เฉลยติว วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 / สามัญ / O-NET)

เจาะเกราะคณิตศาสตร์ ในระบบ TCAS

By พี่เอ๋ WE BY THE BRAIN × TruePlookpanya

11. <u>ตอบ</u> 1

<u>วิธีทำ</u> $S_1 = 1^2 - 4 \cdot 1 = -3$

และ $S_1 = a_1 \quad \therefore \quad a_1 = -3$

$S_2 = 2^2 - 4 \cdot 2 = -4$

และ $S_2 = a_1 + a_2 \quad \therefore \quad a_1 + a_2 = -4$

$a_2 = (a_1 + a_2) - a_1 = (-4) - (-3) = -1$

จาก $d = a_2 - a_1 \quad \therefore \quad d = (-1) - (-3) = 2$

$d + a_1 a_2 = 2 + (-3)(-1) = 5$

12. <u>ตอบ</u> 5

<u>วิธีทำ</u> จาก $\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2$ มีค่าน้อยที่สุด

$\therefore \sum_{i=1}^{20} (a_i - m)^2$ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ $m = \mu$

ดังนั้น $m = \mu = \dfrac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{20}}{20}$

$$= \frac{\frac{20}{2}(a_1 + a_{20})}{20}$$

$$= \frac{a_1 + a_{20}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad *$$

* หา $a_1 + a_{20}$

จาก $a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 20$

$(a_1 + 5d) + (a_1 + 8d) + (a_{20} - 8d) + (a_{20} - 5d) = 20$

$2a_1 + 2a_{20} = 20$

$\therefore \quad a_1 + a_{20} = 10$

13. **ตอบ** $\frac{4}{13}$

วิธีทำ จาก $S_n = (n)(n+1)(n+2)$

จะได้ $S_{n-1} = (n-1)(n-1+1)(n-1+2)$

$= (n-1)\cdot(n)\cdot(n+1)$

ซึ่ง $a_n = S_n - S_{n-1}$

$\therefore a_n = (n)(n+1)(n+2)-(n-1)(n)(n+1)$

$= (n)(n+1)[(n+2)-(n-1)]$

$= 3(n)(n+1)$

$$\therefore \sum_{n=1}^{12}\frac{1}{a_n} = \sum_{n=1}^{12}\frac{1}{3(n)(n+1)}$$

$$= \frac{1}{3}\sum_{n=1}^{12}\frac{1}{(n)(n+1)}$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+.....+\frac{1}{12\cdot 13}\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2-1}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{13}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{13-1}{13}\right) = \frac{4}{13}$$

14. <u>**ตอบ**</u> 4

<u>**วิธีทำ**</u> จาก $\log_a b = 3 \rightarrow \frac{\log b}{\log a} = 3$

$$\log b = 3\log a \quad \text{——}(1)$$

และ $\log b + \log a = 2 \quad \text{——}(2)$

แทน (1) ใน (2) , $3\log a + \log a = 2$

$$\log a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \ a = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$$

15. <u>**ตอบ**</u> 243

<u>**วิธีทำ**</u> $\log_{3^3} a + \log_{3^2} b = \frac{7}{2}$

$$\frac{1}{3}\log_3 a + \frac{1}{2}\log_3 b = \frac{7}{2} \quad \text{——}(1)$$

$$\log_{3^3} b + \log_{3^2} a = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}\log_3 b + \frac{1}{2}\log_3 a = \frac{2}{3} \quad \text{——}(2)$$

$(1)+(2)$, $\frac{5}{6}\log_3 a + \frac{5}{6}\log_3 b = \frac{25}{6}$

$$\log_3 a + \log_3 b = 5$$

$$\log_3 ab = 5$$

$$ab = 3^5$$

$$= 243$$

16. <u>**ตอบ**</u> 4

<u>**วิธีทำ**</u>

$$\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}(x^2+4x+4)^{\frac{1}{2}} \le \log_{0.2}(x+58)$$

$$\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}\sqrt{(x+2)^2} \le \log_{0.2}(x+58)$$

$$\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}|x+2| \le \log_{0.2}(x+58)$$

จาก $\log_{0.2}(x^3+8) \to x^3+8>0 \to x^3>-8 \quad \therefore\ x>-2$ แน่ๆ

ทำให้ $|x+2| = x+2$

จะได้ $\log_{0.2}(x^3+8)-\log_{0.2}(x+2) \le \log_{0.2}(x+58)$

$$\log_{0.2}\left(\frac{x^3+8}{x+2}\right) \le \log_{0.2}(x+58)$$

$$\frac{x^3+8}{x+2} \ge x+58$$

$$\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)} \ge x+58$$

จากเงื่อนไขหลัง log ของ $\log_{0.2}(x^3+8)$ ทำให้ $x>-2$ และ $x+2>0$ แน่ๆ

จะได้ $x^2-2x+4 \ge x+58$

$$x^2-3x-54 \ge 0$$

$$(x-9)(x+6) \ge 0$$

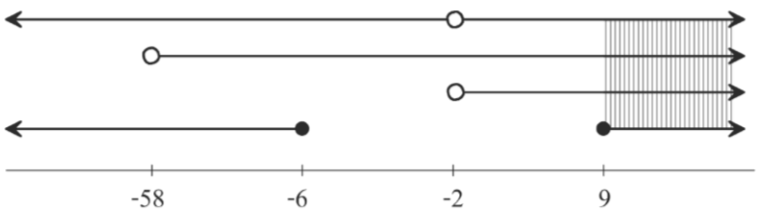
เงื่อนไขหลัง log

(1) $x^3+8 > 0 \to \boxed{x > -2}$

(2) $(x+2)^2 > 0 \to \boxed{x \ne -2}$

(3) $x+58 > 0 \to \boxed{x > -58}$

นำคำตอบที่ได้ Intersect กับ เงื่อนไข



$\therefore\ x \in [9,\infty)$

17. **ตอบ** 2

วิธีทำ $(2^2)^{|3x-1|}-16 = 6(2^{|3x-1|})$, ให้ $A = 2^{|3x-1|}$

จะได้ $A^2-6A-16 = 0$

$$(A-8)(A+2) = 0$$

$$A = 8, -2$$

$$2^{|3x-1|} = 8, \ -2$$ ใช้ไม่ได้

$$|3x-1| = 3$$

$$3x-1 = 3, -3$$

$$3x = 4, -2$$

$$x = \frac{4}{3}, -\frac{2}{3}$$

$\therefore$ ผลบวกคำตอบ $= \frac{4}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$

18. **ตอบ** 2

วิธีทำ ถ้า $\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu^2)$ มากที่สุด $\rightarrow$ $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}}$ มากที่สุด $\rightarrow$ σ มากที่สุด

$\therefore$ $\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu^2)$ ของการสอบครั้งที่ 1 $= 1^2+0+0+1^2 = 2$

$\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu^2)$ ของการสอบครั้งที่ 2 $= 2^2+2^2+2^2+2^2 = 16$

$\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu^2)$ ของการสอบครั้งที่ 3 $= 1^2+0+1^2+0 = 2$

$\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu^2)$ ของการสอบครั้งที่ 4 $= 2^2+2^2+0+0 = 8$

$\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu^2)$ ของการสอบครั้งที่ 5 $= 0+0+0+0 = 0$

$\therefore$ σ ครั้งที่ 2 มากที่สุด

19. **ตอบ** 2

วิธีทำ จากโจทย์คำนวณแล้ว จะได้ $\bar{x} = 52$ และ s คิดจากสูตร $s = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}}$

สำหรับกลุ่มตัวอย่าง ได้ $s = 3$

$\therefore [\bar{x}-s , \bar{x}+s] = [49, 55]$

ซึ่งมีน้ำหนักที่อยู่ระหว่างนี้ 11 ผล ได้แก่ 49, 51, 51, 51, 51, 52, 53, 53, 53, 53, 55

20. **ตอบ** 8

วิธีทำ $\underline{x}$ $\underline{25}$ $\underset{\text{Med}}{\underset{\uparrow}{\underline{25}}}$ $\underline{y}$ $\underset{Q_3}{\uparrow}$ $\underline{x+7}$

ตำแหน่งของ $Q_3 = \frac{3}{4}(N+1) = \frac{3}{4}(5+1) = 4.5$

ดังนั้น $Q_3 = \frac{y+(x+7)}{2}$

$28 = \frac{y+x+7}{2}$

$x+y = 49$ ————(1)

จาก $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$26 = \frac{x+25+25+y+(x+7)}{5}$

$2x+y = 73$ ————(2)

$(2)-(1)$, $x = 24$

แทน $x = 24$ ใน (1) ได้ $y = 25$

จะได้ข้อมูลชุดนี้คือ

$\underline{24}$ $\underline{25}$ $\underline{25}$ $\underline{25}$ $\underline{31}$

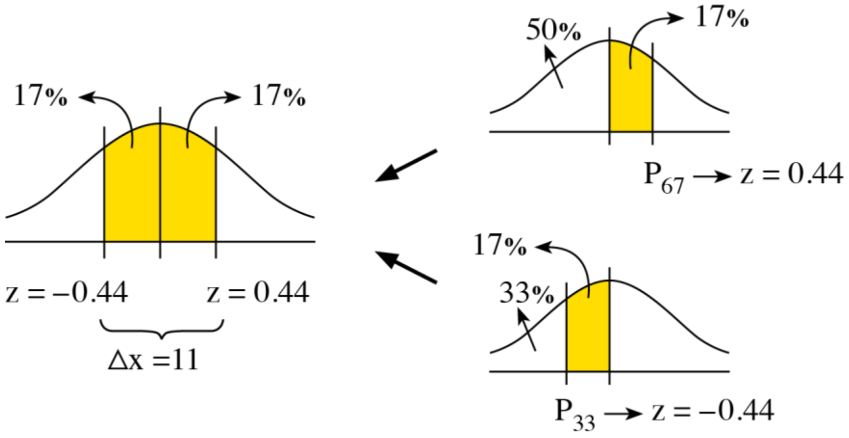
จาก $s^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}$

$= \frac{(24-26)^2+(25-26)^2+(25-26)^2+(25-26)^2+(31-26)^2}{5-1}$

$= \frac{4+1+1+1+25}{4} = \frac{32}{4} = 8$

21. **ตอบ** 12.5

วิธีทำ



$$\Delta Z = \frac{\Delta x}{\sigma}$$

$$= \frac{11}{\sigma}$$

$$\sigma = \frac{11}{0.88} \rightarrow \sigma = 12.5$$

22. **ตอบ** 1

วิธีทำ เมื่อโจทย์ กำหนดให้ $x_1, x_2, ..., x_{20}$ เป็นจำนวนนับและมีฐานนิยม (เพียงตัวเดียว)

เราจะได้ว่า $Mode_x > 0$

ให้ข้อมูลชุดที่ 2 คือ $y_1, y_2, ..., y_{20}$ เราจะได้

$$y_i = -3(x_i + 2)$$

ซึ่งก็คือ $y_i = -3x_i - 6$

แสดงว่าข้อมูลชุดที่ 2 เป็นจำนวนลบทุกจำนวน

(เพราะ $x_i > 0 \rightarrow -3x_i < 0 \rightarrow -3x_i - 6 < -6$)

ดังนั้น $Mode_y < 0$ (โดย $Mode_y = -3Mode_x - 6$)

$\therefore$ $Mode_x > Mode_y$ เพราะจำนวนบวกย่อมมากกว่าจำนวนลบ ดังนั้น (ก) ถูก

จาก $y_i = -3x_i - 6$ จะได้ว่า

$$M.D_y = |-3| \cdot M.D_x$$

$$M.D_y = 3M.D_x$$

จากโจทย์ ถ้า x มีฐานนิยม y ก็จะมีฐานนิยม และเมื่อทั้ง x และ y มีฐานนิยม
แสดงว่า กรณีที่ข้อมูล x ทุกตัวเท่ากันหมด และข้อมูล y ทุกตัวเท่ากันหมด ไม่เกิดแน่นอน
(เพราะกรณีที่ข้อมูลเท่ากันทุกตัวจะไม่มีฐานนิยม)

ดังนั้น $M.D_x \neq 0$ และ $M.D_y \neq 0$

และได้ว่า $M.D_x \,,\, M.D_y > 0$ (การกระจายไม่เป็นลบ)

จะได้ $M.D_x < 3M.D_x$

$\therefore$ $M.D_x < M.D_y$ (ข) ถูก

พิจารณา (ค)

จากโจทย์จะได้ว่า $S.D_x \neq 0$ และ $S.D_y \neq 0$

เหตุผลเดียวกับ $M.D_x \neq 0$ และ $M.D_y \neq 0$ ที่พิจารณาไปแล้วในข้างต้น

ดังนั้น $S.D_x \,,\, S.D_y > 0$ (การกระจายไม่เป็นลบ)

จาก x ทุกตัวเป็นจำนวนนับ ดังนั้น $\mu_x > 0$

และจาก $y_i = -3x_i - 6$ ดังนั้น y ทุกตัวเป็นจำนวนลบ

เราจะได้ $\mu_y < 0$ (โดย $\mu_y = -3\mu_x - 6$)

ดังนั้น ส.ป.ส. การแปรผันของชุดที่ 1 $= \dfrac{S.D_x}{\mu_x} > 0$ เพราะ $\dfrac{\text{บวก}}{\text{บวก}} > 0$

และ ส.ป.ส. การแปรผันของชุดที่ 2 $= \dfrac{S.D_y}{\mu_y} < 0$ เพราะ $\dfrac{\text{บวก}}{\text{ลบ}} < 0$

$\therefore$ ส.ป.ส. การแปรผันของชุดที่ 1 $>$ ส.ป.ส. การแปรผันของชุดที่ 2
เพราะจำนวนบวก ย่อมมากกว่าจำนวนลบ ดังนั้น (ค) ผิด

23. <u>**ตอบ**</u> 2

<u>**วิธีทำ**</u> จากโจทย์ ได้ว่า

x	–1	0	1	2
y	– 4	a	b	2
x^2	1	0	1	4
xy	4	0	b	4

$\therefore$ $\Sigma x = 2,\ \Sigma y = a+b-2,\ \Sigma x^2 = 6,\ \Sigma xy = b+8$ และ $N = 4$

จาก $y = 2x-1$ ——(1)

$$\Sigma y = \Sigma 2x - \sum_{i=1}^{4} 1$$

$$\Sigma y = 2\Sigma x - (4)(1)$$

$$\therefore\ a+b-2 = 2(2)-4$$

$$a+b = 2 \quad \text{——(2)}$$

นำ x คูณ (1)

$$xy = 2x^2 - x$$

$$\Sigma xy = \Sigma 2x^2 - \Sigma x$$

$$\Sigma xy = 2\Sigma x^2 - \Sigma x$$

$$\therefore\ b+8 = 2(6)-2$$

$$b = 2$$

แทน $b = 2$ ใน (2)

ได้ $a = 0$

ดังนั้น $2a+b = 2(0)+2 = 2$

24. <u>**ตอบ**</u> 2

<u>**วิธีทำ**</u> พิจารณา (ก)

$$(q \vee r) \wedge (\sim p \vee q) \equiv (q \vee r) \wedge (q \vee \sim p)$$
$$\equiv q \vee (r \wedge \sim p)$$

F

F F

ซึ่งพบว่า $r \wedge \sim p \equiv \sim(\sim r \vee p) \equiv \sim(r \rightarrow p)$

ดังนั้น เมื่อ $r \wedge \sim p \equiv F$ จะได้ว่า

$\sim(r \rightarrow p) \equiv F$ และ $r \rightarrow p \equiv T$

$\therefore$ $(s \vee q) \rightarrow (r \rightarrow p) \equiv T$ $\therefore$ (ก) ถูก

T

พิจารณา (ข)

$$(p \wedge \sim q \wedge r) \vee [(\sim p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)]$$
$$\equiv (p \wedge \sim q \wedge r) \vee [(p \vee q) \leftrightarrow \sim(p \vee q)]$$

T

T F

T T T

ดังนั้น $p \equiv T, \sim q \equiv T$ $\therefore$ $q \equiv F$ และ $r \equiv T$

จะได้ว่า $(q \wedge \sim s) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow s) \equiv T$ $\therefore$ ข. ผิด

F ?

F

$\therefore$ ค. ถูก

พบว่า เมื่อสมมติให้ F แล้วไม่ขัดแย้ง

$\sim r \vee (\sim r \wedge p \wedge q)$

F

F F

$\sim r \equiv F$ F ? ?

เมื่อ $\sim r \equiv F$ จะได้ว่าสอดคล้องกับการสมมติว่าประพจน์ (ค) นี้ เท็จ

$\therefore$ ประพจน์ (ค) เป็นเท็จได้และไม่เป็นสัจนิรันดร์

25. **ตอบ** 1

วิธีทำ พิจารณา $P(x)$

$|x^4-4x^2-6| \ge |x^4-4x^2+14|$

$[(x^4-4x^2-6)-(x^4-4x^2+14)][(x^4-4x^2-6)+(x^4-4x^2+14)] \ge 0$

$$(-20)(2x^4-8x^2+8) \ge 0$$

$$(-20)(2)(x^4-4x^2+4) \ge 0$$

นำ -40 หาร $\quad x^4-4x^2+4 \le 0$

$$(x^2-2)^2 \le 0$$

เนื่องจาก $(x^2-2)^2 \not< 0$ แน่ $\therefore\ (x^2-2)^2 = 0$

$$x^2-2 = 0$$

$$x = \sqrt{2},\ -\sqrt{2}$$

$\therefore$ $P(x)$ คือ $x \in \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

ดังนั้น $\forall x[P(x)] \equiv F$ แต่ $\exists x[P(x)] \equiv T$

พิจารณา $Q(x)$

$|x^2-2| \le x^2-2$

$|x^2-2| = x^2-2$

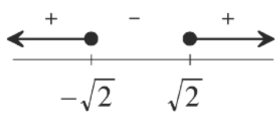
$\lvert A\rvert \le A$
จะได้ $\lvert A\rvert = A$
เพราะ $\lvert A\rvert \not< A$

เมื่อ $|\square| =$ จะได้ $\square \ge 0$

$\therefore\ x^2-2 \ge 0$

$(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) \ge 0$

$x\ :\ \sqrt{2},\ -\sqrt{2}$



$\therefore$ $Q(x)$ คือ $x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$

จะพบว่า มี x บางจำนวนใน $\mathcal{U}$ เช่น $x = \sqrt{2}$

ซึ่ง $\sqrt{2} \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$ ดังนั้น $\exists x[Q(x)] \equiv T$

แต่ $[1, \infty) \not\subset (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$ ดังนั้นจึงมี x บางจำนวนใน $\mathcal{U}$

ที่ไม่ได้อยู่ใน $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$ เช่น $x = 1$ ดังนั้น $\forall x[Q(x)] \equiv F$

พิจารณา (ก)

$\exists x[P(x)] \vee \forall x[Q(x)] \equiv T$ $\therefore$ (ก) ถูก

(T) (F)

พิจารณา (ข) โดย $\forall x[\sim Q(x)] \equiv \sim \exists x[Q(x)] \equiv F$

$\forall x[\sim Q(x)] \rightarrow \forall x[P(x)] \equiv T$ $\therefore$ (ข) ถูก

(F) (F)

พิจารณา (ค)

$\exists x[\sim P(x) \wedge Q(x)]$ มีความหมายคือ

$\exists x[x \neq \sqrt{2}, -\sqrt{2} \wedge x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)] \equiv T$

เช่น $x = 3$ $\therefore$ (ค) ผิด

****