

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

PROBLEMS

ตรรกศาสตร์

ข้อ 4 ตอบ 2

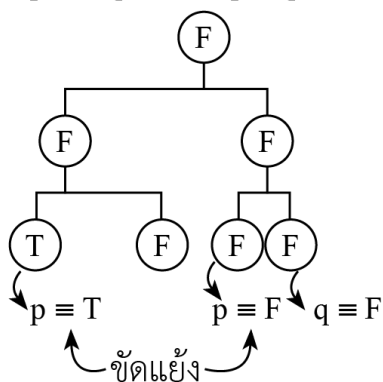
ก) ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 (p \vee q) \rightarrow r &\equiv \sim (p \vee q) \vee r \\
 &\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r \\
 &\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r) \\
 &\equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)
 \end{aligned}$$

ข) ถูกต้อง

สมมติให้

$$[p \rightarrow (q \wedge r)] \vee (p \vee q) \equiv F$$



ดังนั้น เป็นสัจนิรันดร์

ค) ผิด

$$\begin{aligned}
 \exists x \left[\begin{vmatrix} 2x & 1 \\ x^2 & 2x \end{vmatrix} > 0 \right] &\equiv \exists x [4x^2 - x^2 > 0] \\
 &\equiv \exists x [3x^2 > 0] \equiv T
 \end{aligned}$$

เช่น $x = 1 \rightarrow 3(1)^2 > 0$ จริง

ข้อ 5 ตอบ 2

$$\mathcal{U} = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$(ก) \frac{1}{|x+1|} > 2 \rightarrow \frac{1}{2} > |x+1|, x \neq -1$$

$$|x+1| < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} < x+1 < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2} \text{ โดย } x \neq -1$$

$$\exists x \left[x / \frac{1}{|x+1|} > 2 \right] \equiv \exists x \left[x / -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1 \right] \equiv F$$

$$\text{ไม่มี } x \text{ โดย } x \in \mathcal{U} \text{ ที่ } -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1$$

$\therefore$ (ก) ถูก

$$(ข) |x| < \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

$$\forall x \left[x / |x| < \frac{1}{2} \right] \equiv \forall x \left[x / -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \right] \equiv F$$

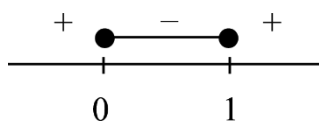
เพราะมี x บางค่า ซึ่ง $x \in \mathcal{U}$ แต่ $x \notin \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$\text{เช่น } x = \frac{1}{2} \quad \therefore (ข) \text{ ผิด}$$

เมื่อ (ก) ถูก และ (ข) ผิด ข้อนี้ตอบคำตอบ 2

$$\text{สำหรับ (ค) } x^2 - x \leq 0$$

$$(x)(x-1) \leq 0$$



$$\forall x \left[x / x^2 - x \leq 0 \right] \equiv \forall x \left[x / 0 \leq x \leq 1 \right] \equiv F$$

เพราะมี x บางค่า ซึ่ง $x \in \mathcal{U}$ แต่ $x \notin [0, 1]$

$$\text{เช่น } x \text{ ซึ่ง } x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad \therefore (ค) \text{ ถูก}$$

ข้อ 6 ตอบ 1

จากโจทย์ $4^x + 2^x = 72$

$$(2^2)^x + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x)^2 + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x + 9)(2^x - 8) = 0$$

$$\therefore 2^x = \cancel{9}, 8$$

$$2^x = 8 \rightarrow x = 3$$

$$\exists x[4^x + 2^x = 72] \equiv \exists x[x = 3]$$

ดังนั้น U ที่จะทำให้ $\exists x[x = 3]$ เป็นจริงต้องมี 3 เป็นสมาชิก เราจะใช้วิธีแทน $x = 3$

ลงในแต่ละคำตอบ คำตอบใดแทน $x = 3$ แล้วสอดคล้องกับเงื่อนไข (จริง) แสดงว่า

มี 3 เป็นสมาชิกและเป็นคำตอบ ซึ่งเมื่อเราแทน $x = 3$ ลงใน 5 คำตอบ พบว่า

มีเพียงคำตอบที่ 1 เท่านั้นที่สอดคล้อง ($|2 \cdot 3 - 3| \leq 7$ จริง)

PROBLEMS

จำนวนจริง และพหุนาม

ข้อ 9 ตอบ 3

จากโจทย์จะพบว่า ตัวประกอบที่เหลือคือ $x + 6$

$$\text{ดังนั้น } x^3 + ax^2 + bx + 30 = (x^2 - 4x + 5)(x + 6)$$

แทนค่า $x = 1$ ลงในสมการ จะได้

$$1 + a + b + 30 = (2)(7)$$

$$\therefore a + b = -17$$

ข้อ 10 ตอบ 144

จากโจทย์จะพบว่า $\left(x + \frac{b}{6}\right)$ เป็นตัวประกอบที่เหลือ

$$\text{ดังนั้น } x^4 - 10x^3 + 25x^2 + b = (x^3 + ax^2 + x + 6)\left(x + \frac{b}{6}\right)$$

พิจารณาพจน์ x^2 ของสมการ

$$\text{ด้านซ้ายมือคือ } 25x^2, \text{ ด้านขวามือคือ } \left(\frac{ab}{6} + 1\right)x^2$$

$$\text{จากการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ว่า } \frac{ab}{6} + 1 = 25 \rightarrow ab = 144$$

$$\therefore |ab| = |144| = 144$$

ข้อ 11 ตอบ 1

ให้แผนกชายมี x คน

และแผนกบัญชีมี $12 - x$ คน

ทั้ง 2 แผนก โบนัสที่ได้รวมเท่ากันคือ 35,000 บาท

แสดงว่า แผนกชายได้คนละ $\frac{35,000}{x}$ บาท

แผนกบัญชีได้คนละ $\frac{35,000}{12 - x}$ บาท

$$\text{จากโจทย์ } \frac{35,000}{x} - \frac{35,000}{12 - x} = 2,000$$

$$\div 1,000, \quad \frac{35}{x} - \frac{35}{12 - x} = 2$$

$$\frac{35(12 - x) - 35x}{(x)(12 - x)} = 2$$

$$420 - 70x = 2(12x - x^2)$$

$$\div 2, \quad 210 - 35x = 12x - x^2$$

$$x^2 - 47x + 210 = 0$$

$$(x - 42)(x - 5) = 0 \quad \therefore x = \cancel{42}, 5 \quad (x = 42 \text{ ไม่ได้ เพราะรวม 2 แผนก ต้องได้ 12 คน})$$

แผนกชายมีจำนวนคนน้อยกว่าแผนกบัญชี $= 7 - 5 = 2$ คน

ข้อ 12 ตอบ 3

ให้ขายไอติมรสกะทิ x แท่ง

และขายไอติมรสส้ม $26 - x$ แท่ง

จากโจทย์ กำไรจากรสส้ม + กำไรจากรสกะทิ = 120

กำไรจากรสส้ม = 2 (กำไรจากรสกะทิ)

$$\therefore 2(\text{กำไรจากรสกะทิ}) + \text{กำไรจากรสกะทิ} = 120$$

$$3(\text{กำไรจากรสกะทิ}) = 120$$

$$\text{กำไรจากรสกะทิ} = 40$$

$$\text{และได้ กำไรจากรสส้ม} = 80$$

จากโจทย์

$$\begin{array}{cc} \text{กำไรจากรสส้ม} - \text{กำไรจากรสกะทิ} & = 1 \\ \text{ต่อ 1 แท่ง} & \text{ต่อ 1 แท่ง} \end{array}$$

$$\frac{80}{26 - x} - \frac{40}{x} = 1$$

$$\frac{80x - 40(26 - x)}{(26 - x) \cdot x} = 1$$

$$80x - 1040 + 40x = 26x - x^2$$

$$x^2 + 94x - 1040 = 0$$

$$(x - 10)(x + 104) = 0$$

$$x = 10, -104$$

ข้อ 14 ตอบ 2

$$\left| \frac{2-x}{x+3} \right| < 3 \rightarrow \frac{|2-x|}{\boxed{|x+3|}} < 3, \quad x \neq -3$$

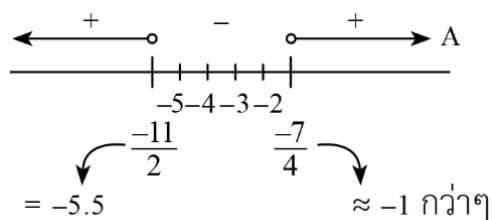
$$|2-x| < 3|x+3|$$

$$|2-x| < |3x+9|$$

$$|3x+9| > |2-x|$$

$$[(3x+9)-(2-x)] \cdot [(3x+9)+(2-x)] > 0$$

$$(4x+7)(2x+11) > 0$$



ดังนั้น จำนวนเต็มที่ไม่ได้อยู่ในเซต A คือ $-5, -4, -3, -2$

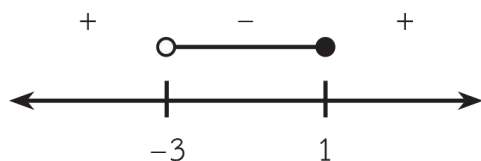
$$\therefore Z-A = \{-5, -4, -3, -2\}$$

ข้อ 16 ตอบ 3

จาก $|\square| = -\square$ อ้าง $\square \leq 0$

$$\therefore \left| \frac{x-1}{x+3} \right| = -\left(\frac{x-1}{x+3} \right)$$

จะได้ $\frac{(x-1)}{(x+3)} \leq 0, \quad x \neq -3$



เมื่อ $x \in \mathbb{Z}$ จะได้ $x = -2, -1, 0, 1$

$$\Sigma x = (-2) + (-1) + 0 + 1 = -2$$

ข้อ 17 ตอบ 4

พิจารณา A

$$|3 - 2x - x^2| = x^2 + 2x - 3$$

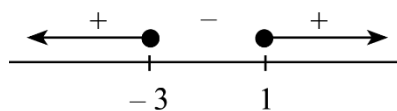
$$\text{จาก } |-A| = |A| \quad \therefore |3 - 2x - x^2| = |-(x^2 + 2x - 3)| = |x^2 + 2x - 3|$$

$$|x^2 + 2x - 3| = x^2 + 2x - 3$$

$$\text{จาก } |\square| = \square \text{ จะได้ } \square \geq 0$$

$$\therefore x^2 + 2x - 3 \geq 0$$

$$(x+3)(x-1) \geq 0$$



$$A = (-\infty, -3] \cup [1, \infty)$$

พิจารณา B

$$|x^2 + x| \leq 12$$

$$-12 \leq x^2 + x \leq 12$$

$$-12 \leq x^2 + x$$

$$0 \leq x^2 + x + 12$$

$$x^2 + x + 12 \geq 0$$

$$(x^2 + x + \frac{1}{4}) + \frac{47}{4} \geq 0$$

$$(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{47}{4} \geq 0$$

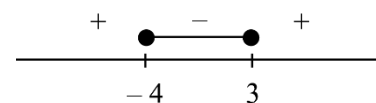
$$x \in \mathbb{R}$$

และ
↓
∩

$$x^2 + x \leq 12$$

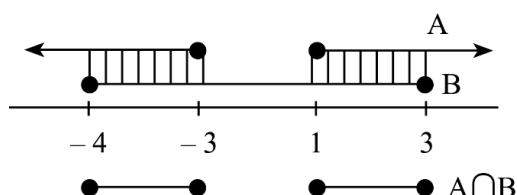
$$x^2 + x - 12 \leq 0$$

$$(x+4)(x-3) \leq 0$$



$$B = \mathbb{R} \cap [-4, 3] = [-4, 3]$$

$$\therefore A \cap B = [-4, -3] \cup [1, 3]$$



ข้อ 18 ตอบ 5

$$x|x| < -|5x-14|$$

จากการพิจารณาสมการ

$$x|x| < \underbrace{-|5x-14|}_{- \text{ หรือ } 0}$$

ขวามือ $- , 0$ แสดงว่า สมการจะเป็นจริง

ซ้ายมือต้อง $-$ นั่นหมายถึง $x|x| < 0$

$$\therefore x < 0$$

แสดงว่า สมการข้อนี้จะจริง เมื่อ $x < 0$ เท่านั้น

ดังนั้น $\overline{|x|} = -x$ และ $\overline{|5x-14|} = -(5x-14)$

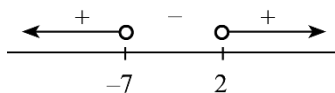
เมื่อ $x < 0$, $x(-x) < -(-(5x-14))$

$$-x^2 < 5x-14$$

$$0 < x^2 + 5x - 14$$

$$x^2 + 5x - 14 > 0$$

$$(x+7)(x-2) > 0$$



ด้วยเงื่อนไข $x < 0 \therefore$ เซตคำตอบ = $(-\infty, -7)$

PROBLEMS ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ข้อ 20 ตอบ 2

$$A = D_{r_1}^{-1} = R_{r_1} \text{ และ } B = R_{r_2} = D_{r_2}^{-1}$$

หา A $y = \sqrt{36 - 25x^2}$

เราพบว่า $y_{\max}$ เกิดเมื่อ $x = 0$

$$y_{\max} = \sqrt{36 - 0} = 6$$

และพบว่า $y_{\min} = 0$ เกิดเมื่อใน $\sqrt{\quad}$ เป็น 0 $\left(x = \pm \sqrt{\frac{36}{25}} \right)$

$$\therefore A = R_{r_1} = [0, 6]$$

หา B $x^2 + |1 - y|x^2 = 4$

$$|1 - y|x^2 = 4 - x^2$$

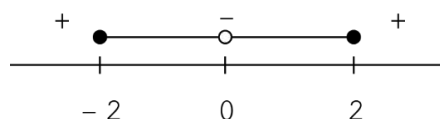
$$|1 - y| = \frac{4 - x^2}{x^2}$$

$$\frac{4 - x^2}{x^2} \geq 0$$

คูณ -1 , $\frac{x^2 - 4}{x^2} \leq 0$

$$\frac{(x - 2)(x + 2)}{x^2} \leq 0$$

$$(x - 2)(x + 2) \leq 0, x \neq 0$$



$$\therefore B = [-2, 0) \cup (0, 2]$$

$$B' \cap A = A \cap B' = A - B = \{0\} \cup (2, 6]$$

$B' \cap A$ มีสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มอยู่ 5 ตัว ได้แก่ 0, 3, 4, 5, 6

ข้อ 22 ตอบ 43

จากตารางได้

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = 1 \rightarrow y = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = 2 \rightarrow y = 2 \quad \text{--- (2)}$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow y = 0 \quad \text{--- (3)}$$

และได้

$$x = -1 \rightarrow \cancel{f^{-1}}(-1) = 2 \rightarrow -1 = f(2)$$

$$f(2) = -1$$

$$\therefore x = 2 \rightarrow y = -1 \quad \text{--- (4)}$$

$$x = 0 \rightarrow \cancel{f^{-1}}(0) = 1 \rightarrow 0 = f(1)$$

$$f(1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \rightarrow y = 0$$

$$x = 1 \rightarrow \cancel{f^{-1}}(1) = a \rightarrow 1 = f(a)$$

$$f(a) = 1$$

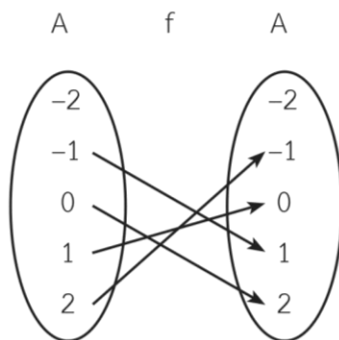
$$\therefore x = a \rightarrow y = 1$$

จาก f เป็นฟังก์ชัน 1-1

พิจารณา (1) $x = -1 \rightarrow y = 1$

ดังนั้น $a = -1$

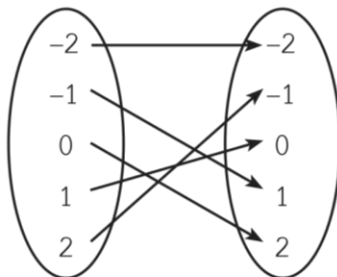
และจาก (1), (2), (3), (4) ได้ว่า



ซึ่งถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง A แสดงว่า

$$x = -2 \rightarrow y = -2 \text{ ได้ } f(-2) = -2$$

โดย A f A



$$\therefore 50 + 5a + f(-2) = 50 + 5(-1) + (-2) = 43$$

$$\cancel{f^{-1}}(\square) = \Delta$$

$$\square = f(\Delta)$$

ข้อ 23 ตอบ 4

$$g(x) = f \circ f(x)$$

$$= f(f(x))$$

$$= f\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{1}{\frac{(1-x)-1}{1-x}} = \frac{1-x}{-x} = \frac{x-1}{x}$$

$$h(x) = f(f(f(x)))$$

$$= f(g(x))$$

$$= f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{1}{1 - \left(\frac{x-1}{x}\right)} = \frac{1}{\frac{x - (x-1)}{x}} = \frac{x}{1} = x$$

ถ้า $g^{-1}(x)$ จ्ञน $g(x) = \frac{x-1}{x}$

Inv $x = \frac{y-1}{y} \rightarrow xy = y-1 \rightarrow xy - y = -1$

$$(x-1)y = -1 \rightarrow y = \frac{-1}{x-1} \quad \therefore g^{-1}(x) = \frac{-1}{x-1}$$

$$\therefore (g^{-1} \cdot h)(x) = g^{-1}(x) \cdot h(x) = \frac{-1}{x-1} \cdot x = \frac{-x}{x-1}$$

ข้อ 24 ตอบ 0019.00

$$f^{-1}(x) = 3x^3 + 2 \text{ และ } g(x) = \frac{13-4x}{17}$$

$$(f \circ g^{-1})(k) = -1 \rightarrow f(g^{-1}(k)) = -1$$

$$g^{-1}(k) = f^{-1}(-1)$$

$$k = g(f^{-1}(-1)) \quad *$$

$$= g(-1) \quad **$$

$$= 1$$

$$(f - g^{-1})(5k) = (f - g^{-1})(5)$$

$$= f(5) - g^{-1}(5) \quad ***$$

$$= 1 - (-18) = 19$$

$$* \quad f^{-1}(-1) = 3(-1)^3 + 2 = -3 + 2 = -1$$

$$** \quad g(-1) = \frac{13-4(-1)}{17} = 1$$

*** หา $f(5)$

$$5 = 3x^3 + 2$$

$$3 = 3x^3$$

$$x^3 = 1 \rightarrow x = 1 \quad \therefore f(5) = 1$$

หา $g^{-1}(5)$

$$5 = \frac{13-4x}{17}$$

$$x = -18 \quad \therefore g^{-1}(5) = -18$$

ข้อ 25 ตอบ 3

ให้ x แทนจำนวนกล่องคุกกี้ที่ขายได้ต่อวัน (หน่วยเป็นกล่อง)

y แทนกำไรต่อกล่อง (หน่วยเป็นบาท)

และให้ $y = ax^2 + bx + c$

จากโจทย์ ได้ว่า $x = 20 \rightarrow y = 20$

$$x = 10 \rightarrow y = 0$$

และ $x = 0 \rightarrow y = -40$

ดังนั้น จาก $x = 0 \rightarrow y = -40$

$$-40 = a(0)^2 + b(0) + c \quad \therefore c = -40$$

ได้สมการเป็น $y = ax^2 + bx - 40$

จาก $x = 20 \rightarrow y = 20$

$$20 = a(20)^2 + b(20) - 40$$

$$\div 20, 1 = 20a + b - 2 \rightarrow 20a + b = 3 \quad \text{--- (1)}$$

จาก $x = 10 \rightarrow y = 0$

$$0 = a(10)^2 + b(10) - 40$$

$$\div 10, 0 = 10a + b - 4 \rightarrow 10a + b = 4 \quad \text{--- (2)}$$

(1) - (2), $10a = -1$ ได้ $a = -\frac{1}{10}$ แทนใน (2) ได้ $b = 5$

จาก $y = ax^2 + bx + c, a < 0$

จะมีค่า y สูงสุด เมื่อ $x = -\frac{b}{2a}$

$$\therefore x = -\frac{5}{2(-\frac{1}{10})} = 25$$

หรือขายวันละ 25 กล่อง จะได้กำไรต่อกล่องมากที่สุด

ข้อ 26 ตอบ 2

ให้ผลิตขนมปังวันละ x ก้อน

และ ให้กำไรต่อวันเป็น y บาท

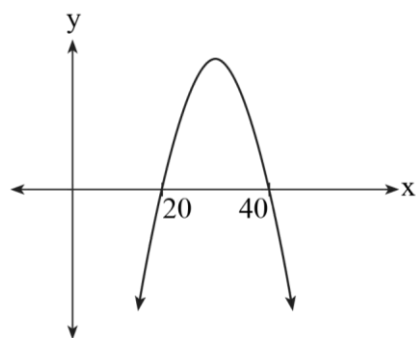
จากโจทย์ กำไร = รายได้ - ต้นทุน

$$\therefore y = (140 - 2x)(x) - [20x + 1,600]$$

$$y = -2x^2 + 120x - 1,600$$

$$y = -2(x^2 - 60x + 800)$$

$$y = -2(x - 20)(x - 40)$$



จากกราฟพบว่า ถ้าผลิตมาขาย 20 ก้อนหรือ 40 ก้อน จะเท่าทุน

และถ้าถามว่าผลิตอย่างน้อยที่สุดกี่ก้อนจึงกำไร ตอบ 21 ก้อน

(เป็นค่า x ที่เป็นจำนวนเต็มทีน้อยที่สุดที่ทำให้ y เป็นบวก)

ข้อ 27 ตอบ 4

จาก ข้อ 26 ได้ $y = -2(x - 20)(x - 40)$

วันที่ 1 $x = 25$, $y = -2(25 - 20)(25 - 40)$

$$= -2 \cdot 5(-15) = 150 \text{ บาท}$$

วันที่ 2 ต้นทุนเพิ่ม 100 บาท ทำให้เมื่อผลิตและขาย x กล่องเท่าเดิม กำไรจะลดลง 100 บาท

ได้ $y = -2(x - 20)(x - 40) - 100$

$$x = 30 \text{ , } y = -2(30 - 20)(30 - 40) - 100$$

$$= -2(10)(-10) - 100 = 100 \text{ บาท}$$

$\therefore$ กำไรจะลดลงจากวันที่ 1 50 บาท

PROBLEMS ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม

ข้อ 29 ตอบ 3

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ให้เริ่มต้นที่วันที่ 5 พ.ค. ทั้ง A และ B

A : วันที่ 1 มี 1,000 เซลล์ ดังนั้น วันที่ 5 จะมี $1,000 \times 2^4 = 16,000$ เซลล์

B : วันที่ 5 พ.ค. มี 1,000 เซลล์

จากนั้นพิจารณาทีละ 2 วัน

A : เพิ่ม 2 เท่าทุกๆ วัน แสดงว่า ทุกๆ 2 วัน จะมีเพิ่ม 4 เท่า

B : ทุกๆ 2 วัน จะเพิ่ม 5 เท่า

วันที่	5	7	9	11
A	16,000	16,000 (4)	16,000 (4^2)	16,000 (4^3)
B	1,000	1,000 (5)	1,000 (5^2)	1,000 (5^3)

ให้วันที่ B มากกว่า A ครั้งแรกตอนที่ A มี $16,000(4^x)$

B มี $1,000(5^x)$

จะได้สมการ $1,000(5^x) > 16,000(4^x)$

$$5^x > 16(4^x)$$

$$5^x > 4^{x+2}$$

$$\log 5^x > \log 4^{x+2}$$

$$x \log 5 > (x+2) \log 4$$

$$x(1 - \log 2) > (x+2)(2 \log 2)$$

$$x(1 - 0.3) > (x+2)(0.6)$$

$$0.1x > 1.2$$

$$x > 12$$

แสดงว่า B มากกว่า A ครั้งแรก ตอนที่ $x = 13$

นั่นคือ นับจากวันที่ 5 พ.ค. ไปอีก $(13)(2) = 26$ วัน

∴ ตรงกับวันที่ 31 พ.ค. 63

ข้อ 31 ตอบ 243

$$\frac{(2\log_3 x) - 4}{\log_3\left(\frac{x}{9}\right)} = \log_3(x^7) - \left(\frac{1}{\log_x 3}\right)^2 - 8$$

$$\frac{2\log_3 x - 4}{\log_3 x - \log_3 9} = 7\log_3 x - (\log_3 x)^2 - 8$$

ให้ $\log_3 x = A$ จะได้ $\frac{2A - 4}{A - 2} = 7A - A^2 - 8$

$$2\frac{(A - 2)}{A - 2} = 7A - A^2 - 8$$

$$2 = 7A - A^2 - 8 \quad \text{เมื่อ } A \neq 2$$

$$A^2 - 7A + 10 = 0$$

$$(A - 5)(A - 2) = 0$$

$$A = 2, 5 \quad \text{แต่ } A \neq 2$$

ดังนั้น $A = 5$

แทน $A = \log_3 x$, $\log_3 x = 5$

$$\therefore x = 3^5 = 243$$

ข้อ 32 ตอบ 5

$$x \log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 \frac{3x}{2} \quad \text{โดย } x, y > 0$$

$$\log_2(y \cdot 3^x) = \log_2\left(2^y \cdot \frac{3x}{2}\right)$$

$$y \cdot 3^x = 2^y \cdot \frac{3x}{2} \quad \text{--- (1)}$$

$$x \log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 \frac{2y}{3}$$

$$\log_3(12^x \cdot x) = \log_3\left(3^y \cdot \frac{2y}{3}\right)$$

$$(12^x \cdot x) = 3^y \cdot \frac{2y}{3} \quad \text{--- (2)}$$

$$(1) \times (2) : \quad \cancel{y} \cdot 3^x \cdot 12^x \cdot \cancel{x} = 2^y \cdot \frac{\cancel{3} \cancel{x}}{2} \cdot 3^y \cdot \frac{2 \cancel{y}}{\cancel{3}}$$

$$36^x = 6^y \rightarrow 6^{2x} = 6^y \quad \text{ดังนั้น } 2x = y$$

$$\text{แทน } y = 2x \text{ ใน (1) : } 2 \cancel{x} \cdot 3^x = 2^{2x} \cdot \frac{3 \cancel{x}}{2}$$

$$\frac{2 \times 2}{3} = \frac{4^x}{3^x} \rightarrow \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

จะได้ $x = 1$ และ $y = 2$

แสดงว่า $A = \{(1, 2)\}$ ดังนั้น $B = \{1^2 + 2^2\} = \{5\}$

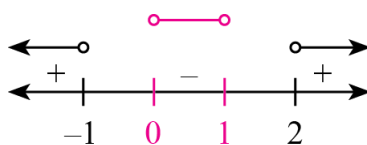
$\therefore$ ผลบวกสมาชิกภายใน $B = 5$

ข้อ 35 ตอบ 2

$$A : \log_x(x+2) > 2 \text{ โดย } x > 0 \text{ และ } x \neq 1$$

$$\text{พิจารณา } 0 < x < 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 < x^2$$

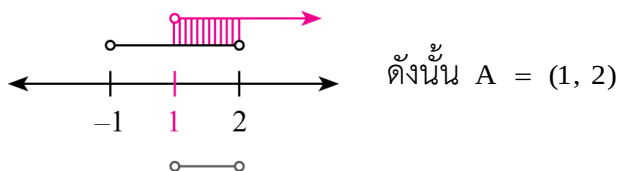
$$x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow (x-2)(x+1) > 0$$



พบว่าไม่มีช่วงซ้ำ ดังนั้น ไม่มี x ในช่วง $(0, 1)$ ที่ทำให้สมการเป็นจริง

$$\text{พิจารณา } x > 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 > x^2$$

$$x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0$$



$$B : \log_2 2^{x-1} + \log_2(2^{x+1} + 1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$\log_2(2^{x-1})(2^{x+1} + 1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$2^{2x} + 2^{x-1} < 7 \cdot 2^x + 12$$

$$\times 2 : 2(2^x)^2 + (2^x) < 14 \cdot (2^x) + 24$$

$$\text{ให้ } m = 2^x$$

$$2m^2 + m < 14m + 24 \rightarrow 2m^2 - 13m - 24 < 0$$

$$(2m+3)(m-8) < 0 \rightarrow (2 \cdot 2^x + 3)(2^x - 8) < 0$$

เนื่องจาก $2^x > 0$ เสมอ ดังนั้น $2 \cdot 2^x + 3 > 0$ เสมอ ตัดได้

$$\text{แสดงว่า } 2^x - 8 < 0 \rightarrow 2^x < 2^3 \rightarrow x < 3 \text{ ดังนั้น } B = (-\infty, 3)$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = (1, 2) \subset (1, 2] \quad (\text{ตัวเลือกที่ 2})$$

ข้อ 36 ตอบ 1

$$\text{จาก } 2 + \sqrt{3} = (2 + \sqrt{3}) \frac{(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4 - 3}{2 - \sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})^{-1}$$

$$\text{จากโจทย์จะได้ } \log_2(2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 16} < \log_2(2 - \sqrt{3})^{-1}$$

$$(2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 16} < (2 - \sqrt{3})^{-1}$$

$$x^2 - 2x - 16 > -1, \quad 2 - \sqrt{3} < 1 \text{ เป็น } f^n \text{ ลด}$$

$$x^2 - 2x - 15 > 0$$

$$(x - 5)(x + 3) > 0$$



$$A = (-\infty, -3) \cup (5, \infty)$$

$\therefore A$ เป็นสับเซตของตัวเลือกข้อ 1

PROBLEMS เวกเตอร์

ข้อ 39 ตอบ 6

$$\text{จาก } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

ให้ $\theta_1 =$ มุมระหว่าง $\vec{s}, \vec{u}$ และ $\theta_2 =$ มุมระหว่าง $\vec{s}, \vec{v}$

$$\text{จาก } \theta_1 = \theta_2 \quad \therefore \cos \theta_1 = \cos \theta_2$$

$$\frac{\vec{s} \cdot \vec{u}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{\vec{s} \cdot \vec{v}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{v}|}$$

$$\frac{2a + b - 4}{3} = \frac{0 - 3b + 8}{5}$$

$$10a + 5b - 20 = -9b + 24 \rightarrow 10a + 14b = 44$$

$$5a + 7b = 22 \quad \text{————(1)}$$

$$\text{จาก } \vec{s} \perp \vec{w} \quad \therefore \vec{s} \cdot \vec{w} = 0$$

$$a + 4b + 6 = 0$$

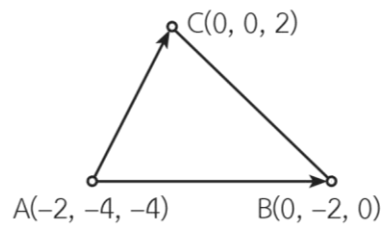
$$a + 4b = -6 \quad \text{————(2)}$$

$$(2) \times 5, \quad 5a + 20b = -30 \quad \text{————(3)}$$

$$(3) - (1), \quad 13b = -52 \rightarrow b = -4$$

$$\therefore a = 10 \quad \text{จะได้} \quad a + b = 6$$

ข้อ 40 ตอบ 4



$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 0 - (-2) \\ -2 - (-4) \\ 0 - (-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} 0 - (-2) \\ 0 - (-4) \\ 2 - (-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ } \triangle ABC &= \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| \\
 &= \frac{1}{2} \left| \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} \right| \\
 &= \frac{1}{2} \left| \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix} \right| = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (4)^2} \\
 &= \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

PROBLEMS ลำดับ และอนุกรม

ข้อ 43 ตอบ 1

$$1 + \frac{5^x}{1+5^x} + \left(\frac{5^x}{1+5^x}\right)^2 + \left(\frac{5^x}{1+5^x}\right)^3 + \dots = \frac{26}{25}$$

อนุกรมที่โจทย์กำหนดเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม $r = \frac{5^x}{1+5^x}$

และเป็นอนุกรมลู่เข้า ซึ่งผลบวกอนันต์หาได้จาก

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} \rightarrow \frac{26}{25} = \frac{1}{1-r} \rightarrow 1-r = \frac{25}{26} \rightarrow r = \frac{1}{26} \rightarrow \frac{5^x}{1+5^x} = \frac{1}{26}$$

$$26(5^x) = 1 + 5^x \rightarrow 25(5^x) = 1 \rightarrow 5^x = \frac{1}{25} \rightarrow 5^x = 5^{-2} \therefore x = -2$$

ข้อ 45 ตอบ 4

จากโจทย์ $a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \rightarrow a_n = a_{n+1} - a_{n-1}$

$$\begin{aligned} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n-1}a_{n+1}} &= \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n+1} - a_{n-1}}{a_{n-1}a_{n+1}} = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_{n-1}a_{n+1}} - \frac{a_{n-1}}{a_{n-1}a_{n+1}} \right) \\ &= \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_{n+1}} \right) \\ &= \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3} \right) + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_4} \right) + \left(\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_5} \right) + \left(\frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_6} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{a_5} - \frac{1}{a_7} \right) + \left(\frac{1}{a_6} - \frac{1}{a_8} \right) + \dots \\ &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

ข้อ 47 ตอบ 1

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4 \rightarrow \frac{a_1(1-r^5)}{1-r} = 4 \quad \text{---(1)}$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_{15} = 3 \rightarrow \frac{a_6(1-r^{10})}{1-r} = 3 \quad \text{---(2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)}, \quad \frac{a_6(1-r^{10})}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a_1 r^5 (1-r^5)(1+r^5)}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4}$$

$$4r^5(1+r^5) = 3 \rightarrow 4r^{10} + 4r^5 - 3 = 0$$

$$(2r^5 - 1)(2r^5 + 3) = 0 \rightarrow r^5 = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \rightarrow |r^5| = |r|^5 = \frac{1}{2}, \quad \left(\frac{3}{2}\right) \begin{matrix} \text{ใช้ไม่ได้} \\ \because |r| < 1 \\ |r|^5 < 1 \end{matrix}$$

$$\text{นำ } r^5 = \frac{1}{2} \text{ แทนลงใน (1) จะได้ } \frac{a_1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{1-r} = 4$$

$$\frac{a_1}{1-r} = 8 \rightarrow S_\infty = 8 \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 8$$

ข้อ 48 ตอบ 3

$$\text{จากโจทย์ } a_1 = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}, \quad a_2 = \frac{1+2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}, \quad a_3 = \frac{1+2+3}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$

$$\text{จะได้ว่า } a_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{\frac{n}{2}(n+1)}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$$

$$a_n = \frac{1}{2(n+2)(n+3)}$$

$$S_\infty = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4-3} \left(\frac{1}{3} \right) \right] = \frac{1}{6}$$

ข้อ 49 ตอบ 4

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{17}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \dots \cdot (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}} \\ = 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{7}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \dots \\ = 2^{\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \frac{9}{32} + \dots} \\ = 2^{S_{\infty}} \text{ เมื่อ } S_{\infty} = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \frac{9}{32} + \dots \end{aligned}$$

หา S_{∞} จาก

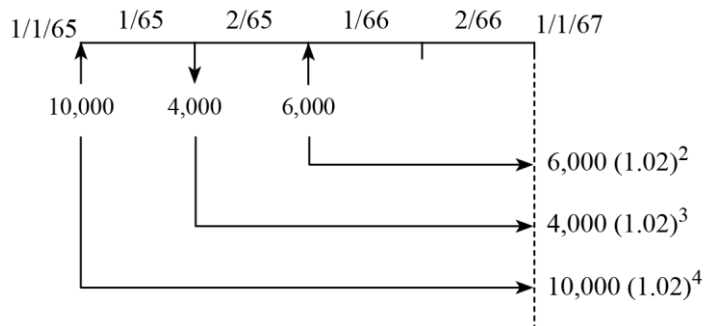
$$\begin{aligned} S_{\infty} &= \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \frac{9}{32} + \dots \\ \frac{1}{2}S_{\infty} &= \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{7}{32} + \dots \\ \frac{1}{2}S_{\infty} &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \\ \frac{1}{2}S_{\infty} &= \frac{3}{4} + \left[\frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}} \right] = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$S_{\infty} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} 8^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{1}{8}} \cdot 128^{\frac{1}{16}} \cdot 512^{\frac{1}{32}} \cdot \dots \cdot (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}} = 2^{S_{\infty}} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$$

PROBLEMS ดอกเบี้ย, มูลค่าเงินตามเวลา และค่างวด

ข้อ 51 ตอบ 4

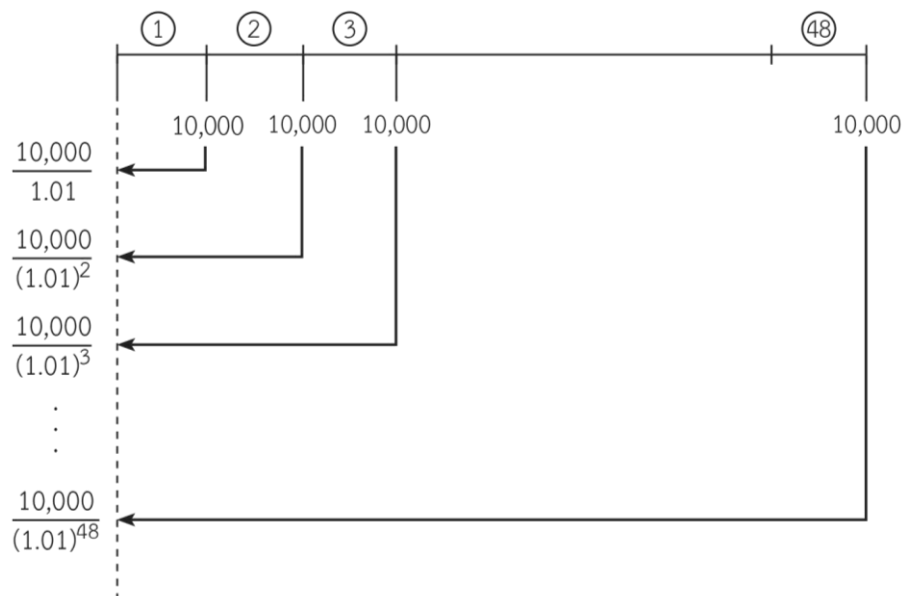


$$\text{ดอกเบี้ยต่อ 6 เดือน} = \frac{4\%}{2} = 2\%$$

$$\text{เงินรวม (1/1/67)} = 10,000(1.02)^4 - 4,000(1.02)^3 + 6,000(1.02)^2$$

ข้อ 53 ตอบ 4

ขั้นที่ 1 รวมเงินผ่อนทั้งหมดโดยเปลี่ยนให้เป็นเงิน ณ ปัจจุบัน (PV)



$$\begin{aligned}
 \text{เงินผ่อน (PV)} &= \frac{10,000}{1.01} + \frac{10,000}{(1.01)^2} + \frac{10,000}{(1.01)^3} + \dots + \frac{10,000}{(1.01)^{48}} \\
 &= \frac{\frac{10,000}{1.01} \left(1 - \left(\frac{1}{1.01} \right)^{48} \right)}{1 - \frac{1}{1.01}} \quad ** \\
 &= \frac{10,000 \left(\frac{1}{1.01} - \left(\frac{1}{1.01} \right)^{49} \right)}{1 - \frac{1}{1.01}} \\
 &= \frac{10,000 \left((1.01)^{-1} - (1.01)^{-49} \right)}{1 - (1.01)^{-1}}
 \end{aligned}$$

** จาก $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

โดย $a_1 = \frac{10,000}{1.01}$, $r = \frac{1}{1.01}$ และ $n = 48$

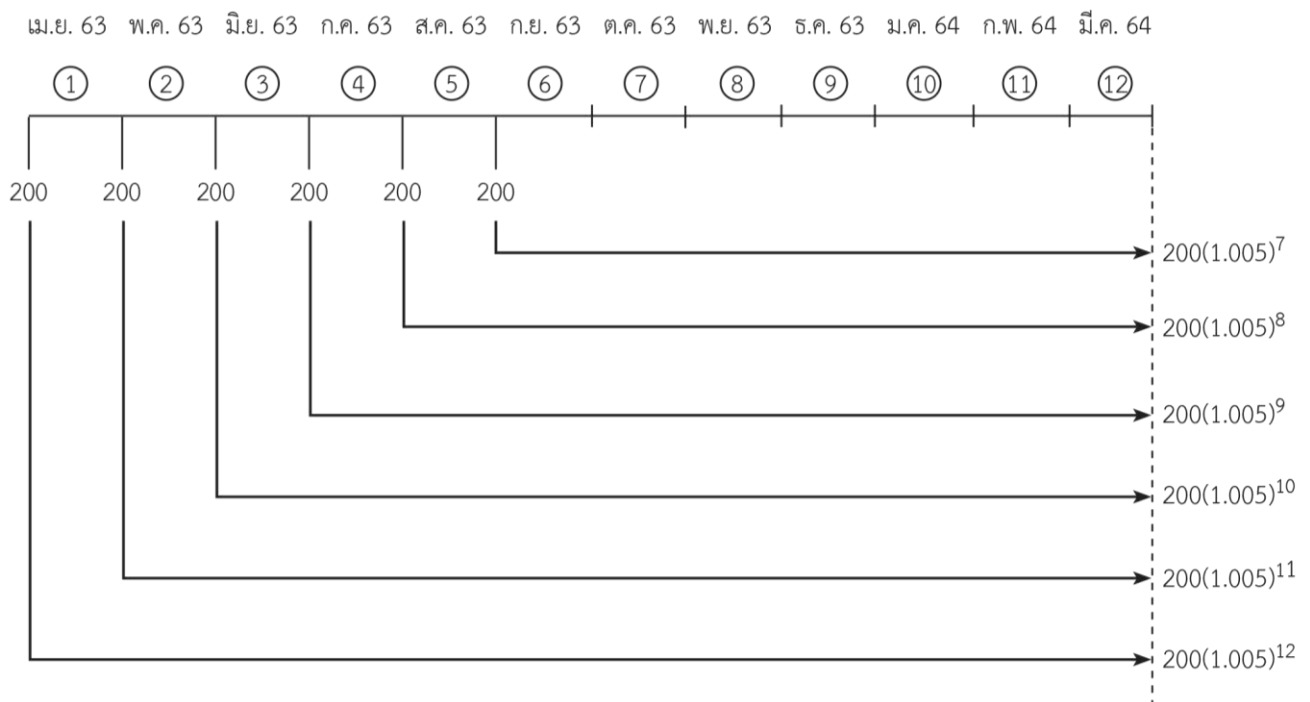
ขั้นที่ 2 จากสมการ

$$\text{ราคาคอนโด} = \text{เงินสดาว์} + \text{เงินผ่อน (PV)}$$

$$\therefore \text{เงินสดาว์} = \text{ราคาคอนโด} - \text{เงินผ่อน (PV)}$$

$$\begin{aligned}
 &= 600,000 - \frac{10,000 \left((1.01)^{-1} - (1.01)^{-49} \right)}{1 - (1.01)^{-1}}
 \end{aligned}$$

ข้อ 54 ตอบ 1



$$i = \frac{6\%}{12} = 0.5\% \text{ ต่อเดือน}$$

$$\text{จาก } FV = PV(1 + i)^n$$

Ex การฝากเงินครั้งที่ 1 1 เม.ย. 63

$$PV = 200 \text{ บาท}, n = 12$$

$$\text{จะได้ } FV = 200\left(1 + \frac{0.5}{100}\right)^{12} = 200(1.005)^{12}$$

เงินในบัญชีเมื่อรวมทั้งหมด ณ 31 มี.ค. 64

$$= 200(1.005)^7 + 200(1.005)^8 + 200(1.005)^9 + \dots + 200(1.005)^{12}$$

$$= \frac{200(1.005)^7[(1.005)^6 - 1]}{1.005 - 1} \quad **$$

$$= \frac{200((1.005)^{13} - (1.005)^7)}{1.005 - 1}$$

$$** \text{ จากสูตร } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{โดย } a_1 = 200(1.005)^7, r = 1.005 \text{ และ } n = 6$$

PROBLEMS

สถิติ

ข้อ 58 ตอบ 1

จากตาราง

x	f	F
1	2	2
2	5	7
3	7	14
4	5	19
5	4	23
6	4	27

$$N = 27$$

$$\text{ตำแหน่ง } Q_1 = \frac{1}{4} \cdot (27+1) = 7 \quad \therefore Q_1 = 2$$

$$\text{ตำแหน่ง } Q_2 = \frac{2}{4} (27+1) = 14 \quad \therefore Q_2 = 3$$

จากทั้ง 5 คำตอบพบว่า แผนภาพกล่องที่ $Q_1 = 2$, $Q_2 = 3$ คือ คำตอบที่ 1

ข้อ 61 ตอบ 5

จากโจทย์ การคำนวณครั้งแรกที่ผิด

ได้ $\mu = 55$ และคำนวณ $\sigma^2 = 30$ โดยใช้ $\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2$

จากสูตร

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$30 = \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2}{46}$$

ได้ $\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2 = 30 \cdot 46$

ต่อมาพบว่าคำนวณ μ ผิด ต้องได้ $\mu = 60$

จากสูตร

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 60)^2}{46}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55) - 5)^2}{46}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10(x_i - 55) + 25)}{46}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10x_i + 550 + 25)}{46}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10x_i + 575)}{46}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2 - 10 \sum_{i=1}^{46} x_i + \sum_{i=1}^{46} 575}{46} \quad **$$

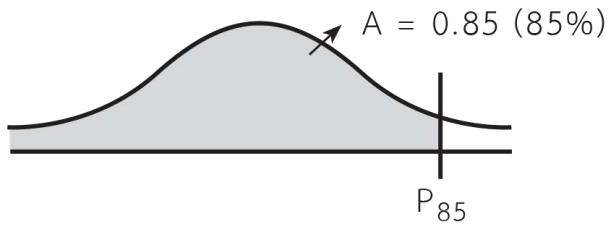
$$= \frac{30 \cdot 46 - 10 \cdot 46 \cdot 60 + 46 \cdot 575}{46}$$

$$= 30 - 600 + 575 = 5$$

$$** \sum_{i=1}^{46} x_i = N \cdot \mu = 46 \cdot 60$$

ข้อ 64 ตอบ 2

จากโจทย์



โดย $\mu = 80$ และ $\sigma^2 = 9$ ($\sigma = 3$)

จากตาราง $A = 0.85 \rightarrow z = 1.04$

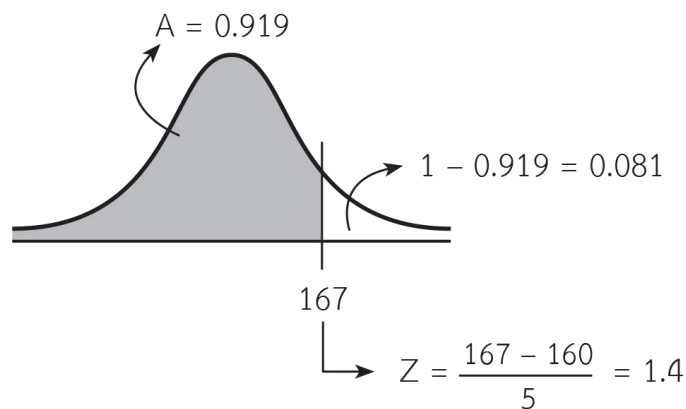
จาก
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1.04 = \frac{x - 80}{3} \rightarrow x = 83.12$$

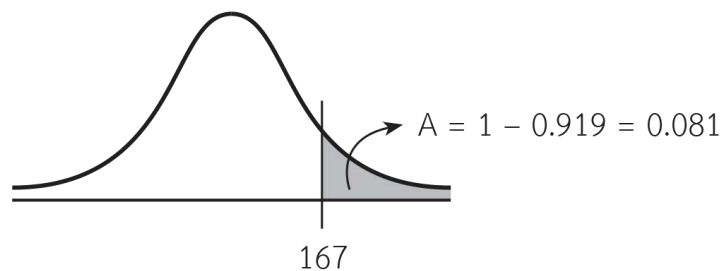
ข้อ 66 ตอบ 81 คน

จากโจทย์ $\mu = 160$ เซนติเมตร , $\sigma^2 = 25$ เซนติเมตร² $\rightarrow \sigma = 5$ เซนติเมตร

$N = 1000$ คน



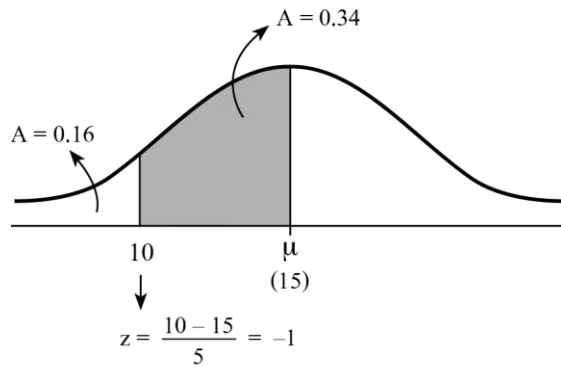
จาก $Z = 1.4 \rightarrow A = 0.919$



คาดว่าจะมีนักเรียนที่มีความสูงมากกว่า 167 เซนติเมตร

$$= (0.081)(1000) = 81 \text{ คน}$$

ข้อ 67 ตอบ 1



จากตาราง $Z = -1 \rightarrow A = 0.16$

แสดงว่าพื้นที่แรเงา $(10 \leq x \leq 15) = 0.5 - 0.16 = 0.34$

$$\therefore P(10 \leq x \leq 15) = 0.34$$

และ $P(x < 10 \text{ หรือ } x > 15) = 1 - 0.34 = 0.66$

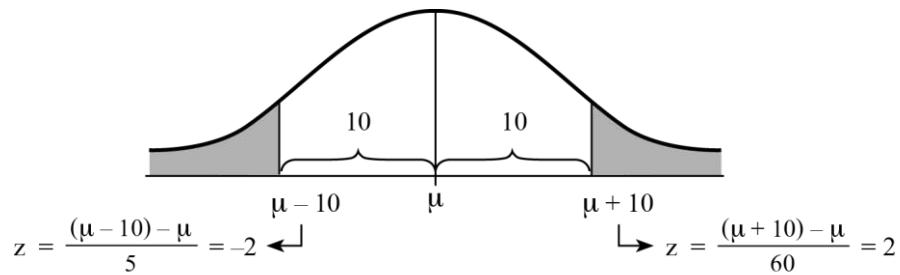
จะได้ $P(\text{อย่างน้อย 1 ต้น สูงตั้งแต่ 10 ถึง 15 เมตร})$

$$= 1 - P(\text{ไม่มีต้นใดสูงตั้งแต่ 10 ถึง 15 เมตร})$$

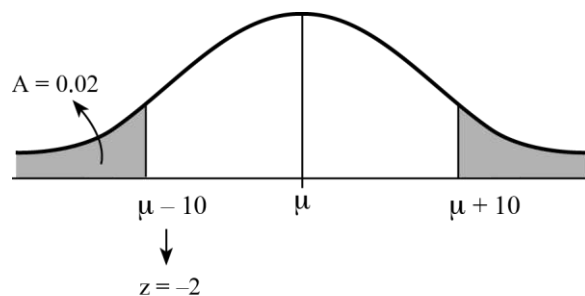
$$= 1 - [P(\text{สุ่ม 1 ต้น ไม่สูงตั้งแต่ 10 ถึง 15 เมตร})]^3$$

$$= 1 - (0.66)^3$$

ข้อ 68 ตอบ 4



ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ต้นมะค่าโมงที่มีผลต่างระหว่างความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง
และค่าเฉลี่ยของความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางมากกว่า 10 เซนติเมตร = พื้นที่แรเงา

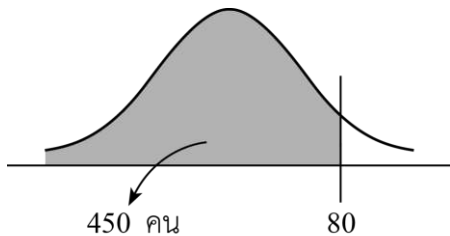


จากตาราง $Z = -2 \rightarrow$ พื้นที่ใต้เส้นโค้ง = 0.02

เนื่องจากรูปสมมาตร $\therefore$ พื้นที่แรเงา = 2×0.02
 $= 0.04$

ข้อ 69 ตอบ 72.2

$$N = 500, \sigma = 5$$



$$\text{คิดเป็น } \frac{450}{500} \times 100 = 90\%$$

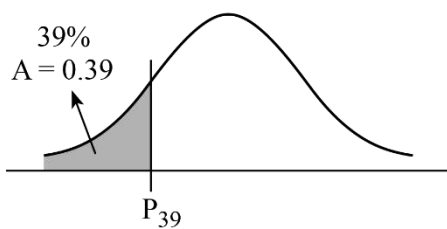
$$A = 0.9$$

$$\text{จาก } P(Z < 1.28) = 0.9$$

$$\text{แสดงว่า } x = 80 \rightarrow Z = 1.28$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow 1.28 = \frac{80 - \mu}{5}$$

$$\mu = 73.6$$



$$\text{จาก } P(Z < -0.28) = 0.39$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow -0.28 = \frac{x - 73.6}{5}$$

$$x = 72.2$$

ลดแรงกระแทกจอ

ติด ม. ดัง แบบกระแทกใจ



ULTIMATE
SERIES

MATH 2
BATTLE FIELD

SCI
BATTLE FIELD

TGA
BATTLE FIELD

TPA 1
BATTLE FIELD

TPA 3
BATTLE FIELD

สมัคร 2 วิชาขึ้นไป

ลด 20%

เฉพาะคอร์สรวมบท เข้ามหาวิทยาลัย

(Ultimate หรือ Battle Field)

รับเลย! 1 - 31 ก.ค. 66 เท่านั้น

เตรียมพีค ก่อนมิดเทอม

7.7



พิเศษสุด

ลด 770.-

เมื่อสมัครคอร์สรวมบท 7,000 บาท ขึ้นไป (หลังหักส่วนลด)

ระยะเวลาโปรโมชั่น 7 - 9 ก.ค. 2566 เท่านั้น

สอบถามรายละเอียดเพิ่มเติมได้ที่ LINE : @weplus_care

ทดลองเรียนฟรี ทุกวิชา



We By The Brain

ตัวตึงยี่บนึงเรื่องตัว
เรียนสนุก เข้าใจง่าย ทำโจทย์ได้จริง