดือน}$$

$$\text{จาก } FV = PV(1 + i)^n$$

Ex การฝากเงินครั้งที่ 1 1 เม.ย. 63

$$PV = 200 \text{ บาท}, n = 12$$

$$\text{จะได้ } FV = 200\left(1 + \frac{0.5}{100}\right)^{12} = 200(1.005)^{12}$$

เงินในบัญชีเมื่อรวมทั้งหมด ณ 31 มี.ค. 64

$$= 200(1.005)^7 + 200(1.005)^8 + 200(1.005)^9 + \dots + 200(1.005)^{12}$$

$$= \frac{200(1.005)^7[(1.005)^6 - 1]}{1.005 - 1} \quad **$$

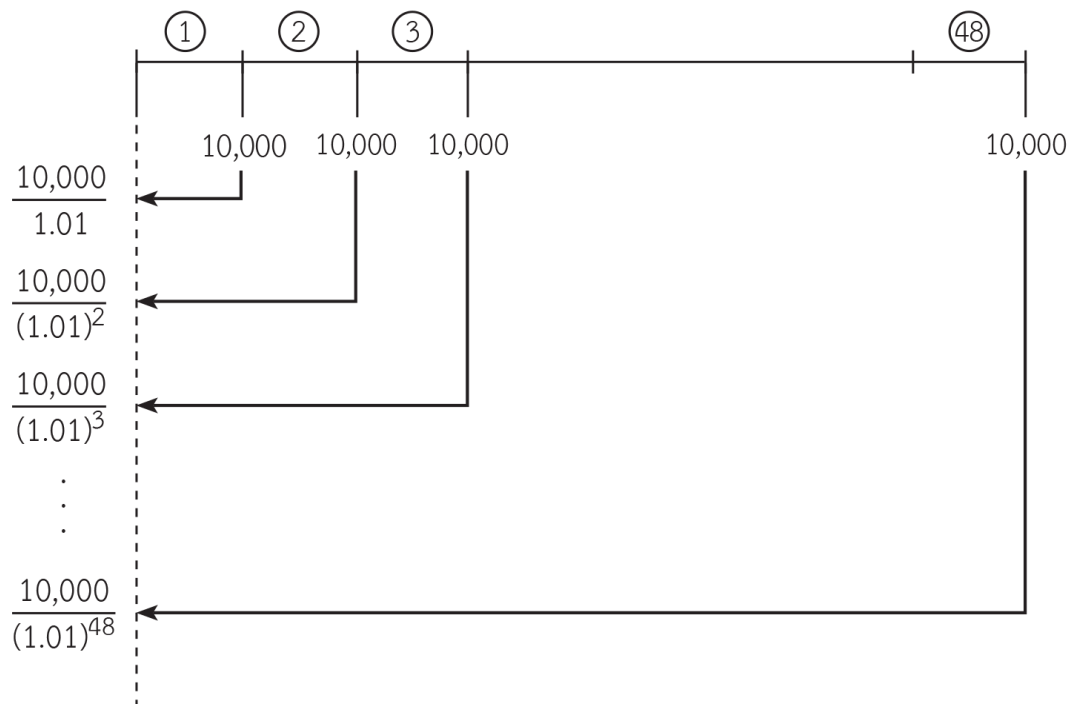
$$= \frac{200((1.005)^{13} - (1.005)^7)}{1.005 - 1}$$

$$** \text{ จากสูตร } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{โดย } a_1 = 200(1.005)^7, r = 1.005 \text{ และ } n = 6$$

18. ตอบ 4

ขั้นที่ 1 รวมเงินผ่อนทั้งหมดโดยเปลี่ยนให้เป็นเงิน ณ ปัจจุบัน (PV)



$$\begin{aligned}
 \text{เงินผ่อน (PV)} &= \frac{10,000}{1.01} + \frac{10,000}{(1.01)^2} + \frac{10,000}{(1.01)^3} + \dots + \frac{10,000}{(1.01)^{48}} \\
 &= \frac{\frac{10,000}{1.01} \left(1 - \left(\frac{1}{1.01} \right)^{48} \right)}{1 - \frac{1}{1.01}} \quad ** \\
 &= \frac{10,000 \left(\frac{1}{1.01} - \left(\frac{1}{1.01} \right)^{49} \right)}{1 - \frac{1}{1.01}} \\
 &= \frac{10,000 \left((1.01)^{-1} - (1.01)^{-49} \right)}{1 - (1.01)^{-1}}
 \end{aligned}$$

** จาก $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

โดย $a_1 = \frac{10,000}{1.01}$, $r = \frac{1}{1.01}$ และ $n = 48$

ขั้นที่ 2 จากสมการ

$$\text{ราคาคอนโด} = \text{เงินดาวน์} + \text{เงินผ่อน (PV)}$$

$$\therefore \text{เงินดาวน์} = \text{ราคาคอนโด} - \text{เงินผ่อน (PV)}$$

$$\begin{aligned}
 &= 600,000 - \frac{10,000 \left((1.01)^{-1} - (1.01)^{-49} \right)}{1 - (1.01)^{-1}}
 \end{aligned}$$

▶ แคลคูลัส

41. ตอบ 5

ให้ x แทนจำนวนเค้กที่ผลิต และ $f(x)$ แทนกำไรจากการขาย x ก้อน
จะได้ $f(x) = 300x - 45x^2 + 2x^3$, $x \in [0, 12]$

$$f'(x) = 300 - 90x + 6x^2 = 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$(x - 5)(x - 10) = 0 \quad \therefore x = \underset{\text{Max}}{5}, \underset{\text{Min}}{10}$$

พบว่า x มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 5$ และต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 10$

พิจารณาขอบเขต ที่ $x = 0$ และ 12

$$f(5) = 300(5) - 45(5^2) + 2(5^3) = 625$$

$$f(0) = 0$$

$$f(12) = 300(12) - 45(12^2) + 2(12^3) = 576$$

$\therefore$ ร้านจะมีกำไรสูงสุด เมื่อขาย 5 ก้อน

24. ตอบ 5

พิจารณา $x \in (0, 1)$ $f'(x) = -1 \rightarrow$ แปลว่า ความชันของกราฟ $f(x) = -1$
 จะได้กราฟ $f(x)$ เป็นเส้นตรง  ซึ่งต้องเป็นฟังก์ชันลด
 ดังนั้น ข้อ 5 ไม่ถูกต้องแน่ๆ

พิจารณา $x \in (1, 2]$ $f'(x) = 1 \rightarrow$ แปลว่า ความชันของกราฟ $f(x) = 1$
 จะได้กราฟ $f(x)$ เป็นเส้นตรง 

และโจทย์บอกว่า f ต่อเนื่องบน $(0, 6)$ แสดงว่า ที่ $x = 1$ ต่อเนื่องแน่ๆ

จึงได้กราฟ $f(x)$ ที่ $x = 1$ เป็นรูปแบบนี้คือ 

ดังนั้น f มีจุดวิกฤตที่ $x = 1$ และเป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ $\therefore$ ข้อ 1 ถูก

พิจารณากราฟ f' พบว่า ที่ $x = 4$ $f'(4) = 0$

และ $f'(4^-) < 0$, $f'(4^+) > 0$ คือเปลี่ยนจากลบไปเป็นบวก

ดังนั้นที่ $x = 4$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ $\therefore$ ข้อ 2 ถูก

เนื่องจากในช่วง $[2, 5]$ $f'(x)$ หาค่าได้ทุกจุด และ f ต่อเนื่องในช่วง $(0, 6)$

ดังนั้น ในช่วง $[2, 5]$ f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์และต่ำสุดสัมบูรณ์ $\therefore$ ข้อ 3 ถูก

บนช่วง $(1, 3)$ $f'(x) > 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม $\therefore$ ข้อ 4 ถูก

25. ตอบ 3

จาก $f(x) = \frac{1}{60}x(x^2 - 49)$ หาจุดตัดแกน x

$$0 = \frac{1}{60}x(x-7)(x+7) \quad \therefore x = 0, 7, -7$$

พบว่า กราฟตัดแกน x ที่ $x = -7, 0, 7$

$$\text{แทน } x \text{ ด้วย } -x \text{ จะได้ } f(-x) = \frac{1}{60}(-x)[(-x)^2 - 49] = -\frac{1}{60}x(x^2 - 49)$$

$$\text{จะได้ } f(-x) = -f(x)$$

แสดงว่า พื้นที่ปิดล้อมของ $f(x)$ กับแกน x ตั้งแต่ $x = -7$ ถึง $x = 0$

เท่ากับ พื้นที่ปิดล้อมของ $f(x)$ กับแกน x ตั้งแต่ $x = 0$ ถึง $x = 7$

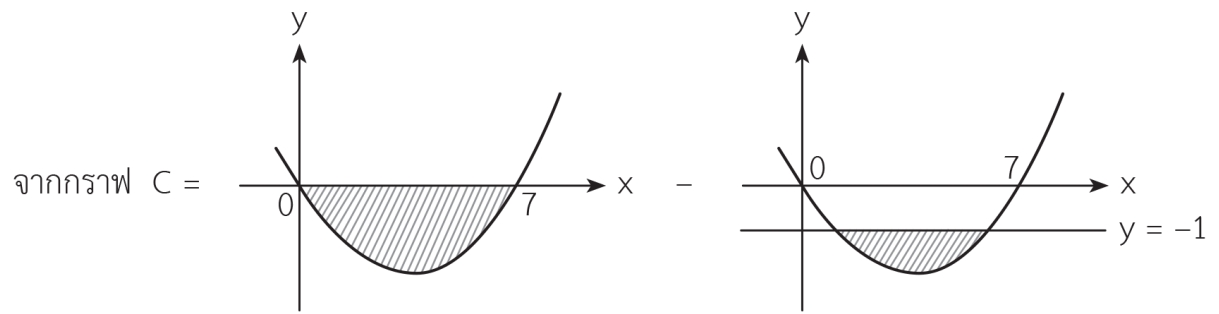
$$\therefore \int_{-7}^0 f(x)dx = -\int_0^7 f(x)dx \quad \therefore \text{ข้อ 1 ถูก}$$

$A =$ พื้นที่ระหว่างกราฟ $y = f(x)$ กับ $y = 1$ ตั้งแต่ $x = p$ ถึง $x = q$

$$\therefore A = \int_p^q [f(x) - 1]dx \quad \therefore \text{ข้อ 2 ถูก}$$

$$\text{จากกราฟ } B = \int_{-7}^0 f(x)dx - A = \int_{-7}^0 f(x)dx - \int_p^q [f(x) - 1]dx \quad \therefore \text{ข้อ 3 ผิด}$$

$$\text{จากกราฟ } A + B = \int_{-7}^0 f(x)dx = -\int_0^7 f(x)dx \quad \therefore \text{ข้อ 4 ถูก}$$



$$\begin{aligned}
 C &= -\int_0^7 f(x)dx - \int_r^s (-1 - f(x))dx \\
 &= -\int_0^7 f(x)dx + \int_r^s (1 + f(x))dx \quad \therefore \text{ข้อ 5 ถูก}
 \end{aligned}$$

> คณิตศาสตร์ 1

▶ ตรรกศาสตร์ (8 คะแนน)

28. ตอบ 15

พิจารณา ก)

$$\begin{array}{ll}
 \text{ถ้า } p \leftrightarrow q \equiv T & \text{จะได้ว่า } p \equiv q \\
 \text{แล้ว } [(p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \leftrightarrow [r \rightarrow (p \vee \sim q)] \equiv T & \\
 (T) & \equiv p \vee \sim p^* \\
 & \equiv T
 \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{(T)}$

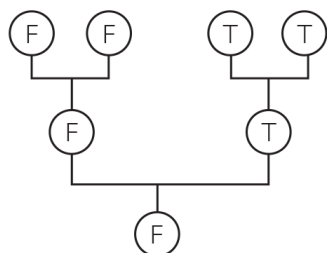
$\underbrace{\hspace{10em}}_{(T)}$

ดังนั้น ก) ถูก

* เมื่อ $p \equiv q$, $p \vee \sim q \equiv p \vee \sim p \equiv T$

พิจารณา ข)

$$\begin{array}{l}
 (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \\
 \text{และ } (p \wedge q) \rightarrow r \equiv \sim(p \wedge q) \vee r \equiv \sim p \vee \sim q \vee r \\
 \text{พบว่า } (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \neq \sim p \vee \sim q \vee r \\
 \text{เช่นถ้า } r \equiv T, p \equiv T, q \equiv F \\
 (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \equiv F
 \end{array}$$



$$\begin{array}{l}
 \sim p \vee \sim q \vee r \equiv T \\
 (T)
 \end{array}$$

ดังนั้น ข) ผิด

∴ ผลบวกของจำนวนที่อยู่ในวงเล็บขวามือของทุกข้อความที่ถูกต้องคือ 15

2. ตอบ 3

จาก $U = \{2, 3, 4\}$

พิจารณา ก) $\exists x [x + 1 \leq 5 \leftrightarrow 2x > 1]$
 $\equiv \exists x [x \leq 4 \leftrightarrow x > \frac{1}{2}] \equiv T$

เช่น $x = 2, 2 \leq 4 \leftrightarrow 2 > \frac{1}{2} \equiv T$
 (T) (T)

พิจารณา ข) $\forall x [x^2 > 1] \rightarrow \exists x [x - 3 > 1]$
 $\equiv \forall x [x^2 > 1] \rightarrow \exists x [x > 4] \equiv F$

$x = 2, 2^2 > 1$ (T) ไม่มี x ใดใน U
 $x = 3, 3^2 > 1$ (T) ที่ $x > 4$
 $x = 4, 4^2 > 1$ (T) $\therefore \exists x [x > 4] \equiv F$
 $\forall x [x^2 > 1] \equiv T$

พิจารณา ค) $\exists x [x + 2 = x^2 \rightarrow x^2 < 0] \equiv T$

เช่น $x = 3, 3 + 2 = 3^2 \rightarrow 3^2 < 0 \equiv T$
 (F) (F)

ดังนั้น ข้อความ ก) และ ค) เท่านั้นที่มีค่าความจริงเป็นจริง

► ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน (5 คะแนน)

27. ตอบ 43

จากตารางได้

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = 1 \rightarrow y = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = 2 \rightarrow y = 2 \quad \text{--- (2)}$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow y = 0 \quad \text{--- (3)}$$

และได้

$$x = -1 \rightarrow \cancel{f^{-1}}(-1) = 2 \rightarrow -1 = f(2)$$

$$f(2) = -1$$

$$\therefore x = 2 \rightarrow y = -1 \quad \text{--- (4)}$$

$$x = 0 \rightarrow \cancel{f^{-1}}(0) = 1 \rightarrow 0 = f(1)$$

$$f(1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \rightarrow y = 0$$

$$x = 1 \rightarrow \cancel{f^{-1}}(1) = a \rightarrow 1 = f(a)$$

$$f(a) = 1$$

$$\therefore x = a \rightarrow y = 1$$

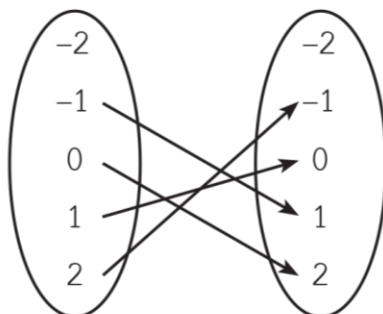
จาก f เป็นฟังก์ชัน 1-1

พิจารณา (1) $x = -1 \rightarrow y = 1$

ดังนั้น $a = -1$

และจาก (1), (2), (3), (4) ได้ว่า

A f A



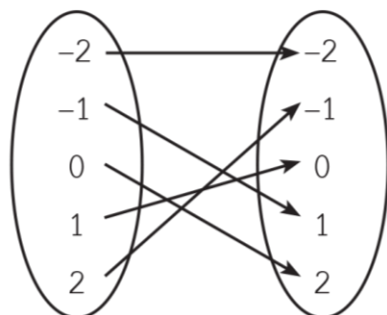
$$\cancel{f^{-1}}(\square) = \Delta$$

$$\square = f(\Delta)$$

ซึ่งถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง A แสดงว่า

$$x = -2 \rightarrow y = -2 \text{ ได้ } f(-2) = -2$$

โดย A f A

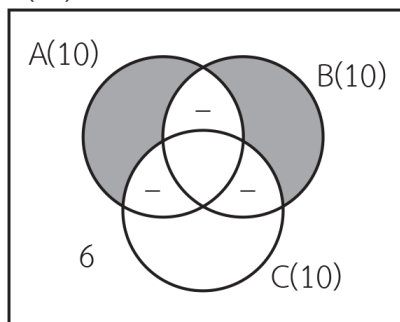


$$\therefore 50 + 5a + f(-2) = 50 + 5(-1) + (-2) = 43$$

▶ เซต (3 คะแนน)

8. ตอบ 1

$$n(U) = 30$$



$$\text{จาก } A \cap B = B \cap C = A \cap C = A \cap B \cap C$$

และข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จะสามารถวาดแผนภาพได้ดังรูป

และจากแผนภาพจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 n(A \cup B \cup C) &= n(U) - n((A \cup B \cup C)') \\
 &= 30 - 6
 \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } n(A \cup B \cup C) = 24$$

เนื่องจาก $n((A \cup B) \cap C') = n((A \cup B) - C)$ (ส่วนที่แรเงา)

$$= n(A \cup B \cup C) - n(C)$$

$$= 24 - 10$$

$$\therefore n((A \cup B) \cap C') = 14$$

▶ ตัวอย่างปัญหาและการแจกแจงความน่าจะเป็น (3 คะแนน)

21. ตอบ 2

ให้ตัวแปรสุ่ม (X) คือกำไรที่ได้จากการเล่นเกมสล็อต 1 ครั้ง

ซึ่ง $x = -90$ หรือ 90 โดย $x = -90$ คือ จ่ายค่าเกมสล็อต 90 บาท แต่ไม่ได้รางวัล

และ $x = 90$ คือจ่ายค่าเกมสล็อต 90 บาท และได้รางวัล 180 บาท จึงได้กำไร $= 180 - 90 = 90$ บาท

จำนวนวิธีการหยิบสลากพร้อมกัน 2 ใบ จาก 9 ใบ $= {}^9C_2$

$$= \frac{9!}{2! \times 7!}$$

$$= 36 \text{ วิธี}$$

การหยิบสลากพร้อมกัน 2 ใบ จาก 9 ใบ แล้วให้ได้ผลคูณตัวเลขทั้งสองเป็นเลขคู่

ต้องเกิดจากทั้ง 2 ใบเป็นเลขคี่ (คี่ $\times$ คี่ = คี่) โดยเลขคี่มี 5 ใบ คือ 1, 3, 5, 7, 9

$\therefore$ จำนวนวิธีที่จะได้ผลคูณเป็นเลขคี่ $= {}^5C_2$

$$= \frac{5!}{2! \times 3!} = 10 \text{ วิธี}$$

จากโจทย์ ถ้าผลคูณเป็นเลขคี่ จะไม่ได้รางวัลเลย

$$\text{ดังนั้น จะได้ } P(X = -90) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

สำหรับการหยิบสลากพร้อมกัน 2 ใบ จาก 9 ใบ แล้วให้ได้ผลคูณตัวเลขทั้งสองเป็นเลขคู่

จะมีจำนวนวิธีเท่ากับ จำนวนวิธีทั้งหมด - จำนวนวิธีที่ผลคูณเป็นเลขคี่

$\therefore$ จำนวนวิธีที่จะได้ผลคูณเป็นเลขคู่ $= 36 - 10$

$$= 26 \text{ วิธี}$$

จากโจทย์ ถ้าผลคูณเป็นเลขคู่ จะได้เงินรางวัล 180 บาท

$$\text{ดังนั้น จะได้ } P(X = 90) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

จะได้ตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นดังนี้

x	-90	90
f(x)	$\frac{5}{18}$	$\frac{13}{18}$

$$\mu = \sum_{i=1}^N x_i f(x_i) = -90\left(\frac{5}{18}\right) + 90\left(\frac{13}{18}\right) = 40 \text{ บาท}$$

แสดงว่า โดยเฉลี่ยแล้วจะกำไรครั้งละ 40 บาท

ติวสอบ PAT1 & คณิตศาสตร์1

บทจำนวนจริง

ตอบ 1

$$A : |x| \geq 7x + 8$$

$$x \geq 7x + 8$$

หรือ

$$x \leq -7x - 8$$

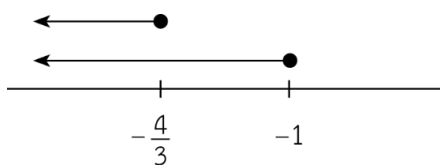
$$-8 \geq 6x$$

∪

$$8x \leq -8$$

$$-\frac{4}{3} \geq x$$

$$x \leq -1$$



$$A = (-\infty, -1]$$

$$B : \frac{1}{x^2 + x} \leq \frac{1}{2x^2 + 2x + 3}$$

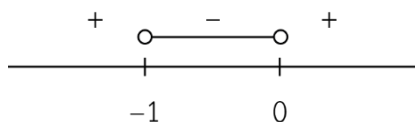
$$\frac{1}{x^2 + x} - \frac{1}{2x^2 + 2x + 3} \leq 0$$

$$\frac{(2x^2 + 2x + 3) - (x^2 + x)}{(x^2 + x)(2x^2 + 2x + 3)} \leq 0$$

$$\frac{x^2 + x + 3}{(x)(x+1) 2 \left(\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{5}{4} \right)} \leq 0 \quad \left(\times 2 \left(\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{5}{4} \right) 2 \text{ ข้าง} \right)$$

$$\frac{\left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{11}{4} \right]}{(x)(x+1)} \leq 0 \quad \left(\div \left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{11}{4} \right] 2 \text{ ข้าง} \right)$$

$$\frac{1}{(x)(x+1)} \leq 0, \quad x \neq 0, -1$$



$$B = (-1, 0)$$

$$A \cap B = \{ \}$$

∴ จำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ $A \cap B = 0$
