



ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์  
เพื่อคัดเลือกนักเรียนเข้ารับการอบรมค่าย 1 สอวน. ปีการศึกษา 2566

ชื่อ-สกุล ..... ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์  
เลขประจำตัวสอบ ..... รหัสชุดวิชา 0000001  
สถานที่สอบ ..... สอบวันอาทิตย์ที่ 27 สิงหาคม 2566  
ห้องสอบ ..... เวลา 09.00 – 12.00 น.

---

### คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 9 หน้า จำนวน 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้ปากกาเขียนชื่อ นามสกุล เลขประจำตัวสอบ สถานที่สอบ ลงในข้อสอบและกระดาษคำตอบ
3. ข้อสอบเป็นแบบเติมคำตอบ 30 ข้อ ผู้ตรวจจะพิจารณาคำตอบในกระดาษคำตอบเท่านั้น
4. หากคำตอบเป็นเศษส่วน ให้ตอบในรูปเศษส่วนอย่างต่ำเท่านั้น
5. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือหรือเครื่องคำนวณทุกชนิดเข้าห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ แต่สามารถทด ขีดเขียนในข้อสอบได้
7. ห้ามเผยแพร่ข้อสอบนี้ก่อนได้รับอนุญาตจากมูลนิธิ สอวน.
8. ห้ามนักเรียนออกจากห้องสอบก่อน 2 ชั่วโมง หลังจากเวลาเริ่มการสอบ

### ข้อตกลง สัญลักษณ์

$|a|$  แทน ค่าสัมบูรณ์ (absolute value) ของจำนวนจริง  $a$

$\emptyset$  แทน เซตว่าง

ให้เขียนเฉพาะคำตอบลงในกระดาษคำตอบ (ข้อละ 1 คะแนน)

1. ให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} x + 10 & \text{เมื่อ } x < 100 \\ f(f(x - 11)) & \text{เมื่อ } x \geq 100 \end{cases}$$

จงหาค่าของ  $f(111)$

2. มีส้มอยู่ในลังใบหนึ่ง ในวันที่ 1 หนูปอหยิบส้มจากลังใบนี้ไป  $\frac{3}{4}$  ของส้มทั้งหมดและหยิบเพิ่มอีก 2 ลูก  
 ในวันที่ 2 หนูปอหยิบส้มจากลังใบนี้ไปอีก  $\frac{2}{3}$  ของส้มที่เหลือและหยิบเพิ่มอีก 2 ลูก และ  
 ในวันที่ 3 หนูปอหยิบส้มจากลังใบนี้ไปอีก  $\frac{1}{2}$  ของส้มที่เหลือและหยิบเพิ่มอีก 2 ลูก  
 ถ้าในวันที่ 4 หนูปอพบว่าส้มที่เหลืออยู่ในลังใบนี้เท่ากับ  $\frac{1}{34}$  ของส้มทั้งหมด อยากทราบว่าในลังใบนี้มีส้มทั้งหมดกี่ลูก  
หมายเหตุ ในระหว่างวันที่ 1 - 4 นี้ ไม่มีการใส่ส้มเพิ่มลงไปในลัง และไม่มีผู้อื่น(ยกเว้นหนูปอ) ที่มาหยิบส้มออกจากลังใบนี้

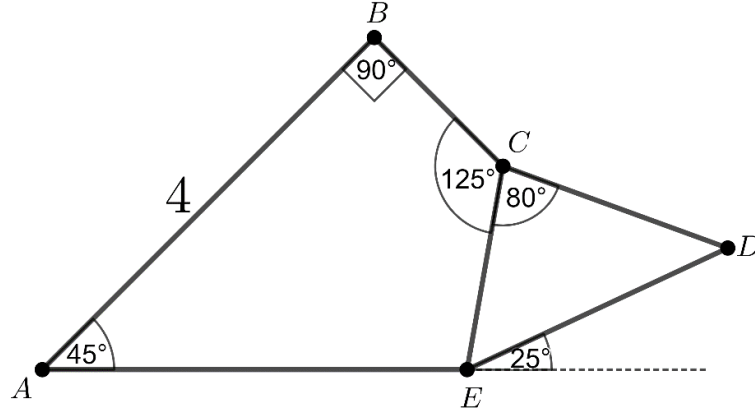
3. ให้  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $|8 - x| = |3 - 5x| + |4x + 5|$   
 ถ้า  $a$  เป็นสมาชิกในเซต  $A$  ที่มีค่ามากที่สุด และ  $b$  เป็นสมาชิกในเซต  $A$  ที่มีค่าน้อยที่สุด  
 แล้วค่าของ  $5a - 4b$  เท่ากับเท่าใด

4. ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งสอดคล้องกับสมการ  $1 + 68x + 66y = xy$   
 จงหาค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ  $|x + y|$

5. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ โดยที่  $a = b(a + 1)$   
 จงหาค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ  $\frac{a}{b^2} - \frac{b}{a^2} - ab$

6. กำหนด  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมีพื้นที่ 48 ตารางหน่วย ให้จุด  $D$  และจุด  $E$  อยู่บนด้าน  $AB$  และ  $BC$  ตามลำดับ ซึ่งทำให้  $\overline{CD}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  และ  $\overline{AE}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{BC}$   
 ถ้า  $AC = BC$  และ  $AB = 16$  จงหาความยาวของ  $\overline{AE}$  (เขียนคำตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)

7. จากรูป กำหนด  $ABCE$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง ที่มีด้าน  $AB$  ยาว 4 หน่วย ด้าน  $BC$  ยาวไม่เกิน 4 หน่วย และ  $\triangle CDE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง จงหาพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม  $ABCDE$

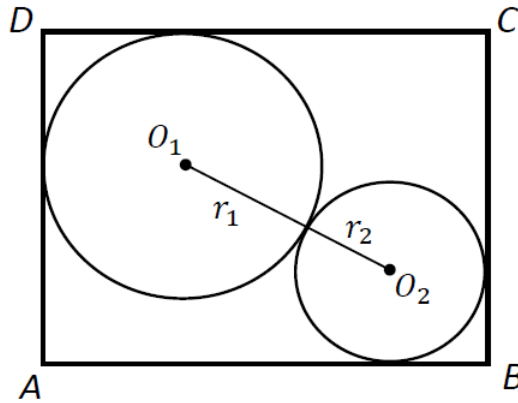


8. มีจุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมจำนวน  $n$  จุด โดยที่  $n \geq 2$  กำหนดสีจุดแต่ละจุดเป็นสีแดงหรือสีดำ สีใดสีหนึ่งเพียงสีเดียว ลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุดสองจุดใด ๆ บนเส้นรอบวงที่มีสีต่างกัน สำหรับ  $k = 1, 2, 3, 4, \dots, n$  ให้  $N_k$  แทน จำนวนเส้นเชื่อม(ที่ลาก) เมื่อมีจุดสีดำบนเส้นรอบวงของวงกลมจำนวน  $k$  จุด พบว่า  $N_m = N_{m+1} = 90$  สำหรับบาง  $m \in \{1, 2, 3, 4, \dots, n-1\}$  จงหาค่าของ  $n$

9. มีกล่องบรรจุลูกแก้วจำนวน 2 ใบ โดยที่  
 กล่องใบที่ 1 มีลูกแก้ว สีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 2 ลูก  
 กล่องใบที่ 2 มีลูกแก้ว สีแดง 2 ลูก สีน้ำเงิน 3 ลูก  
 สุ่มหยิบลูกแก้ว 2 ครั้ง ๆ ละ 1 ลูก โดยครั้งแรก สุ่มหยิบลูกแก้ว 1 ลูกจากกล่องใบที่ 1 นำมาใส่ในกล่องใบที่ 2 ครั้งที่สอง สุ่มหยิบลูกแก้ว 1 ลูกจากกล่องใบที่ 2 นำมาใส่ในกล่องใบที่ 1  
 จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบลูกแก้ว 2 ครั้ง โดยที่ในแต่ละกล่อง อัตราส่วนของจำนวนลูกแก้วสีแดงต่อจำนวนลูกแก้วสีน้ำเงินไม่เหมือนเดิม (เขียนคำตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)

10. ให้  $S$  เป็นเซตของคู่อันดับ  $(a, b)$  โดยที่  $a, b \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  และ  $a > b$  จงหาจำนวนคู่อันดับ  $(a, b)$  ทั้งหมดในเซต  $S$  ที่ทำให้สมการ  $x^2 - ax + b = 0$  มีคำตอบทั้งหมดเป็นจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกัน

11. จากรูป



ให้  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้าน  $AB$  ยาว 9 หน่วย และด้าน  $BC$  ยาว 8 หน่วย  
 ให้  $T_1$  เป็นวงกลมในรูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $O_1$  และรัศมียาว  $r_1$  หน่วย โดยที่  $T_1$  สัมผัสกับด้าน  $AD$  และด้าน  $CD$   
 ให้  $T_2$  เป็นวงกลมในรูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $O_2$  และรัศมียาว  $r_2$  หน่วย โดยที่  $T_2$  สัมผัสกับด้าน  $AB$  และด้าน  $BC$  และ  $T_2$  สัมผัสกับ  $T_1$   
 จงหาค่าของ  $r_1 + r_2$

12. จงหาคู่อันดับของจำนวนตรรกยะ  $(x, y)$  ทั้งหมด ซึ่งเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$1 + x + xy = x^2$$

$$x^2((1 + y)(x + y) + 1) = 1$$

13. จงหาจำนวนของสามสิ่งอันดับของเซต  $(A, B, C)$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1)  $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$

2)  $A \cap B \cap C = \emptyset$

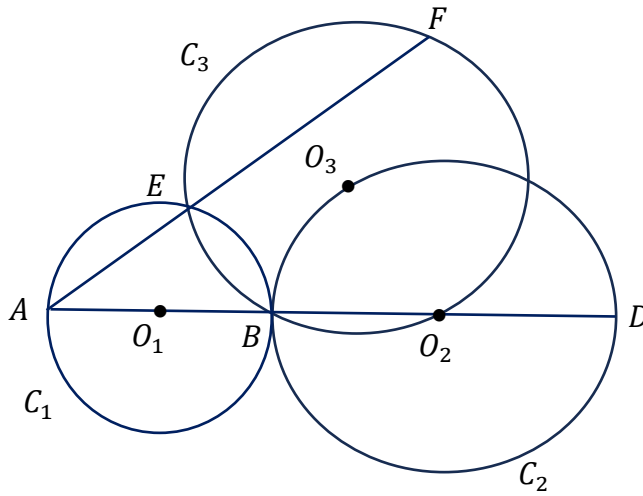
14. มีคน 4 คน คือ  $A, B, C$  และ  $D$  เข้าพักห้องพักรวมหนึ่งซึ่งมีเตียงเดี่ยว 10 เตียงเรียงกันเป็นแถวตรง โดยที่การเลือกเตียงนอนของคนทั้ง 4 คนมีเงื่อนไข ดังนี้

- 1)  $A$  กับ  $B$  อยากได้เตียงนอนติดกัน
- 2)  $C$  กับ  $D$  อยากได้เตียงนอนติดกัน
- 3)  $A$  กับ  $C$  ไม่ต้องการได้เตียงนอนติดกัน

จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดที่นอนให้ 4 คนนี้ ตามต้องการ

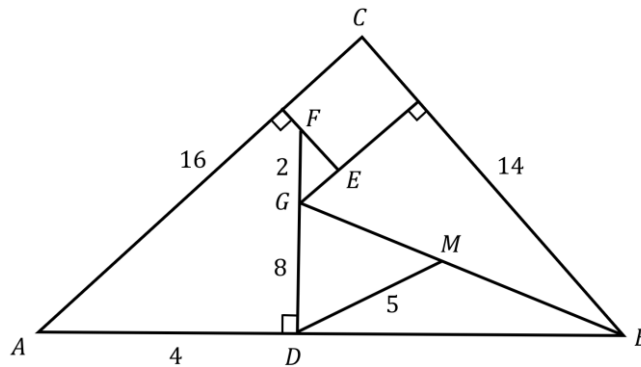
15. ให้จำนวนนับสามหลักในรูปฐานสิบ 4 จำนวน คือ  $33A$ ,  $5B6$ ,  $6C3$  และ  $D11$   
เมื่อ  $A, B, C, D \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$   
และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนนับทั้งสี่จำนวนดังกล่าว มีค่าเท่ากับ 500  
ให้  $S$  แทนเซตของจำนวนสี่หลักทั้งหมดที่เกิดจากนำเลขโดด  $A, B, C$  และ  $D$  ทุกตัวมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มีสี่หลัก  
จงหาสมาชิกของเซต  $S$  ที่มีค่ามากที่สุด
16. ให้  $r_1, r_2$  และ  $r_3$  เป็นคำตอบของสมการ  $x^3 - 2023x^2 = 1$   
และ  $p(x) = x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง โดยที่  
 $p(r_1 + 1) = p(r_2 + 1) = p(r_3 + 1) = 0$   
จงหาค่าของ  $|p(1) + p(-1)|$
17. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที่สุดคคล้องกับสมการ  $(6a + b)^2 - (a + 6b)^2 = 4900$   
จงหาค่าของ  $ab$  ที่น้อยที่สุดที่ไม่เป็นลบ
18. จงหาคู่อันดับของจำนวนเต็ม  $(m, n)$  ทั้งหมด ที่ทำให้สมการ  
$$x^5 + mx - 65 = 0 \text{ และ } x^5 + nx - 66 = 0$$
  
มีคำตอบร่วมกันอย่างน้อยหนึ่งคำตอบ
19. ให้  $p(x)$  เป็นพหุนามดีกรีสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง โดยที่  $p(4) = p(-4) = 4$   
และ  $p(5) > 0$   
ถ้า  $p(1)$  เป็นจำนวนเต็ม แล้วค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ  $p(1)$  เท่ากับเท่าใด
20. จงหาจำนวนเต็มบวก  $m$  ที่น้อยที่สุด ที่ทำให้  $2^{1024} + 1$  หาร  $2^{(2^m)} - 1$  ลงตัว

21. กำหนด  $C_1, C_2$  และ  $C_3$  เป็นวงกลมสามวง โดยมี  $O_1, O_2$  และ  $O_3$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $C_1, C_2$  และ  $C_3$  ตามลำดับ ดังรูป

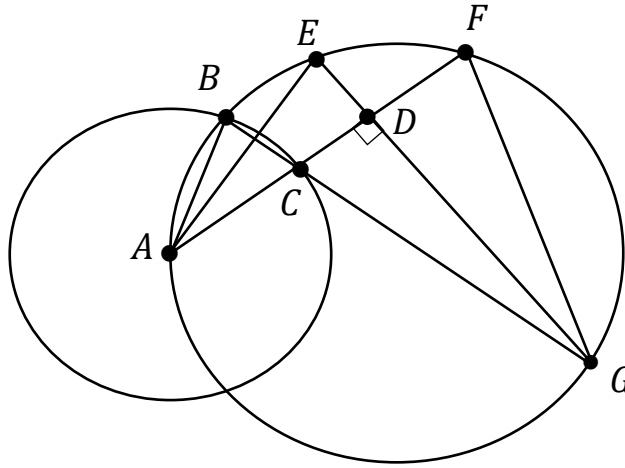


จากรูป วงกลม  $C_1$  มีรัศมียาว 3 หน่วย และวงกลม  $C_2$  มีรัศมียาว 5 หน่วย  
 วงกลม  $C_1$  และวงกลม  $C_2$  สัมผัสกันที่จุด  $B$  และวงกลม  $C_2$  ผ่านจุด  $O_3$   
 $\overline{AD}$  เป็นส่วนของเส้นตรงที่ทำให้  $\overline{AB}$  และ  $\overline{BD}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $C_1$  และวงกลม  $C_2$   
 ตามลำดับ วงกลม  $C_3$  ผ่านจุด  $O_2$  และตัดกับวงกลม  $C_1$  ที่จุด  $B$  และจุด  $E$   
 $\overline{AF}$  เป็นส่วนของเส้นตรงที่ตัดวงกลม  $C_1$  และวงกลม  $C_3$  ที่จุด  $A, E$  และ  $F$   
 จงหาความยาวของ  $\overline{AF}$

22. จากรูป ให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน  $AC$  ยาว 16 หน่วย ด้าน  $BC$  ยาว 14 หน่วย  
 ลากเส้นตั้งฉากกับด้านทั้งสามทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยม  $EFG$  ภายใน โดย  $FG = 2, GD = 8$  และ  $AD = 4$   
 จุด  $M$  เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $GB$  โดย  $MD = 5$   
 จงหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม  $EFG$

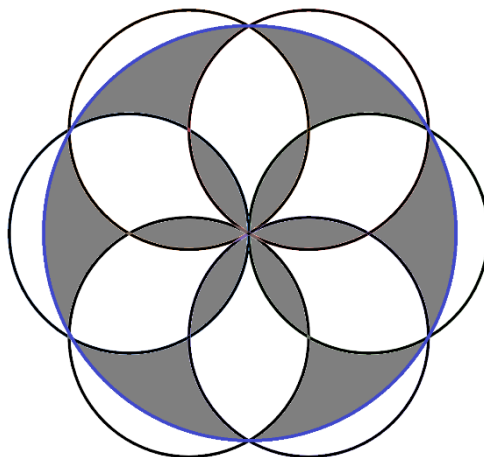


23. จากรูป กำหนด  $A$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงเล็ก ถ้า  $AB = 3$  และ  $BC = CD = 2$  และ  $\overline{GD}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{CF}$  จงหาค่าของ  $\frac{EG}{ED}$  (เขียนคำตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)



24. การสอบย่อยของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง มีคะแนนเต็ม 3 คะแนน จากผลการสอบย่อยของนักเรียนกลุ่มนี้พบว่า คะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคนเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ  $a$  คะแนน มีฐานนิยมที่แตกต่างกันสองค่า คือ  $a$  คะแนน และ  $b$  คะแนน และ ผลรวมของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้ เท่ากับ 23 คะแนน  
 จงหาจำนวนนักเรียนมากที่สุดที่เป็นไปได้ที่ได้คะแนนสอบไม่เท่ากับ 3 คะแนน

25. จากรูป วงกลมวงเล็กที่มีรัศมียาว 1 หน่วยจำนวน 6 รูปตัดกันที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงใหญ่ โดยที่วงกลมวงเล็กสองวงที่อยู่ถัดกันผ่านจุดศูนย์กลางของกันและกัน และมีจุดตัดจุดหนึ่งบนวงกลมวงใหญ่  
 จงหาพื้นที่ของส่วนที่แรเงา



26. มีลูกบาศก์ขนาดหนึ่งลูกบาศก์หน่วยจำนวน 5 ลูกที่เหมือนกันทุกประการ ต้องการนำลูกบาศก์ทั้งห้าลูกมาประกอบกัน โดยวางเรียงในแนวนอนหรือแนวตั้งให้หน้าของลูกบาศก์ประกบกันสนิทพอดี ด้วยการทากาวประกบหน้าทั้งหน้าของลูกบาศก์เข้าด้วยกัน เป็นรูปทรงใหม่ซึ่งสามารถบรรจุลงในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีฝาปิด ขนาด  $2 \times 2 \times 2$  ลูกบาศก์หน่วย โดยที่แต่ละหน้าของรูปทรงใหม่นี้ ขนานกับหน้าใดหน้าหนึ่งของกล่อง

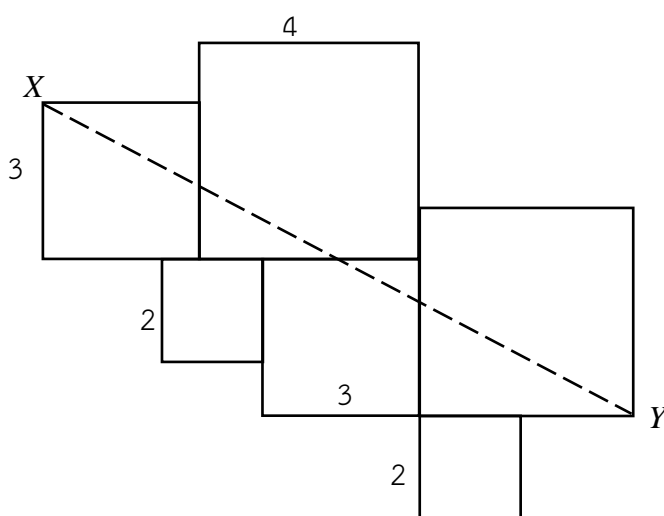
จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการประกอบลูกบาศก์ทั้งห้าลูก โดยกำหนดว่าวิธีประกอบรูปทรงที่หมุนหรือพลิกให้เหมือนกันได้ ถือว่าเป็นวิธีเดียวกัน

27. ให้  $S$  แทนเซตของจุดบนระนาบที่มีพิกัดเป็น  $(x, y)$  โดยที่  $x, y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

จงหาจำนวนส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายเป็นจุดใน  $S$  และมีความยาวเป็นจำนวนเต็มบวก

28. จงหาจำนวนเต็ม  $a$  ทั้งหมดที่ทำให้สมการ  $ax^2 - (3a - 4)x + 2(a - 2) = 0$  มีคำตอบทุกคำตอบเป็นจำนวนเต็ม

29. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 2 หน่วย จำนวน 2 รูป รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 3 หน่วย จำนวน 2 รูป รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 4 หน่วย จำนวน 1 รูป และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่มากกว่า 4 ตารางหน่วย จำนวน 1 รูป นำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้ง 6 รูปดังกล่าว มาเรียงต่อกัน ดังรูป ถ้าลากส่วนของเส้นตรงจากจุด  $X$  ไปยังจุด  $Y$  ทำให้แบ่งพื้นที่ออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน จงหาค่าของ  $XY^2$





30. สำหรับประพจน์  $P, Q$  และ  $R$  ใด ๆ

กำหนดรูปแบบของประพจน์  $Q \odot R \equiv (Q \wedge \sim R) \vee (R \wedge \sim Q)$

และให้  $f(P, Q, R) = (P \rightarrow (Q \odot R), P \wedge (Q \odot R), P \wedge (Q \vee R))$

$$f^2(P, Q, R) = f(f(P, Q, R))$$

และ  $f^n(P, Q, R) = f(f^{n-1}(P, Q, R))$  สำหรับ  $n \geq 3$

สมมติว่า  $f^{16}(P, Q, R) = (P_1, Q_1, R_1)$  และ  $f^{23}(P, Q, R) = (P_2, Q_2, R_2)$

เมื่อ  $P_1, P_2, Q_1, Q_2, R_1$  และ  $R_2$  เป็นประพจน์ โดยที่  $P_1, Q_1, R_1$  มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งหมด

จงหาค่าความจริงของประพจน์  $P_2, Q_2$  และ  $R_2$

\*\*\*\*\*