



ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อคัดเลือกนักเรียนเข้ารับการอบรมค่าย 1 สอวน. ปีการศึกษา 2567

ชื่อ-สกุล ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เลขประจำตัวสอบ รหัสชุดวิชา 0000001
สถานที่สอบ สอบวันอาทิตย์ที่ 25 สิงหาคม 2567
ห้องสอบ เวลา 09.00 – 12.00 น.

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 หน้า จำนวน 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้ปากกาเขียนชื่อ นามสกุล เลขประจำตัวสอบ สถานที่สอบ ลงในข้อสอบและกระดาษคำตอบ
3. ข้อสอบเป็นแบบเติมคำตอบ 30 ข้อ ผู้ตรวจจะพิจารณาคำตอบในกระดาษคำตอบเท่านั้น
4. หากคำตอบเป็นเศษส่วน ให้ตอบในรูปเศษส่วนอย่างต่ำเท่านั้น
5. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือหรือเครื่องคำนวณทุกชนิดเข้าห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ แต่สามารถทด ขีดเขียนในข้อสอบได้
7. ห้ามเผยแพร่ข้อสอบนี้ก่อนได้รับอนุญาตจากมูลนิธิ สอวน.
8. ห้ามนักเรียนออกจากห้องสอบก่อน 2 ชั่วโมง หลังจากเวลาเริ่มการสอบ

ข้อตกลง สัญลักษณ์

$|a|$ แทน ค่าสัมบูรณ์ (absolute value) ของจำนวนจริง a

ให้เขียนเฉพาะคำตอบลงในกระดาษคำตอบ (ข้อละ 1 คะแนน)

1. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ และ
$$(a+b)(b+c) + (b+c)(c+a) + (c+a)(a+b) = 21$$
ค่าของ $ab + bc + ca$ เท่ากับเท่าใด
2. ให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมด โดยที่ n หาร 2024 เหลือเศษ 24
จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับเท่าใด
3. ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับสมการ $15^{\frac{1}{x+1}} = \left(2025 \cdot 5^{\frac{y}{2}}\right)^{\frac{1}{x+13}}$
ค่าของ $x + y$ เท่ากับเท่าใด
4. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงบวก และให้
$$A = a - a^2 + a^3 - a^4 + \dots + (-1)^{k+1} a^k + \dots - a^{2024}$$
$$B = a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^k + \dots + a^{2024}$$
จงหาเซตของจำนวนจริงบวก a ทั้งหมดที่ทำให้ $2A + B \geq 0$
5. จงหาจำนวนเต็มบวก a ที่น้อยที่สุดซึ่งเมื่อเขียน a ในระบบฐานสิบและตัดหลักแรก (จากซ้ายมือสุด) ออกแล้วจะได้จำนวนเต็มบวก b โดยที่ a มีค่าเท่ากับ 29 เท่าของ b
6. จงหาจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดที่มีสมบัติว่า ในระบบฐานสิบ n^2 อยู่ในรูป $xx44yy$ เมื่อ x และ y เป็นเลขโดด โดยที่ $x > 0$

7. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$

จงหาค่าของ $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^5} + \frac{1}{a^6} + \frac{1}{a^7} + a^2 + a^5 + a^6 + a^7$

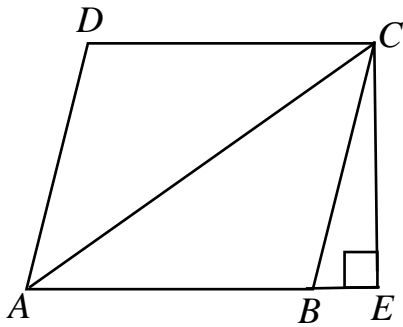
8. กำหนดให้ m และ n เป็นจำนวนเต็ม

ถ้า $x^2 + 2x + 5$ เป็นตัวประกอบของ $x^4 + mx^3 + 4x^2 - 3x + n$

แล้วค่าของ $m^2 + n^2$ เท่ากับเท่าใด

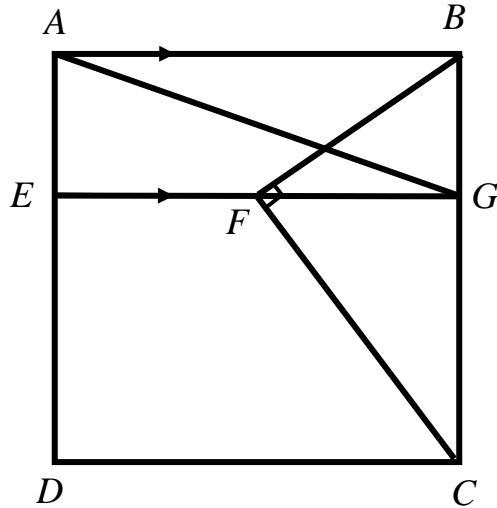
9. จงหาเซตของจำนวนจริง a ทั้งหมดที่ทำให้สมการ $x^2 + 2(a+2)x + a + 14 = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริงบวกอย่างน้อย 1 คำตอบ

10. ให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และ \overline{CE} ตั้งฉากกับ \overline{BE} ดังรูป



จงหาค่าของ $\frac{AC^2}{(AB)(AE)}$

11. จากรูป $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยมี \overline{EG} ขนานกับ \overline{AB} และ \overline{BF} ตั้งฉากกับ \overline{FC} ที่จุด F

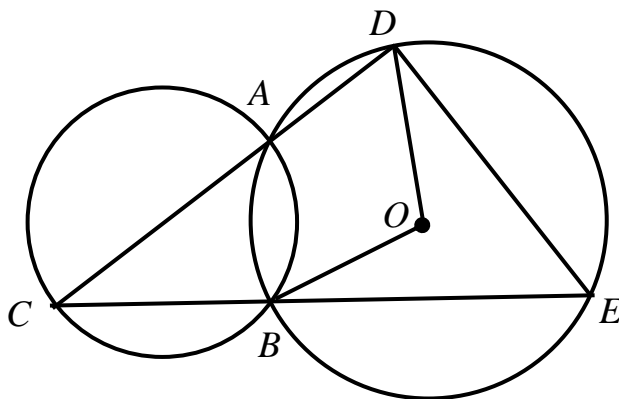


ถ้า $BF = 8$ แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม AEG เท่ากับกี่ตารางหน่วย

12. จากรูป กำหนดให้วงกลมสองวงตัดกันที่จุด A และจุด B โดยมีจุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงใหญ่

\overline{CD} เป็นส่วนของเส้นตรงตัดผ่านวงกลมสองวงที่จุด C, A และ D ที่ทำให้ \overline{CA} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงเล็ก

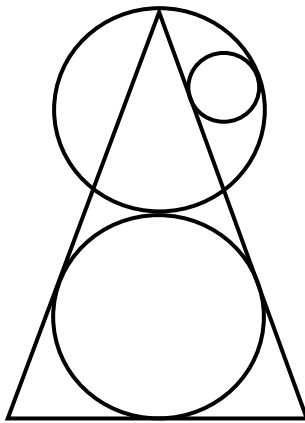
\overline{CE} เป็นส่วนของเส้นตรงตัดผ่านวงกลมสองวงที่จุด C, B และ E



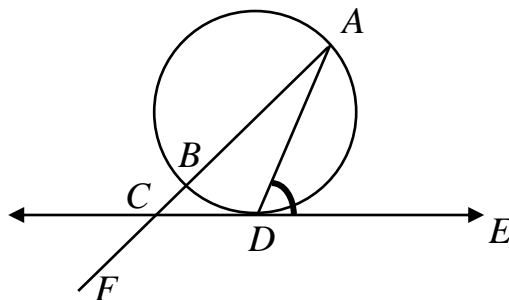
ถ้า $\angle ODE = 15^\circ$ และ $\angle OBE = 25^\circ$
แล้วค่าของ $\angle ACB + \angle ADO$ เท่ากับกี่องศา

13. รูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่งมีส่วนสูงยาว 4 หน่วย โดยที่เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูตั้งฉากกัน ถ้าเส้นทแยงมุมเส้นหนึ่งยาว 5 หน่วย จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูนี้ (เขียนคำตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)

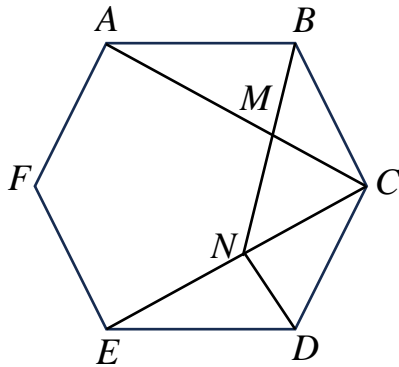
14. จากรูป วงกลมใหญ่สองวงรัศมีเท่ากันและสัมผัสกันภายนอก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีจุดยอดจุดหนึ่งอยู่บนวงกลมใหญ่วงบน และด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเป็นเส้นสัมผัสวงกลมใหญ่วงล่าง วงกลมเล็กสัมผัสภายในกับวงกลมใหญ่วงบน และสัมผัสคอร์ต ณ จุดกึ่งกลางของคอร์ต จงหาอัตราส่วนของพื้นที่วงกลมเล็กต่อพื้นที่วงกลมใหญ่



15. จากรูป \overline{AB} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม \overrightarrow{DE} สัมผัสวงกลมที่จุด D \overline{BF} เป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากต่อจาก \overline{AB} ออกไปทางจุด B และตัด \overrightarrow{DE} ที่จุด C โดยที่จุด D อยู่ระหว่างจุด C และจุด E ถ้า $\angle DCF = 2(\angle ADE - \angle BAD)$ แล้ว $\angle ADE$ มีขนาดกี่องศา



16. จากรูป $ABCDEF$ เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า



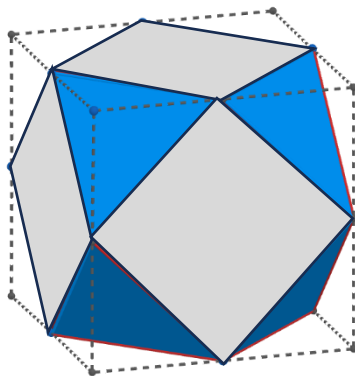
\overline{BN} ตัด \overline{AC} ที่จุด M และพบกับ \overline{CE} ที่จุด N

และ \overline{ND} พบกับ \overline{CE} ที่จุด N

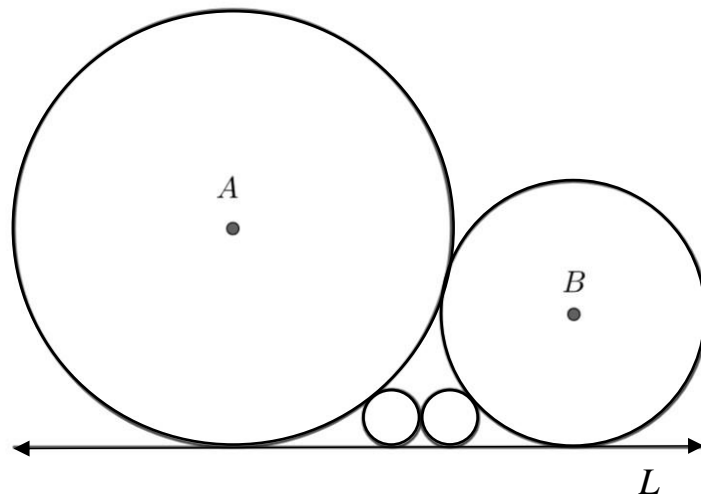
ถ้า $AM = CN$ แล้วขนาดของ $\angle BND$ เท่ากับกี่องศา

17. นำลูกบาศก์ลูกหนึ่งมาตัดมุมของลูกบาศก์ทั้งแปดมุมออกด้วยระนาบให้ผ่านขอบ 3 ขอบของลูกบาศก์ที่ประกอบเป็นมุมแต่ละมุมของลูกบาศก์ จะได้รูปทรงสิบสี่หน้าชนิดหนึ่ง ที่เรียกว่า cuboctahedron ที่มีหน้า 6 หน้า เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส อีก 8 หน้า เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า และขอบของรูปทรงมี 24 ขอบ ดังรูป

ถ้าขอบแต่ละขอบของรูปทรงสิบสี่หน้ามีความยาวเท่ากับ 1 หน่วย แล้วรูปทรงสิบสี่หน้านี้มีปริมาตรเท่ากับเท่าใด (เขียนคำตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)



18. จากรูป วงกลม A และวงกลม B มีรัศมีเป็น 4 หน่วย และ 1 หน่วยตามลำดับ วงกลมทั้งสองสัมผัสกันภายนอกและสัมผัสกับเส้นตรง L สร้างวงกลมเล็กสองวงรัศมีเท่ากันเป็น r หน่วยซึ่งต่างสัมผัสกันภายนอก และสัมผัสกับเส้นตรง L โดยวงหนึ่งสัมผัสภายนอกกับวงกลม A อีกวงหนึ่งสัมผัสภายนอกกับวงกลม B
- จงหาค่าของ r



19. กำหนดให้ $A = \{1, 2, \dots, 67\}$
จงหาจำนวนของสับเซต H ทั้งหมดของเซต A โดยที่ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต H มีค่าเท่ากับ 2272
20. จงหาจำนวนของสี่สิ่งอันดับ (a, b, c, d) ทั้งหมดที่ a, b, c และ d เป็นเลขโดดซึ่งสอดคล้องกับ $a < b \leq c < d$

21. มีกล่อง 2 ใบ กล่องใบที่หนึ่งบรรจุลูกบอลสีเขียว 7 ลูก และลูกบอลสีน้ำเงิน 5 ลูก
กล่องใบที่สองบรรจุลูกบอลสีเขียว 5 ลูก และลูกบอลสีน้ำเงินอย่างน้อยหนึ่งลูก
สุ่มหยิบลูกบอลออกจากกล่อง กล่องละหนึ่งลูก ถ้าความน่าจะเป็นที่ได้ลูกบอลทั้งสองลูก
มีสีเดียวกัน เท่ากับ $\frac{4}{9}$ แล้วกล่องใบที่สองมีลูกบอลสีน้ำเงินทั้งหมดกี่ลูก
22. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกแก้วสีม่วง 7 ลูก ลูกแก้วสีเขียว 6 ลูก และลูกแก้วสีส้มจำนวนหนึ่ง
สุ่มหยิบลูกแก้ว 1 ลูกจากกล่องใบนี้
ถ้าความน่าจะเป็นที่ได้ลูกแก้วสีส้ม เท่ากับ $\frac{1}{a}$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวก
แล้วผลบวกของ a ที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด
23. กล่องใบหนึ่งบรรจุบัตรตัวเลขอยู่ 9 ใบ ซึ่งมีหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9
กำกับบนบัตร บัตรละ 1 หมายเลข สุ่มหยิบบัตรจากกล่องใบนี้ 3 ใบ โดยหยิบทีละ 1 ใบ
แล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรครั้งต่อไป จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลคูณของ
หมายเลขบนหน้าบัตรทั้งสามใบเป็นจำนวนที่หารด้วย 10 ลงตัว (เขียนคำตอบเป็น
เศษส่วนอย่างต่ำ)
24. กำหนดจุด 24 จุดเป็นจุดสีแดง 20 จุด และจุดสีเขียว 4 จุด บนเส้นรอบรูปของรูปครึ่ง
วงกลมรูปหนึ่ง โดยมีจุดสีแดงเท่านั้นที่อยู่บนเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมโดยใช้จุด 4 จุดจากจุด 24 จุดนี้ เป็นจุดยอด จะได้รูปสี่เหลี่ยมที่
แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป
หมายเหตุ รูปครึ่งวงกลม หมายถึงส่วนหนึ่งของวงกลมที่มีขอบเขตประกอบด้วยเส้นตรงที่
เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นโค้งครึ่งวงกลม

25. ให้ A เป็นเซตของสามสิ่งอันดับ (x, y, z) ของจำนวนเต็มบวก ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ

$$x + 2y + 3z = 12$$

และ B เป็นเซตของสามสิ่งอันดับ (x, y, z) ของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ

$$x + 2y + 3z = 12$$

จงหาว่าเซต A และเซต B มีจำนวนสมาชิกต่างกันอยู่เท่าใด

26. กำหนดให้ $X = \{ |x-3| + |x-5| + |x-8| \mid -3 \leq x \leq 10 \}$

ถ้า a เป็นสมาชิกในเซต X ที่มีค่ามากที่สุดและ b เป็นสมาชิกในเซต X ที่มีค่าน้อยที่สุด แล้วค่าของ $a+b$ เท่ากับเท่าใด

27. ให้ p และ q เป็นจำนวนเฉพาะที่แตกต่างกัน

ให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดที่ทำให้สมการ $p^{20}x^2 + nx + q^{24} = 0$

มีคำตอบทุกคำตอบเป็นจำนวนตรรกยะ

จงหาจำนวนสมาชิกของเซต A

28. ให้ $A = \{1, 5, 7, \{1\}, \{7\}, \{1, 5\}, \{5, 7\}\}$

ให้ $S = \{ B \subset P(A) \mid A - B \text{ มีสมาชิก 4 ตัว} \}$ เมื่อ $P(A)$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A

จงหาจำนวนสมาชิกของเซต S

29. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดการแข่งขันฟุตบอลระหว่างห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 5 ห้อง ได้แก่ ห้อง A ห้อง B ห้อง C ห้อง D และ ห้อง E โดยจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด และมีเกณฑ์การนับคะแนน ดังนี้
- ทีมที่ชนะได้ 3 แต้ม
 - ทีมที่เสมอได้ 1 แต้ม
 - ทีมที่แพ้จะไม่ได้แต้ม (0 แต้ม)

จากผลการแข่งขันพบว่า

1. ห้อง A ได้แต้มรวม 2 แต้ม
2. ห้อง B ชนะในการแข่งขันกับห้อง C
3. ห้อง C ได้แต้มรวม 4 แต้ม
4. ห้อง D มีแต้มรวมมากกว่าทุกห้อง
5. ห้อง E มีแต้มรวมน้อยกว่าทุกห้อง
6. ห้อง E เสมอในการแข่งขันกับห้อง A

ห้อง B ได้แต้มทั้งหมดกี่แต้ม

30. นายเอ นายบี นายซี และนายดี ทำงานอยู่ในฟาร์มวัว ฟาร์มกุ่ม ฟาร์มไก่ และฟาร์มหมู นามสกุลของคนทั้งสี่โดยไม่เรียงตามชื่อคือ เบิกบาน ปันใจ มานะ และลือชัย และมีข้อมูลเพิ่มเติมดังนี้

1. แต่ละคนทำงานอยู่คนละฟาร์ม
2. คนที่นามสกุลมานะ ไม่ได้ทำงานในฟาร์มกุ่มหรือฟาร์มไก่
3. นายซีทำงานในฟาร์มหมู
4. เบิกบานเป็นนามสกุลของนายดี
5. นามสกุลของนายซีไม่ใช่ลือชัยหรือมานะ
6. มานะไม่ใช่นามสกุลของนายบี
7. คนที่นามสกุลลือชัย ไม่ได้ทำงานในฟาร์มกุ่ม

จงหาว่า นายเอ นายบี นายซี และนายดี มีนามสกุลอะไรและทำงานอยู่ในฟาร์มอะไร