



BY THE BRAIN

# PHYSICS

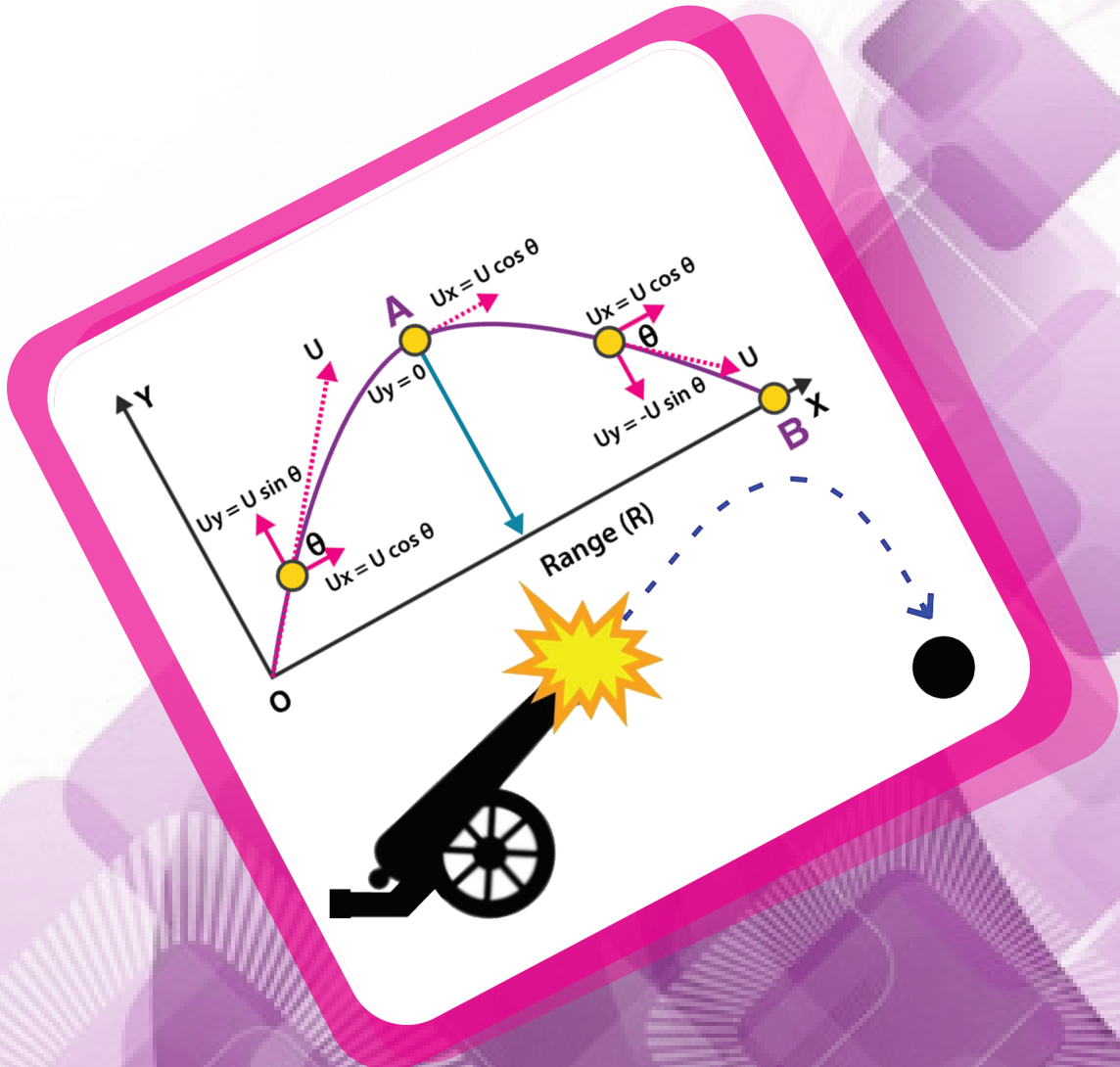


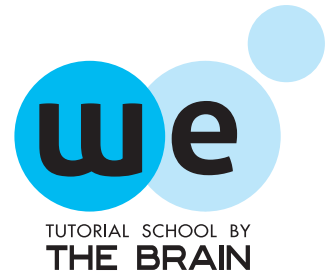
ตีวิด  
กับ WE

***Fight for Final exam***

วิชา ฟิสิกส์ ม.ปลาย

การเคลื่อนที่แนวโค้ง





# เอกสารประกอบการเรียน วิชา ฟิสิกส์

## ตัวพิตกับ WE Fight for Final exam

เอกสารประกอบการเรียน วิชา ชีววิทยา

ระดับชั้น : ม.ปลาย

เรื่อง : การเคลื่อนที่แนวโค้ง

เจ้าของลิขสิทธิ์ : โรงเรียนทวดวิชา วี บาย เดอะ เบรน



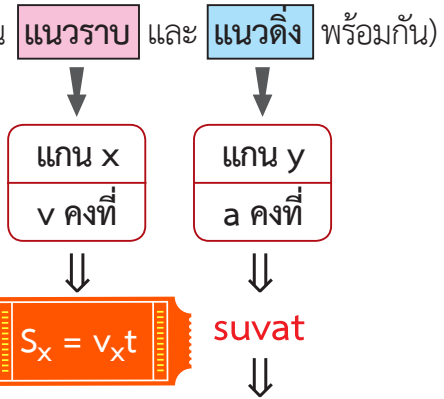
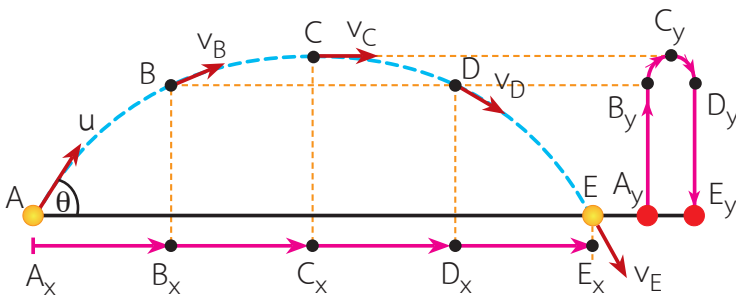
พิมพ์ที่ : โรงเรียนทวดวิชา วี บาย เดอะ เบรน

สงวนลิขสิทธิ์ : ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ห้ามลอกเลียน ดัดแปลง ทำซ้ำ ไม่ว่าจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนใดหรือทั้งหมดของเอกสารชุดนี้ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากโรงเรียนทวดวิชา วี บาย เดอะ เบรน เท่านั้น

# สรุป การเคลื่อนที่แนวโค้ง

## การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

**วิธีการเคลื่อนที่** เคลื่อนที่ในวิถีโค้งแบบพาราโบลา (เคลื่อนที่ใน **แนวราบ** และ **แนวตั้ง** พร้อมกัน)



## ความเร็ว

$x : v_x = v \cos \theta$   
 $y : v_y = v \sin \theta$

$|\vec{v}_{\text{ลัพธ์}}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$   
ทิศตามแนวเส้นสัมผัส

$v_y = u_y + gt$  : s  
 $S_y = v_y t - \frac{1}{2} gt^2$  : u  
 $S_y = u_y t + \frac{1}{2} gt^2$  : v  
 $S_y = \left(\frac{u_y + v_y}{2}\right) t$  : a  
 $v_y^2 = u_y^2 + 2gS_y$  : t

★ ตาม  $u_y$  ⊕ ส่วน  $u_y$  ⊖ ★

## ข้อควรรู้

- $u_x = v_{Bx} = v_{Cx} = v_{Dx} = v_{Ex} = v_{Fx}$  (ความเร็วแนวราบ ทุกจุดเท่ากัน)
- ที่จุดสูงสุด  $v_y = 0$
- ที่ระดับเดียวกันบนโค้งโพรเจกไทล์ ขนาดของความเร็วมีค่าเท่ากัน และมุม

ที่ความเร็วทั้งสองทำกับแนวราบจะมีขนาดเท่ากัน

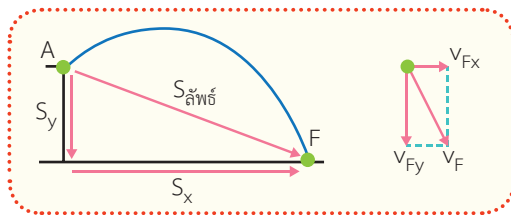
- การเคลื่อนที่ระหว่าง 2 ระดับใดๆ **เวลาขึ้น = เวลาลง**

● ณ ตำแหน่งใดๆ  $S_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$   
และ  $v_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

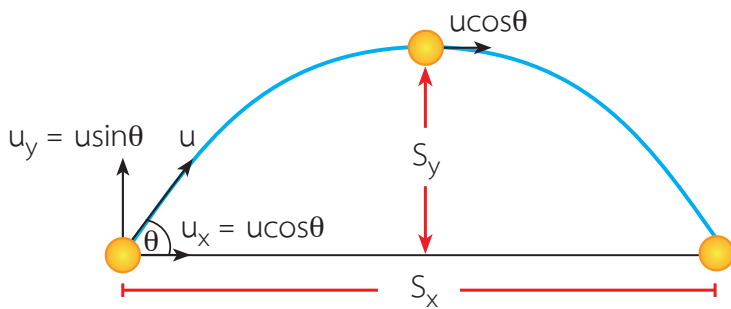
- ทิศทางของความเร็วขณะใดๆ

หาได้จาก  $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$ ,  $\theta$  คือ

มุมที่  $\vec{v}$  ทำกับแนวราบ



## เทคนิคสำหรับวิถีโค้งสมมาตร



เทคนิคนี้สำหรับ

- Projectile สมมาตร (จากพื้นถึงพื้นระดับเดียวกัน)
- ไม่มี  $a_x$  มีเฉพาะ  $a_y (= g)$

$$t_{\text{ขึ้น-ลง}} = 2 \left( \frac{u \sin \theta}{g} \right)$$

$$S_x = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$S_y = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

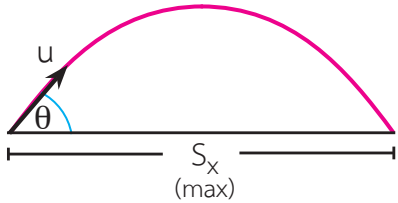
$$8S_y = g t_{\text{ขึ้น-ลง}}^2$$

$$\frac{S_y}{S_x} = \frac{1}{4} \tan^2 \theta$$

## คุณสมบัติที่น่าสนใจของวิถีโค้งสมมาตร

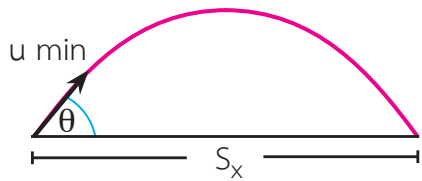
1 มุมยิงที่ทำให้เกิดระยะแนวราบมากที่สุด

$$\theta = 45^\circ \Rightarrow \text{ไกลสุด}$$



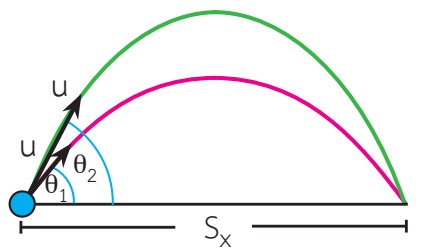
2 มุมยิงที่ทำให้ปาโดยใช้ความเร็วต้นน้อยสุด

$$\theta = 45^\circ \Rightarrow u \text{ น้อยสุด}$$



3 มุมปาวัตถุสองครั้ง ( $\theta_1$  และ  $\theta_2$ ) ซึ่งปาด้วย u เท่ากัน แล้วทำให้ตกไกลเท่ากัน

$$\text{ตกไกลเท่ากัน} \Rightarrow \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$$



## แนวโจทย์โพรเจกไทล์ระดับสูง

### A การขว้างวัตถุออกจากพาหนะที่กำลังเคลื่อนที่

#### พาหนะที่วิ่งแนวราบ

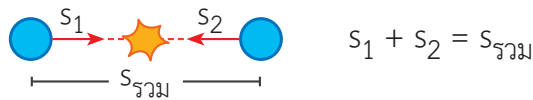
##### โยนขึ้นตรงๆ

$u_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{v_0^2 + u^2}$   
 $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{u}{v_0}\right)$

##### ขว้างเฉียงทำมุม $\theta$ กับแกนราบ

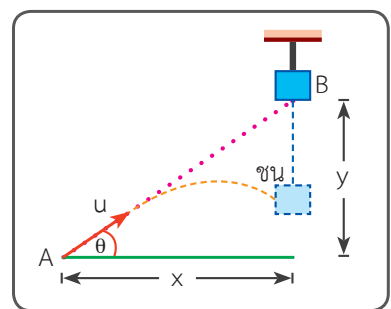
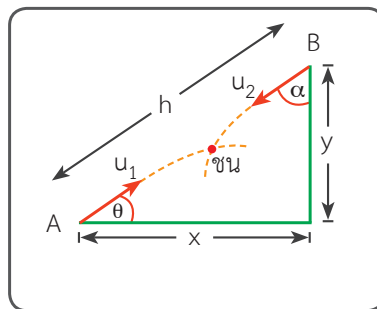
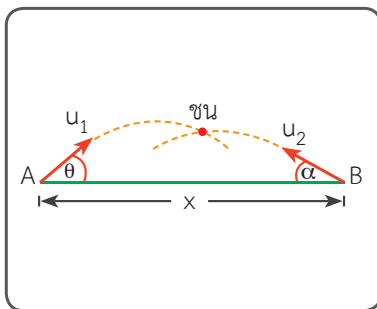
$u_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{(u \sin \theta)^2 + (v_0 + u \cos \theta)^2}$   
 $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{u \sin \theta}{v_0 + u \cos \theta}\right)$

### B การเคลื่อนที่ของวัตถุ 2 ก้อนมาชนกัน



➔ ถ้าเวลาพร้อมกัน

$h = u_{\text{ส.พ.}} \times t$   
 สวน (+) ตาม (-)



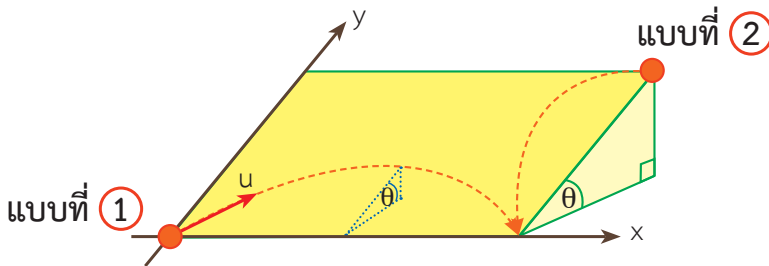
### C โพรเจกไทล์ที่มีความเร่งในแกนราบ

ถ้าเมื่อใด มีแรงกระทำเกิดในแนวราบ จะเกิดความเร่งในแนวราบ

ด้วย ( $a_x$ )

แกน x ต้องคิดด้วย suvat

### D โพรเจกไทล์พื้นเอียง



แกน  $x'$  :  $a_{x'} = g \sin \theta$

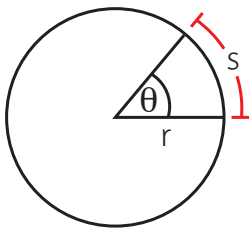
แกน  $y'$  :  $a_{y'} = g \cos \theta$

แกน x :  $v$  คงที่

แกน y :  $a_y = g \sin \theta$

### การเคลื่อนที่แบบวงกลม

#### มุมในหน่วยเรเดียน (rad)



มุมในหน่วยเรเดียน

$\theta = \frac{s}{r}$

ความยาวส่วนโค้ง

รัศมีวงกลม

มุมที่พบบ่อย

องศา (°)	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
เรเดียน (rad)	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$

### อัตราเร็ว 4 ลักษณะ

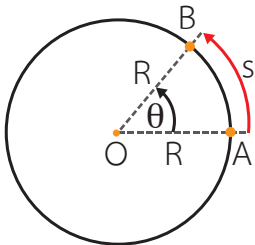
1. คาบ (T) คือ เวลาที่วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมครบ 1 รอบ

$$T = \frac{\text{เวลาทั้งหมด}}{\text{จำนวนรอบทั้งหมด}} = \frac{t}{n} \quad \text{หน่วยวินาที}$$

2. ความถี่ (f) คือ จำนวนรอบของวัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมในเวลา 1 หน่วย

$$f = \frac{\text{จำนวนรอบทั้งหมด}}{\text{เวลาทั้งหมด}} = \frac{n}{t} \quad \text{หน่วย รอบ/วินาที หรือ Hz}$$

$$f = \frac{1}{T}$$



3. อัตราเร็วเชิงเส้น (v) คือ ความยาวตามส่วนโค้งของวงกลมที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลา 1 หน่วย

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf \quad \text{หน่วย รอบ/วินาที}$$

วัตถุเคลื่อนที่จาก A ไป B ในเวลา t หน่วย

4. อัตราเร็วเชิงมุม ( $\omega$ ) คือ มุมที่จุดศูนย์กลางวงกลมซึ่งรัศมีกวาดไปในเวลา 1 หน่วย

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{หน่วย เรเดียน/วินาที}$$

$$v = \omega R$$

### เพิ่มเติม

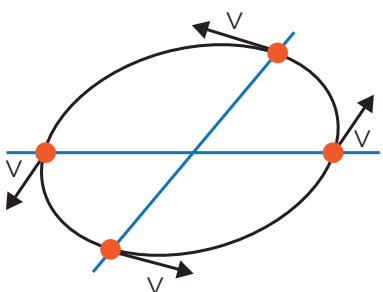
อัตราเร็ว ในหน่วย rpm (รอบ/นาที)

rpm = revolutions per minute

$$1 \text{ rpm} = 2\pi \text{ rad/min} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

ประเภทของความเร็ว / ความเร่ง

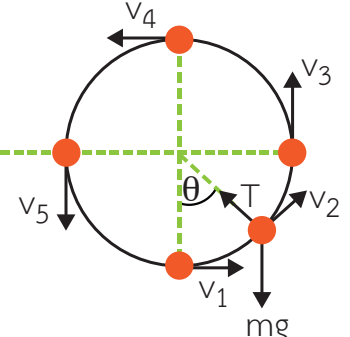
อัตราเร็วคงที่



- เช่น การแกว่งวัตถุผูกเชือกในแนวราบ
- มีแรงที่กระทำกับวัตถุเพียง  $F_c$  ทำให้เกิด  $a_c$  ซึ่งจะเปลี่ยนทิศของ  $v$  แต่ขนาดของ  $v$  จะคงที่เสมอ

$a_{\text{ลัพธ์}} = a_c$

อัตราเร็วไม่คงที่



- เช่น การแกว่งวัตถุผูกเชือกในแนวตั้ง
- มีแรงที่กระทำกับวัตถุทั้ง 2 แนว คือ  $F_c$  (แนวสู่ศูนย์กลาง) และ  $F_T$  (แนวเส้นสัมผัส) ทำให้เกิด  $a_c$  และ  $a_T$  ซึ่งจะเปลี่ยนทั้งทิศทางและขนาดของ  $v$

$a_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{a_c^2 + a_T^2}$

หลักการคำนวณ

**เขียนรูป** → เขียนแรงที่จำเป็น **WTFN**

**แตกแรง** → ให้แตกแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุแต่ละก้อนเป็นสองแนว คือ 1) แนวเข้าสู่ศูนย์กลาง 2) แนวเส้นสัมผัส

**ตั้งสมการ** → ตั้งสมการโดย **พิจารณา**

แนวเข้าสู่ศูนย์กลาง

$\Sigma \vec{F}_c = m \vec{a}_c$

พุงเข้า-พุงออก     $\frac{v^2}{R}$      $\omega^2 R$

แนวเส้นสัมผัส

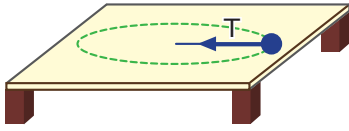
$a_T = 0 \quad \downarrow \quad a_T \neq 0$

$\Sigma \vec{F} = 0$      $\Sigma \vec{F}_T = m \vec{a}_T$



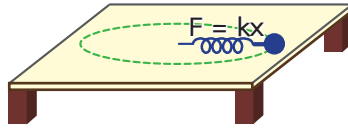
## รูปแบบโจทย่วงกลมที่พบบ่อย

### 1 วงกลมในแนวระดับ



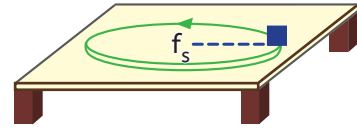
T ทำหน้าที่  $F_c$

$$T = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$



kx ทำหน้าที่  $F_c$

$$kx = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$



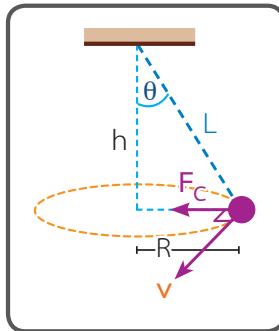
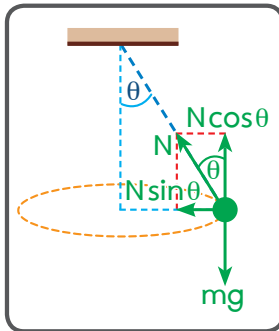
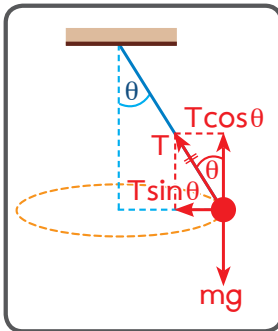
$f_s$  ทำหน้าที่  $F_c$

$$f_s = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

$$\mu mg = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

$$\mu = \frac{v^2}{Rg} = \frac{\omega^2 R}{g}$$

### 2 วงกลมกรวย

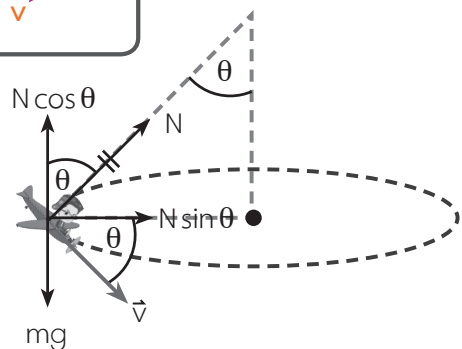


**IMPORTANT!**  
 $\therefore R = L \sin \theta$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg} \text{ หรือ } \frac{\omega^2 R}{g}$$

$$T \text{ (คาบ)} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$$

$$T = \frac{mg}{\cos \theta}$$



### 3 วงกลมบนทางโค้งราบ

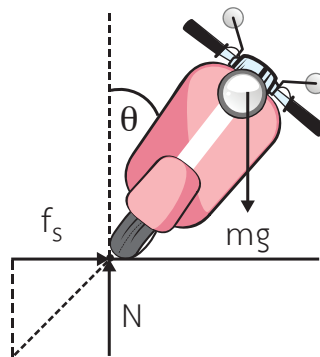
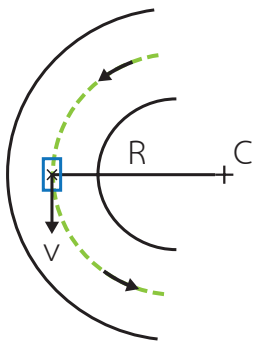
#### การเลี้ยวโค้งของรถยนต์บนถนนราบ

$$\mu_s = \frac{v_{\max}^2}{Rg}$$

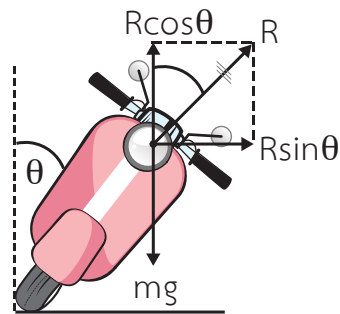
$\mu_s$  = ส.ป.ส แรงเสียดทานสถิตย์

$v_{\max}$  = ความเร็วสูงสุดที่ยังเข้าโค้งได้อย่างปลอดภัย

#### การเลี้ยวโค้งของมอเตอร์ไซด์บนถนนราบ



รูป (a)



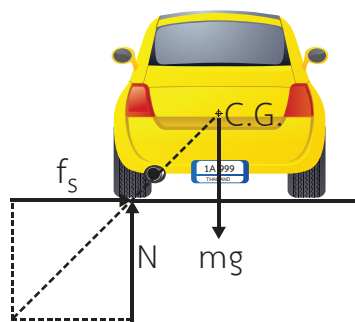
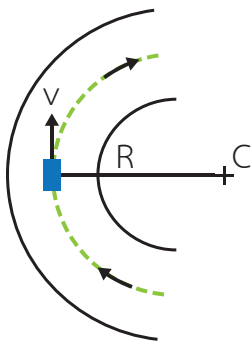
รูป (b)

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

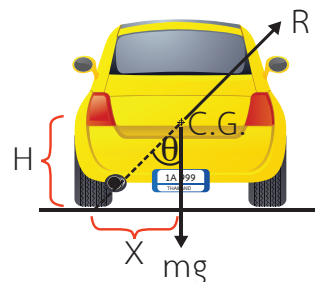
โดย  $v$  มาก  $\theta$  มาก ,  $v$  น้อย  $\theta$  น้อย

และ  $\theta$  คือ มุมที่รถทำกับแนวตั้ง

#### การเลี้ยวโค้งของรถยนต์บนถนนราบ



รูป (a)



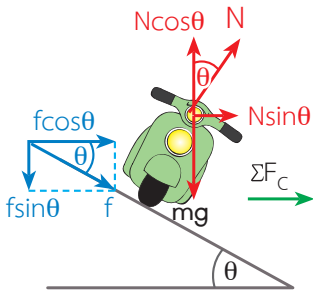
รูป (b)

$$\therefore \tan\theta = \frac{X}{H} = \frac{v_{\max}^2}{Rg}$$

$$X = \frac{\text{ความกว้างรถ}}{2}$$

$H$  = ความสูงของจุด C.G. ของรถ

#### 4 วงกลมบนทางโค้งเอียง

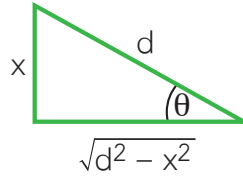


$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

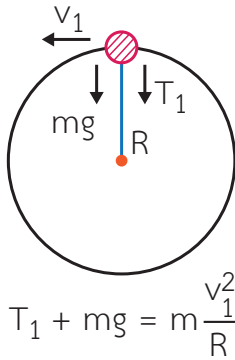
$$(v = \sqrt{Rg\tan\theta})$$

→ ถ้าไม่คิดแรงเสียดทาน ( $\mu = 0$ )  
→ อัตราเร็วเข้าโค้งไม่ขึ้นกับมวล  
แต่ขึ้นกับ R และมุมยกเอียง  $\theta$

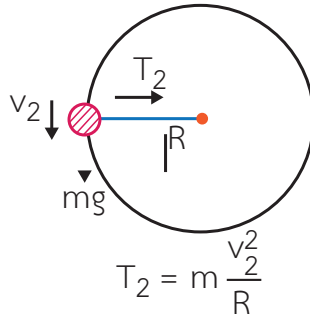
$$\tan\theta = \frac{x}{\sqrt{d^2 - x^2}}$$



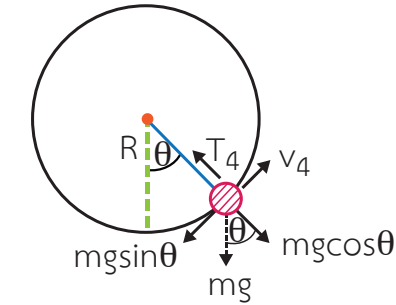
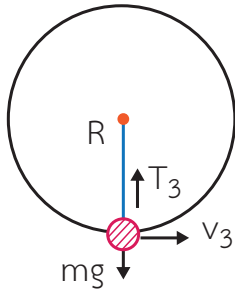
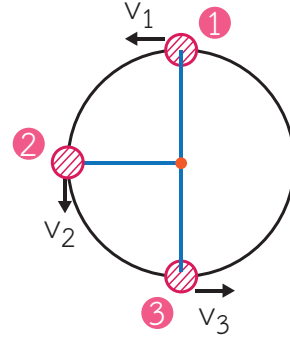
#### 5 วงกลมในแนวตั้ง



$$T_1 + mg = m \frac{v_1^2}{R}$$



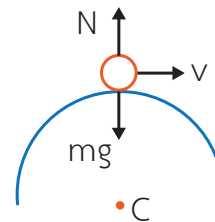
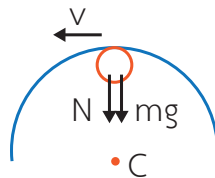
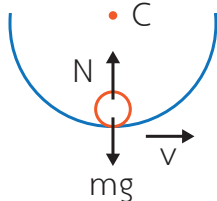
$$T_2 = m \frac{v_2^2}{R}$$



$$\begin{aligned} v_1(\min) &= \sqrt{Rg} \\ v_2(\min) &= \sqrt{3Rg} \\ v_3(\min) &= \sqrt{5Rg} \end{aligned}$$

$$T_3 - mg = m \frac{v_3^2}{R}$$

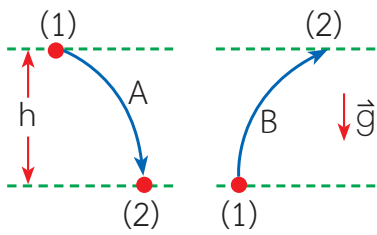
$$T_4 = mg\cos\theta = m \frac{v_4^2}{R}$$



ถ้าวิ่งเร็วจนเริ่มหลุดจากพื้น

$$N = 0$$

**การหาความเร็วจุดหนึ่ง เมื่อรู้ความเร็วอีกจุดหนึ่ง**



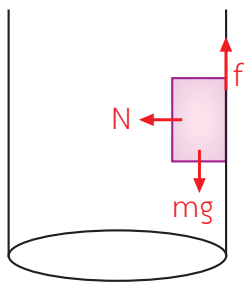
$$v_{\text{ลัพท์}}^2 = u_{\text{ลัพท์}}^2 \pm 2gh$$

+
-

เมื่อตาม g      เมื่อสวน g

h = ระยะแนวตั้งระหว่างจุดแรกกับจุดสุดท้าย

**6 มอเตอร์ไซค์ไต่ถัง**



**แนวตั้ง** สมดุล [ $\uparrow = \downarrow$ ]

$f = mg$

$\mu N = mg$

— ①

**แนวราบ** วงกลม

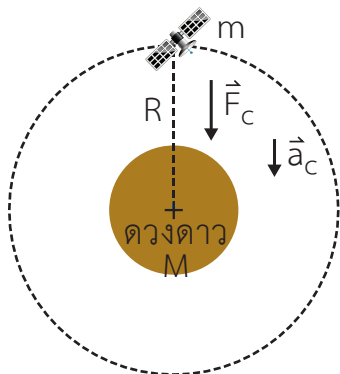
$N = \frac{mv^2}{R}$

— ②

①  
②

$$\mu = \frac{Rg}{v^2}$$

**การเคลื่อนที่แบบวงกลมของดาวเทียม**



$F_c$  = แรงที่ดวงดาวดึงดูดดาวเทียม

$$F_c = \frac{GmM}{R^2}, \quad G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

และ

$$a_c = g = \frac{Gm}{R^2} \quad \dots\dots(1)$$

g ที่ผิวโลก  $\approx 9.8 \text{ m/s}^2$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

**คาบ (T)**

ดาวศูนย์กลางดวงเดิม (M คงที่)

$$T^2 \propto R^3$$

(กฎแห่งคาบ)

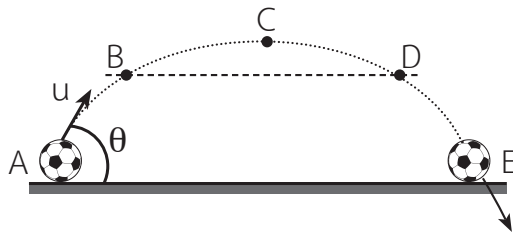
ดาวศูนย์กลางต่างดวง (เปรียบเทียบ M)

$$T^2 \propto \frac{R^3}{M}$$

## ตะลุยโจทย์ การเคลื่อนที่แนวโค้ง

### การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

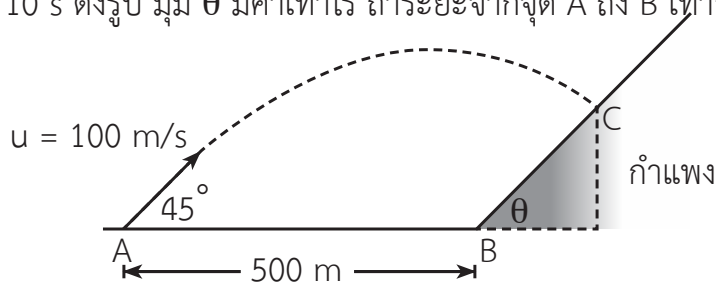
- ลูกฟุตบอลถูกเตะขึ้นจากจุด A ลอยขึ้นไปในอากาศ ไปตกที่จุด E ดังรูป โดยจุด B และ D อยู่ในแนวระดับเดียวกัน และจุด C เป็นจุดสูงสุด



ข้อสรุปใดถูกต้อง

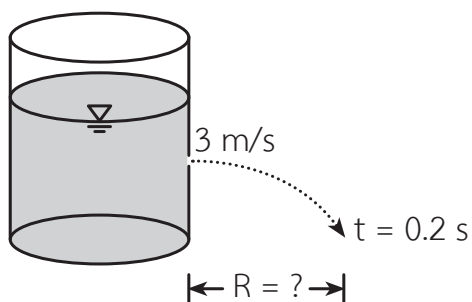
- ความเร็วที่จุดสูงสุด C ของลูกฟุตบอล = 0
  - ที่ตำแหน่ง B และ D ลูกฟุตบอลมีความเร็วเท่ากัน
  - ทุกตำแหน่งของการเคลื่อนที่ ลูกฟุตบอลมีความเร่งคงที่เท่ากันหมด
  - ถูกทุกข้อ
- ขว้างก้อนหินจากหน้าต่างบ้านด้วยความเร็ว 10 m/s ในทิศทำมุม  $60^\circ$  กับแนวราบ ก้อนหินตกถึงพื้นดินในเวลา 10 s ก้อนหินตกได้ระยะทางไกลเท่าใดในแนวราบ
    - 25 m
    - 50 m
    - 75 m
    - 100 m

3. ลูกปืนใหญ่ถูกยิงจากจุด A โดยมีการเคลื่อนที่แบบวิถีโค้ง ด้วยความเร็วต้น  $u = 100 \text{ m/s}$  และทำมุม  $45^\circ$  กับแนวระดับ ลูกปืนใหญ่ใช้เวลาจากจุด A ไปกระทบผนังกำแพงที่จุด C เท่ากับ 10 s ดังรูป มุม  $\theta$  มีค่าเท่าไร ถ้าระยะจากจุด A ถึง B เท่ากับ 500 m

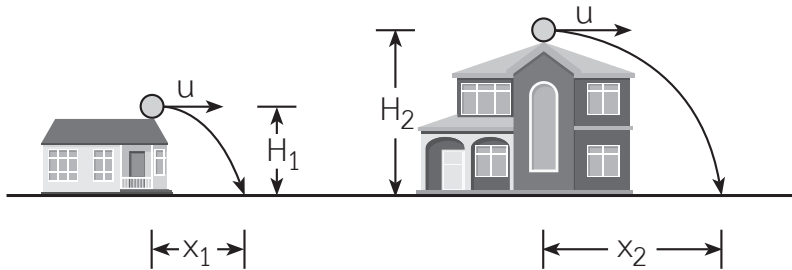


1.  $30^\circ$
2.  $37^\circ$
3.  $45^\circ$
4.  $53^\circ$

4. ถังน้ำใบหนึ่ง เจาะรูข้างถัง น้ำจะพุ่งออกจากรูด้วยความเร็ว 3 เมตร/วินาที และจะใช้เวลา 0.2 วินาที จึงตกถึงพื้น จงหาระยะตกที่ห่างจากขอบถัง



5. ขว้างก้อนหินในแนวนอนด้วยความเร็ว  $u$  ออกจากหลังคาบ้าน 2 หลังที่มีความสูง  $H_1$  และ  $H_2$  โดยที่  $H_1 < H_2$  ถ้าก้อนหินจากหลังคาบ้านสูง  $H_2$  ตกห่างจากบ้านเป็นระยะทาง 2 เท่าของระยะทางที่ขว้างก้อนหินจากบ้านสูง  $H_1$  จงหาอัตราส่วนความสูงของบ้าน  $\frac{H_2}{H_1}$



1. 2
2. 3
3. 4
4. 5

6. ขว้างก้อนหินให้มีความเร็วต้น  $20 \text{ m/s}$  และทำมุม  $45^\circ$  กับพื้นดินในแนวระดับ ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานของอากาศ
- ก. ก้อนหินใช้เวลาานเท่าไรจึงตกถึงพื้นระดับ
  - ข. ก้อนหินจะตกถึงพื้นที่ระยะไกลเท่าไร
  - ค. ก้อนหินจะสูงจากพื้นระดับมากที่สุดเท่าไร

7. ในการยิงวัตถุแบบโพรเจกไทล์บนพื้นราบ เปรียบเทียบระหว่างการยิงบนโลก และบนดวงจันทร์  
ซึ่งมีค่าความเร่งจากแรงโน้มถ่วงเป็น  $\frac{1}{6}g$  ระยะไกลสุดที่ยิงได้บนดวงจันทร์จะเป็นกี่เท่าของโลก  
(PAT2 ก.พ. 63)

1. 1                      2.  $\frac{g}{6}$                       3.  $\sqrt{6}$                       4. 6                      5. 36

8. ยิงลูกปิงปองทำมุม  $30^\circ$  กับแนวราบจากขอบโต๊ะสูง 1 m ด้วยอัตราเร็ว 4 m/s  
จงหาอัตราเร็วของลูกปิงปองขณะอยู่สูงจากพื้น 0.55 m

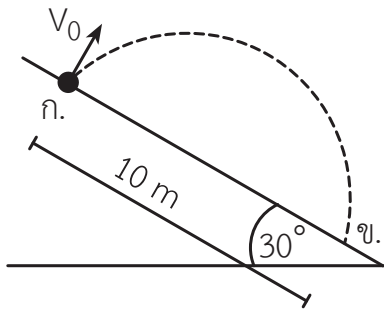
1. 4 m/s                      2. 5 m/s                      3. 6 m/s                      4. 7 m/s



9. เตะลูกบอลขึ้นจากพื้นให้เคลื่อนที่เป็นวิถีโค้งพาราโบลา
- ก. ทิศทางการเคลื่อนที่ของลูกบอลทำมุม  $90^\circ$  กับแรงที่กระทำกับลูกบอลตลอดการเคลื่อนที่
  - ข. หากเตะลูกบอลให้สูงโด่งขึ้นฟ้ามากขึ้น ลูกบอลจะลอยอยู่กลางอากาศนานขึ้น
  - ค. ที่ตำแหน่งสูงสุดของการเคลื่อนที่ ความเร่งในแนวดิ่งมีค่าเป็นศูนย์
  - ง. ตำแหน่งสองตำแหน่งใดๆ ที่สูงจากพื้นเท่ากัน จะมีความเร็วลัพธ์เท่ากัน
  - จ. หากต้องการวิ่งไปรับลูกบอลที่เตะออกไปให้ทัน เมื่อออกตัววิ่งในเวลาเดียวกันกับที่เตะลูกบอลออกไป ต้องวิ่งด้วยความเร็วอย่างน้อยที่สุดเท่ากับความเร็วต้นของการเตะลูกบอล
- ประโยชน์ด้านบน มีจำนวนข้อความที่ผิดกี่ข้อความ
1. 0                      2. 1                      3. 2                      4. 3                      5. 4

10. พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. วัตถุเคลื่อนที่ในทิศของแรงลัพธ์
  - ข. วัตถุที่มีความเร่งเป็นลบ คือวัตถุที่มีอัตราเร็วลดลง
  - ค. แรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุ มีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ
  - ง. ที่จุดสูงสุดของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ วัตถุมีความเร็วเป็นศูนย์
- มีข้อความที่ก่ข้อความ (PAT2 ก.พ. 62)
1. 0                      2. 1                      3. 2                      4. 3                      5. 4

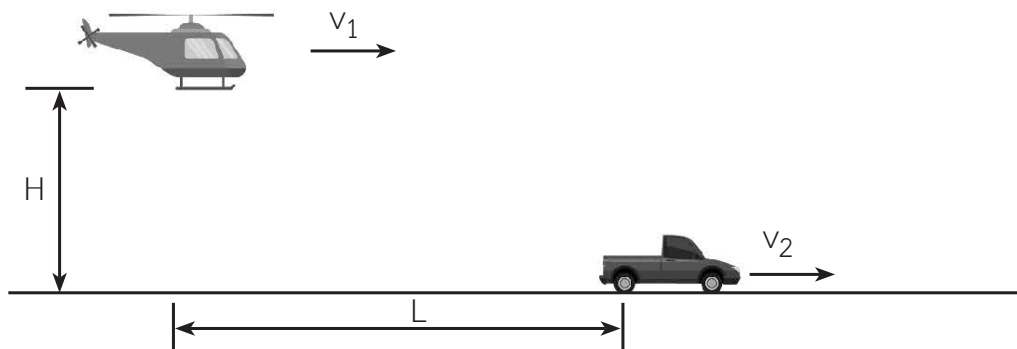
11. โยนลูกบอลออกจากตำแหน่ง ก. ด้วยความเร็ว  $V_0$  เมตรต่อวินาทีในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง กำหนดให้ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกมีค่าเท่ากับ  $10$  เมตรต่อวินาที<sup>2</sup> ลูกบอลจะตกถึงตำแหน่ง ข. เมื่อเวลาผ่านไปกี่วินาที (พื้นฐานวิศวะ)



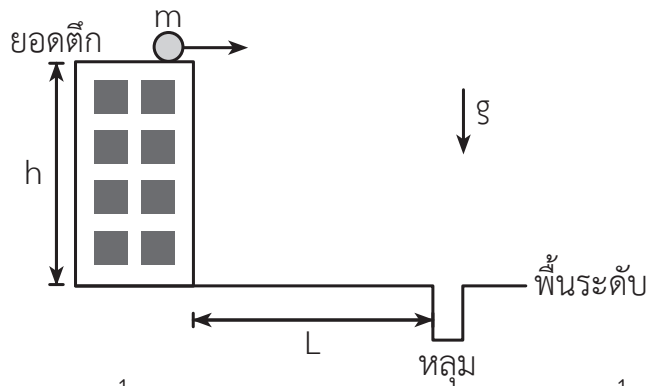
12. ขว้างวัตถุจากฐานพื้นเอียงที่ทำมุม  $30^\circ$  กับแนวราบ ถ้าความเร็วต้นของวัตถุเป็น  $10$  m/s ในทิศทำมุม  $60^\circ$  กับแนวราบ วัตถุจะตกบนพื้นเอียงห่างจากจุดที่ขว้างกี่เมตร
1. 5.77 m      2. 6.67 m      3. 7.67 m      4. 8.00 m

13. สหรัฐอเมริกายิงขีปนาวุธออกจากฐานโดยทำมุม  $30^\circ$  กับแนวราบ ถ้าตาสีบนต้องการยิงจรวดทำลายขีปนาวุธขึ้นไปแนวตั้งให้ชนกับขีปนาวุธพอดี เมื่อขีปนาวุธอยู่ ณ ตำแหน่งสูงสุด ความเร็วต้นของจรวดทำลายขีปนาวุธอย่างน้อยจะต้องเป็นกี่เท่าของความเร็วต้นของขีปนาวุธ ถ้ายิงพร้อมกัน
1. 0.25 เท่า      2. 0.50 เท่า      3. 1.00 เท่า      4. 2.00 เท่า

14. เฮลิคอปเตอร์บินตรงในแนวระดับที่ความสูง  $H = 500 \text{ m}$  ด้วยความเร็วคงที่  $v_1 = 70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  รถบรรทุกอยู่ข้างหน้าเฮลิคอปเตอร์ กำลังแล่นไปด้วยความเร็วคงที่  $v_2$  เมื่อรถบรรทุกอยู่ห่างเป็นระยะ  $L = 400 \text{ m}$  เฮลิคอปเตอร์ปล่อยวัตถุให้ตกลงมาอย่างอิสระ และวัตถุเคลื่อนที่ไปตกบนรถพอดี จงหาว่าแล่นรถด้วยความเร็ว  $v_2$  เท่ากับกี่  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  (PAT3 61)



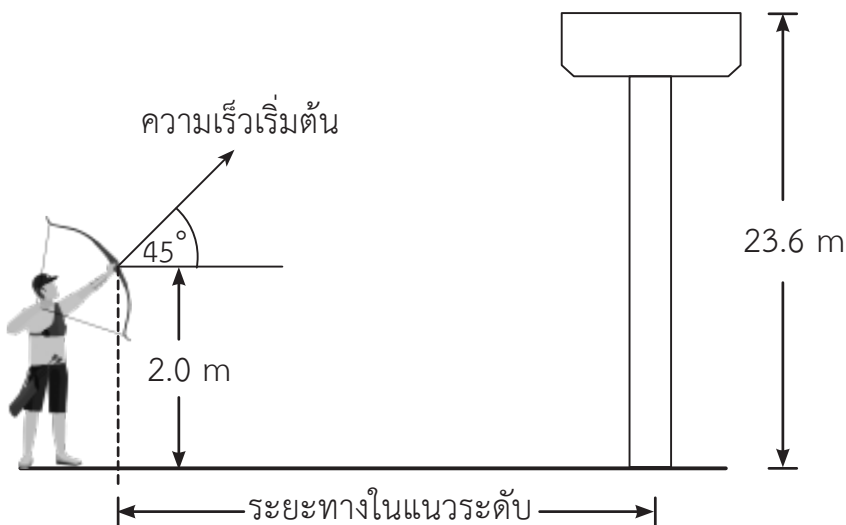
15. จะต้องตีโดโปรเจกไทล์  $m$  จากตึกสูง  $h$  ด้วยความเร็วต้น (ในแนวระดับ) เท่าใด จึงจะลงหลุมพอดี (สามัญ 59)



1.  $\left(\frac{2g}{h}\right)^{\frac{1}{2}} L$
2.  $\left(\frac{g}{h}\right)^{\frac{1}{2}} L$
3.  $\left(\frac{g}{2h}\right)^{\frac{1}{2}} L$
4.  $\left(\frac{g}{2(L+h)}\right)^{\frac{1}{2}} L$
5.  $\left(\frac{g}{2L}\right)^{\frac{1}{2}} h$

16. ในพิธีเปิดกีฬาคั้งหนึ่ง นักกีฬายิงลูกธนูติดไฟให้ตกบนยอดหอคบเพลิงซึ่งอยู่สูงจากพื้นสนาม 23.6 เมตร ถ้าลูกธนูถูกยิงจากความสูงเหนือพื้น 2.0 เมตร โดยทำมุม 45 องศา กับพื้น และลูกธนูใช้เวลาในการเคลื่อนไปถึงยอดหอคบเพลิง 4.0 วินาที ดังภาพ กำหนดให้ ไม่คิดแรงต้านของอากาศ

ความเร่งโน้มถ่วงบริเวณผิวโลก  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$



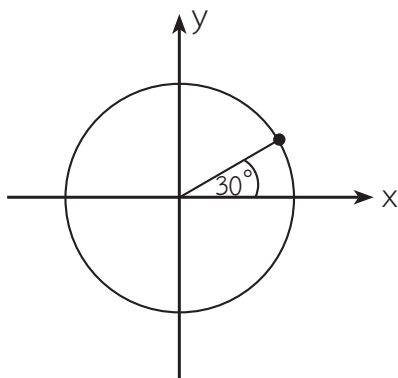
- ลูกธนูถูกยิงห่างจากหอคบเพลิงในแนวระดับเป็นระยะทางกี่เมตร (สามัญ 64)

## การเคลื่อนที่แบบวงกลม

17. ข้อใดวิเคราะห์การเคลื่อนที่แบบวงกลมได้ถูกต้อง

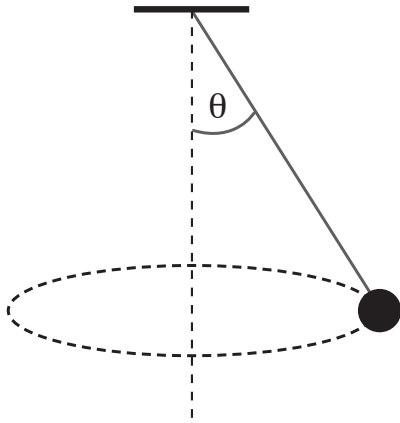
1. วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วคงที่ จะมีความเร่งลัพธ์อยู่ในแนวพุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางเสมอ
2. แกว่งเชือกให้เป็นวงกลมในระนาบตั้ง ที่จุดซึ่งเชือกวางตัวขนานกับพื้นโลก จะมีความเร่งลัพธ์อยู่ในแนวพุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางเสมอ
3. วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยคาบที่คงที่ จะมีอัตราเร็วเชิงมุมและแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุคงตัวเสมอ
4. ในการขับขี้อักรยานยนต์เข้าโค้ง หากผู้ขับขี่ใช้ความเร็วมาก จะต้องเอนตัวทำมุมกับแนวโค้งน้อยๆ เพื่อความปลอดภัย
5. มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งข้อ

18. วัตถุหนึ่งกำลังเคลื่อนที่เป็นวงกลมในทิศทวนเข็มนาฬิกาด้วยอัตราหมุน 5 รอบต่อวินาที ด้วยรัศมี 2 เมตร ถ้าวัตถุอยู่ที่ตำแหน่งทำมุม 30 องศา ดังรูป องค์ประกอบความเร็วตามแนวแกน  $x(v_x)$  และตามแนวแกน  $y(v_y)$  มีค่ากี่เมตร/วินาที ตามลำดับ (PAT2 ก.พ. 61)

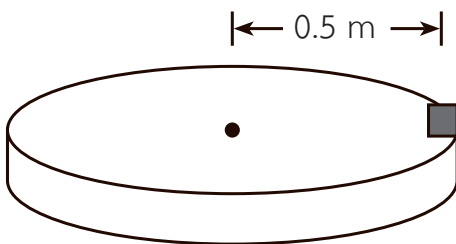


1.  $-10, 10\sqrt{3}$
2.  $10\pi, 10\sqrt{3}\pi$
3.  $10\pi, -10\sqrt{3}\pi$
4.  $-10\pi, 10\sqrt{3}\pi$
5.  $-10\pi, -10\sqrt{3}\pi$

19. ลูกบอลมวล 0.1 kg แขวนด้วยเชือกเบา แกว่งให้เป็นวงกลมแบบฐานกรวยรัศมี 0.4 m โดยเชือกทำมุม  $30^\circ$  กับแนวตั้ง แรงตึงของเส้นเชือกมีค่ากี่นิวตัน (กำหนด  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



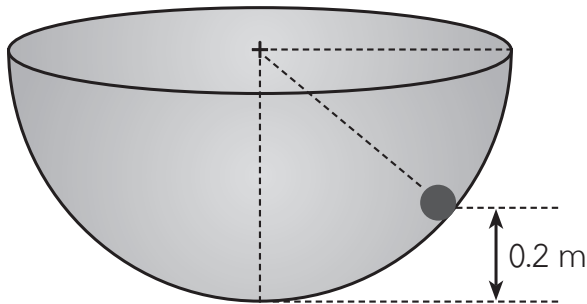
20. วัตถุ A วางอยู่บนโต๊ะราบซึ่งหมุนได้รอบแกนตั้ง โดย A อยู่ห่างแกนหมุน 0.5 เมตร หากสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างวัตถุ A กับพื้นโต๊ะมีค่ามากที่สุดเป็น 0.4 จงหาว่าสามารถหมุนโต๊ะรอบแกนตั้งด้วยอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดเท่าใด วัตถุ A จึงจะไม่ไถลจากโต๊ะ (กำหนด  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



1.  $\sqrt{2} \text{ rad/s}$
2.  $2\sqrt{2} \text{ rad/s}$
3.  $3\sqrt{2} \text{ rad/s}$
4.  $4\sqrt{2} \text{ rad/s}$

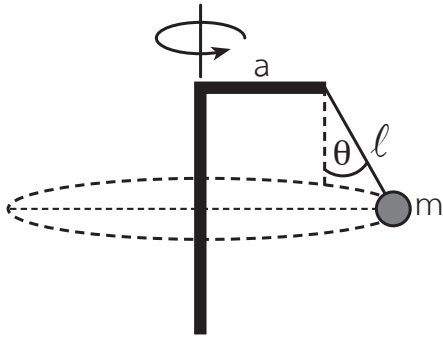
21. วัตถุก้อนหนึ่งเคลื่อนที่เป็นวงกลมอย่างสม่ำเสมอในแนวระดับโดยมีรัศมีเท่ากับ 4 เมตร ถ้าวัตถุนี้มีพลังงานจลน์คงที่ 100 จูล ขนาดของแรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อวัตถุก้อนนี้เป็นกี่นิวตัน (PAT2 เม.ย. 57)
1. 25                      2. 50                      3. 75                      4. 100

22. เครื่องทรงกลมกลวงภายในเส้นอันหนึ่งมีรัศมี 0.5 m วางหงายอยู่ มีวัตถุก้อนหนึ่งวางอยู่ในเครื่องทรงกลม ถ้าวัตถุอยู่สูงจากส่วนล่างของเครื่องทรงกลม 0.2 m เครื่องทรงกลมนี้จะต้องหมุนรอบแกนตั้งด้วยความถี่เท่าใด



1.  $\frac{5}{\sqrt{3}\pi} \text{ s}^{-1}$   
 2.  $\frac{10}{\sqrt{3}\pi} \text{ s}^{-1}$   
 3.  $\frac{15}{\sqrt{3}\pi} \text{ s}^{-1}$   
 4.  $\frac{20}{\sqrt{3}\pi} \text{ s}^{-1}$

23.



จากรูป  $m = 2 \text{ kg}$

$$a = 0.1 \text{ m}$$

$$l = 0.2 \text{ m}$$

$$\theta = 45^\circ$$

จงหาความถี่ของการหมุนรอบแกนตั้ง

24. รถจักรยานยนต์ที่วิ่งด้วยความเร็ว 108 กิโลเมตรต่อชั่วโมง วิ่งตามทางโค้งซึ่งมีรัศมี ความโค้ง 100 เมตร ผิวถนนอยู่ในแนวระดับ รถจักรยานยนต์จะเอียงทำมุมกับแนวตั้ง เท่าใดจึงจะไม่ล้ม

1.  $\theta = \tan^{-1} 0.90$

2.  $\theta = \tan^{-1} 0.75$

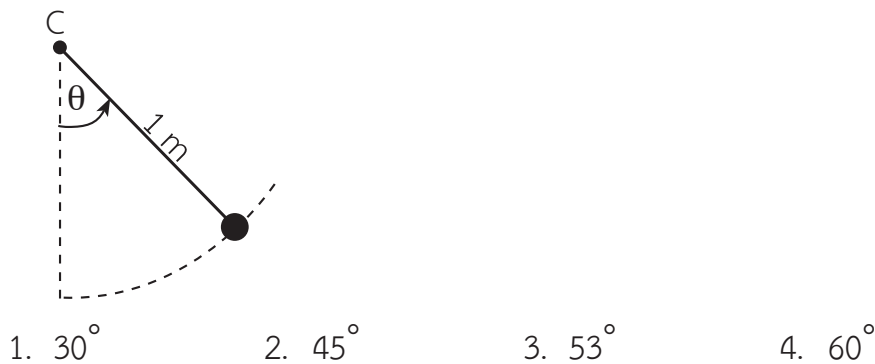
3.  $\theta = \tan^{-1} 0.50$

4.  $\theta = \tan^{-1} 0.45$

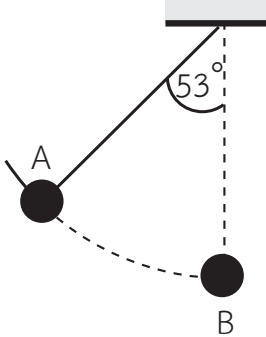


25. รถยนต์คันหนึ่งวิ่งบนทางโค้งด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รัศมีความโค้งของถนนมีค่า 500.0 เมตร ความกว้างของถนนวัดตามแนวราบเทียบกับจุดต่ำสุดของด้านในได้ 8.0 เมตร จะต้องยกขอบถนนด้านนอกให้สูงกว่าด้านในเท่าใด เมื่อรถวิ่งบนทางโค้งแล้วไม่ไถลออกนอกเส้นทาง

26. วัตถุมวล 0.5 kg ผูกติดกับเชือกยาว 1 m แกว่งเป็นวงกลมในระนาบตั้ง เมื่อเชือกทำมุม  $\theta$  กับแนวตั้ง แรงตึงเชือกมีขนาด 7 N และวัตถุมีอัตราเร็ว 3 m/s จงหาว่า  $\theta$  มีค่าเท่าไร (กำหนด  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

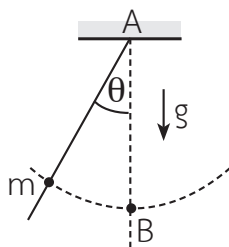


27. ปล่อยลูกตุ้มมวล 0.5 กิโลกรัม ที่ผูกกับเชือกยาว 1 เมตร ทำมุม  $53^\circ$  กับแนวตั้ง ดังรูป  
ข้อใดถูกต้อง (กำหนด  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



1. ตำแหน่ง A ความเร่งของลูกตุ้มเท่ากับศูนย์
2. ตำแหน่ง A แรงตึงเชือกเท่ากับ 4 นิวตัน
3. ที่ตำแหน่ง B ความเร่งของลูกตุ้มเท่ากับ  $g$
4. ที่ตำแหน่ง B แรงตึงเชือกเท่ากับ 9 นิวตัน

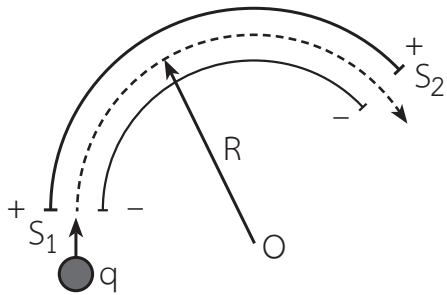
28.



ลูกตุ้มแบบง่ายกำลังแกว่งในระนาบตั้ง  
ด้วยมุม  $\theta$  โดสุดเท่ากับ  $\alpha$  จงหาขนาดของแรงตึง  
ในเส้นเชือกที่จุดต่ำที่สุด (ที่จุด B) (สามัญ 61)

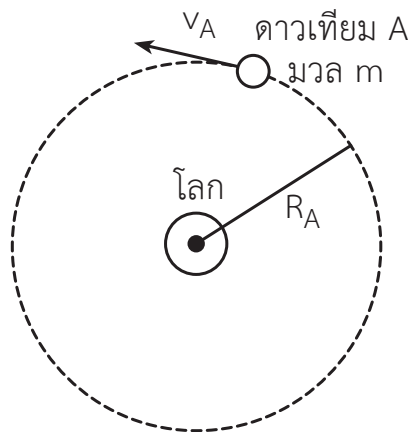
1.  $mg \cos \alpha$
2.  $(1 - 2 \cos \alpha)mg$
3.  $(2 - 2 \cos \alpha)mg$
4.  $(3 - 2 \cos \alpha)mg$
5.  $mg$

29. แผ่นโลหะโค้งขนานกันดังรูป มีจุดศูนย์กลางร่วมกันที่จุด O ระหว่างแผ่นโลหะที่จุดซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากับ R จะมีสนามไฟฟ้า E มีทิศชี้เข้าหาจุด O อยากทราบว่าอนุภาคที่มีประจุ +q จะต้องวิ่งด้วยพลังงานจลน์เป็นเท่าไร จึงจะสามารถวิ่งผ่านรู  $S_1$  และ  $S_2$  ได้พอดีตามแนวเส้นประ



1.  $\frac{qER}{2}$
2.  $\frac{qER}{4}$
3.  $\frac{qER}{8}$
4.  $\frac{qER}{16}$

30. ดาวเทียม A มวล m โคจรรอบโลกเป็นแนววงกลมรัศมี  $R_A$  ด้วยอัตราเร็วเชิงเส้น  $v_A$  ดังภาพ ซึ่งมีคาบการโคจรรอบโลก  $T_A$

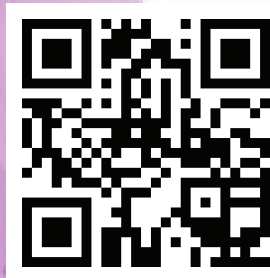


ถ้าต้องการส่งดาวเทียม B มวล  $2m$  ให้โคจรรอบโลกเป็นแนววงกลมด้วยคาบเท่ากับคาบของดาวเทียม A จะต้องให้ดาวเทียม B โคจรด้วยรัศมี  $R_B$  และอัตราเร็วเชิงเส้น  $v_B$  เป็นอย่างไรเมื่อเปรียบเทียบกับของดาวเทียม A (สามัญ 64)

1.  $R_B$  มากกว่า  $R_A$  และ  $v_B$  เท่ากับ  $v_A$
2.  $R_B$  เท่ากับ  $R_A$  และ  $v_B$  เท่ากับ  $v_A$
3.  $R_B$  เท่ากับ  $R_A$  และ  $v_B$  มากกว่า  $v_A$
4.  $R_B$  น้อยกว่า  $R_A$  และ  $v_B$  เท่ากับ  $v_A$
5.  $R_B$  น้อยกว่า  $R_A$  และ  $v_B$  มากกว่า  $v_A$



TUTORIAL SCHOOL BY  
**THE BRAIN**



[www.WeByTheBrain.com](http://www.WeByTheBrain.com)